第一篇　力学（经典力学）

第1章　质点运动学

1.1　质点运动的描述
1.2　圆周运动
1.3　直线运动的描述
1.4　相对运动与伽利略变换

第2章　质点动力学

第3章　刚体的定轴转动

1.1 质点运动的描述

一、预备知识（几个概念）

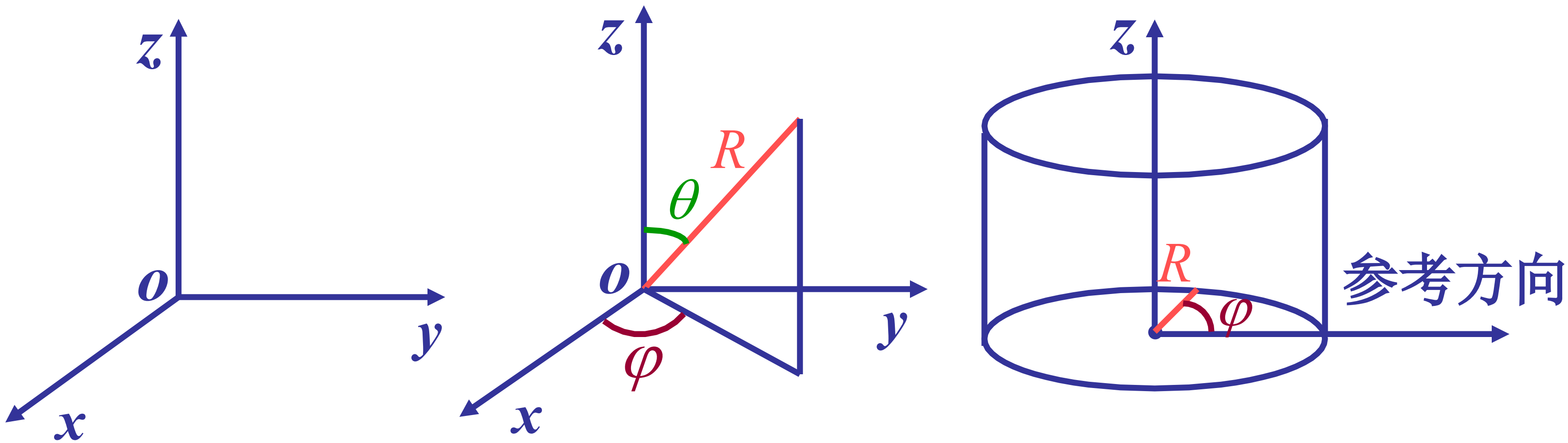
1、参考系、坐标系

运动是绝对的，是物质的固有属性，运动和物质是不可分割的，但对运动的描述却是相对的。对运动进行描述时，选择不同的参照物会有不同的描述。

在描述物体运动时被选作参照物的物体或物体系称为参考系。

要定量描述物体的位置与运动情况，就要运用数学手段，在参照系上建立坐标系。

常用的坐标系有直角坐标系(x,y,z)，极坐标系(ρ,θ)，球坐标系(R,θ,φ)，柱坐标系(R,φ,z)。



2、质点

物体：具有大小、形状、质量和内部结构的物质形态。

在某些情况下，物体的大小、形状对研究的运动不产生影响，或其影响可以忽略，把这样的物体简化为质点。

质点:具有质量而没有大小的理想物体模型。

把物体当作质点是有条件的：物体的大小和形状对运动没有影响或影响可以忽略。如研究某物体的平动。

把物体当作质点是相对的：同样一个物体在不同的情况下，有时可以当作质点，有时则不可以。如地球的公转与自转。

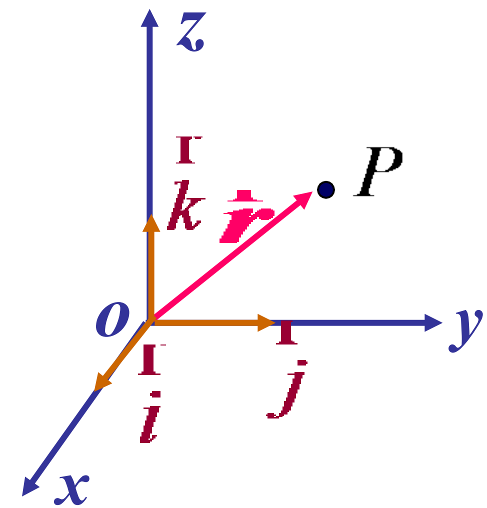
另一类物理模型：把物体化为若干个质点的集合体来研究，即刚体。

二、描述质点运动的物理量

1、位置矢量

选定参考系及坐标系后，质点的位置可用一个位置矢量来确定。

在坐标系中，从坐标原点指向质点所在位置的有向线段，叫做位置矢量，简称位矢。



直角坐标系中，位置矢量可表为：

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

大小： $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

质点在运动时，其坐标x、y、z均为时间t的函数，可记做

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

分量式

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

质点的运动方程

$$f(x, y, z) = 0$$

质点的轨迹方程

2、位移矢量

由质点的初始位置指向质点的终了位置的有向线段称为该时间段内质点的位移矢量，简称位移。

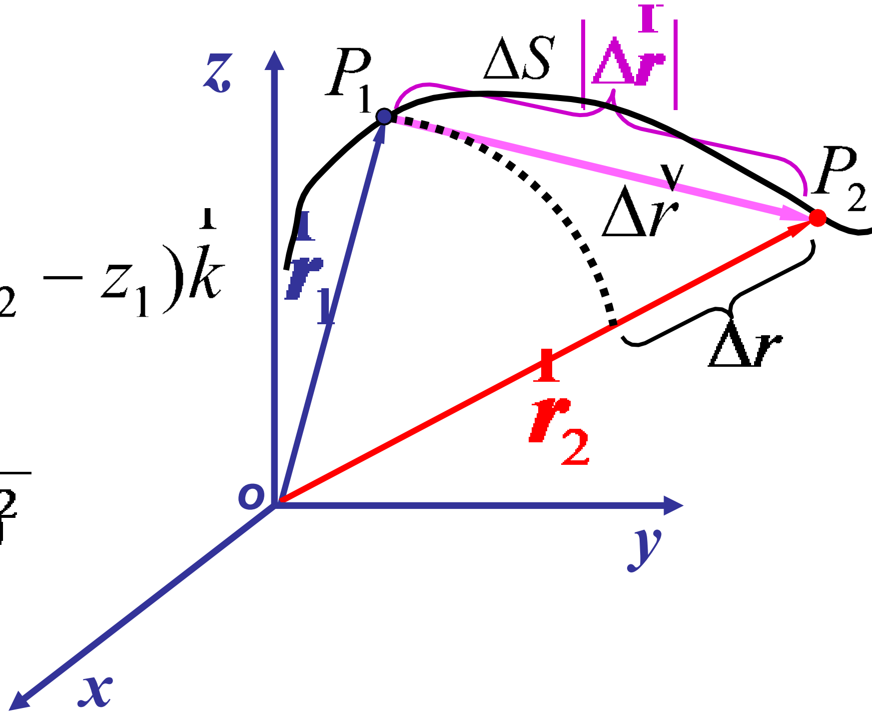
路程是质点经过的实际路径的长度，是标量。注意区分

在直角坐标系中：

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$= (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$$

$$= \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$$



大小：$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$

注意区分 $|\Delta\vec{r}|$ **和** Δr

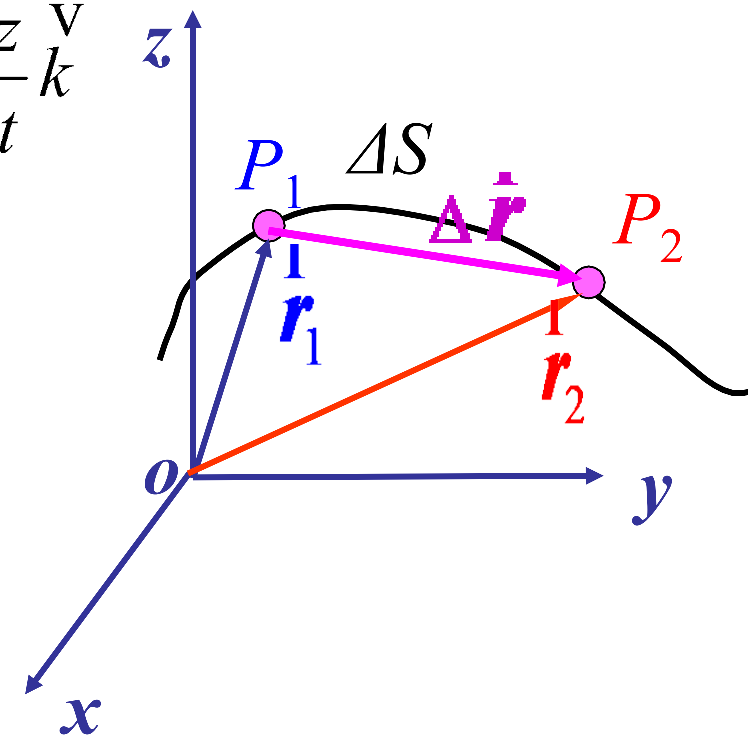
$$|\Delta\vec{r}| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| \qquad \Delta r = |\vec{r}_2| - |\vec{r}_1| = r_2 - r_1$$

注意区分 $|\Delta\vec{r}|$ 和 ΔS

只有在质点作单向直线运动时，或所取时间段趋于0时，位移大小=路程。分别表示为 $|\Delta\vec{r}| = \Delta S$ $\quad |d\vec{r}| = dS$

3、速度矢量

速度矢量是描述质点位置变化快慢的物理量。



A. 平均速度 $\bar{\vec{v}} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} + \dfrac{\Delta y}{\Delta t}\vec{j} + \dfrac{\Delta z}{\Delta t}\vec{k}$

矢量 $\begin{cases} \text{大小：} |\bar{\vec{v}}| = \dfrac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} \\ \text{方向：与位移方向一致} \end{cases}$

B. 平均速率 $\bar{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$ 标量

平均速度的大小一般不等于平均速率。

平均速度和平均速率只能粗略描写质点位置变动的快慢和方向。

C. 瞬时速度

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k}$$

矢量 $\begin{cases}\text{大小：}v=|\vec{v}|=\left|\dfrac{d\vec{r}}{dt}\right|=\dfrac{|d\vec{r}|}{dt}=\dfrac{ds}{dt}\\ \text{方向沿着该时刻质点所在处运动轨道的切线方向指向前方。}\end{cases}$

D. 瞬时速率

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{ds}{dt}$$

（瞬时）速率是标量

（瞬时）速率等于（瞬时）速度的大小。

4、加速度矢量

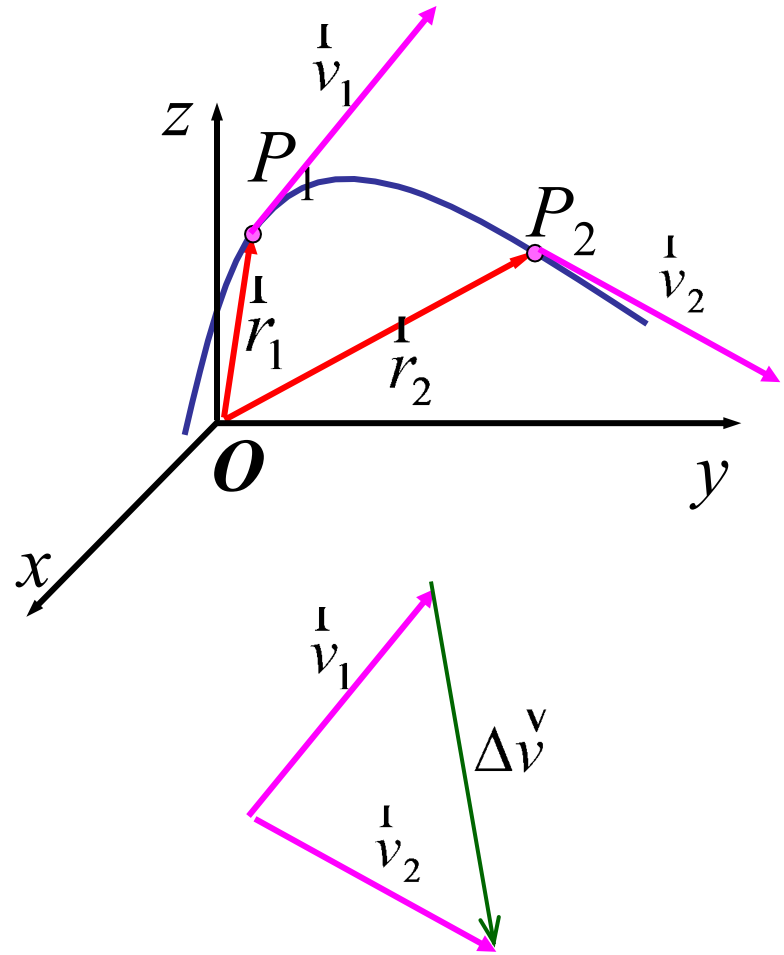
加速度是反映质点速度大小和方向变化快慢的物理量。

A. 平均加速度

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

B. 瞬时加速度

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$



思考题

:

1. 质点作曲线运动，判断下列说法的正误。

$\left|\Delta \vec{r}\right| = \Delta r$ （X）　　$\Delta s = \Delta r$ （X）

$\Delta\left|\vec{r}\right| = \Delta r$ （√）　　$\Delta s = \left|\Delta \vec{r}\right|$ （X）

$\Delta s = \Delta\left|\vec{r}\right|$ （X）

2. 物体在某一时刻开始运动，在Δt时间后，经任意路径回到出发点，此时速度的大小与开始时相同，但方向不同，问在Δt时间内的平均速度是否为零?平均加速度是否为零?

答：平均速度为零；平均加速度不为零。

例1-1 已知一质点的运动方程 $\vec{r}(t)=a\cos\pi t\vec{i}+b\sin\pi t\vec{j}$

求：（1）质点的速度和加速度。（2）质点的轨道。

（3）0-- $\frac{1}{2}$ s内的位移和平均速度。

解：（1）$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=-a\pi\sin\pi t\vec{i}+a\pi\cos\pi t\vec{j}$

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=-a\pi^2\cos\pi t\vec{i}-a\pi^2\sin\pi t\vec{j}$$

（2）由运动方程的矢量式得直角坐标系的分量式

$$\begin{cases}x=a\cos\pi t\\ y=a\sin\pi t\end{cases}\Rightarrow x^2+y^2=a^2$$

质点的轨道是半径为 a 的圆.

（3） $\vec{r}(0) = a\vec{i}$ $\vec{r}(\frac{1}{2}) = a\vec{j}$

$0\text{--}\frac{1}{2}$ s内的位移

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(\frac{1}{2}) - \vec{r}(0) = a\vec{j} - a\vec{i} = -a(\vec{i} - \vec{j})$$

平均速度

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = -2a(\vec{i} - \vec{j})$$

例1-2 已知质点的加速度 $\vec{a}=-9.8\vec{j}$，初始时刻，$\vec{v}_0=5\vec{i}+5\vec{j}$

$\vec{r}_0=0$ 求：质点在任意时刻的速度和位置。

解： 已知 $\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}=-9.8\vec{j}$ 分离变量 $d\vec{v}=-9.8\cdot dt\cdot\vec{j}$

两边积分 $\int_{5\vec{i}+5\vec{j}}^{\vec{v}}d\vec{v}=\int_0^t-9.8dt\vec{j}$ $\vec{v}-(5\vec{i}+5\vec{j})=-9.8t\vec{j}$

$$\vec{v}=5\vec{i}-(9.8t-5)\vec{j}$$

已知 $\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}=5\vec{i}-(9.8t-5)\vec{j}$ 分离变量 $d\vec{r}=\left[5\vec{i}-(9.8t-5)\vec{j}\right]dt$

两边积分 $\int_0^{\vec{r}}d\vec{r}=\int_0^t[5\vec{i}-(9.8t-5)\vec{j}]dt$

$$\vec{r}=5t\vec{i}-(4.9t^2-5t)\vec{j}$$

例1-3 一质点在xoy平面内运动，运动方程为

$$\vec{r} = 2t\vec{i} + (19 - 2t^2)\vec{j}$$

求速度与位矢垂直的时间？

解： $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 2\vec{i} - 4t\vec{j}$

$\vec{v}$与$\vec{r}$垂直时，两矢量点积为0，即

$$2t \cdot 2 + (19 - 2t^2)(-4t) = 0$$

解此方程得 $t = 0$ 或 $t = \pm 3$

$t = -3$ 舍去

课后习题

1-1

1-2

1-3