2021-2022 高考数学模拟试卷

注意事项:
1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2．答题时请按要求用笔。
3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．复数 $2i(1+i)$ 的模为（　　）.

A． $\frac{1}{2}$　　**B．** 1　　**C．** 2　　**D．** $2\sqrt{2}$

2．已知变量的几组取值如下表：

x	1	2	3	4
y	2.4	4.3	5.3	7

若 y 与 x 线性相关，且 $\hat{y}=0.8x+a$，则实数 $a=$（　　）

A． $\frac{7}{4}$　　**B．** $\frac{11}{4}$　　**C．** $\frac{9}{4}$　　**D．** $\frac{13}{4}$

3．已知函数 $f(x)=|\cos x|+\sin x$，则下列结论中正确的是

①函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π；

②函数 $f(x)$ 的图象是轴对称图形；

③函数 $f(x)$ 的极大值为 $\sqrt{2}$；

④函数 $f(x)$ 的最小值为 -1.

A． ①③　　**B．** ②④

C． ②③　　**D．** ②③④

4．双曲线 ***C***：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的离心率是 **3**，焦点到渐近线的距离为 $\sqrt{2}$，则双曲线 ***C*** 的焦距为（　　）

A． 3　　**B．** $3\sqrt{2}$　　**C．** 6　　**D．** $6\sqrt{2}$

5．设 x，y 满足 $\begin{cases}2x+y\geq 4\\x-y\geq -1\\x-2y\leq 2\end{cases}$，则 $z=x+y$ 的取值范围是（　　）

A． $[-5,3]$　　**B．** $[2,3]$　　**C．** $[2,+\infty)$　　**D．** $(-\infty,3]$

6．“$b=2$”是“函数 $f\left(x\right)=\left(2b^2-3b-1\right)x^{\alpha}$（$\alpha$ 为常数）为幂函数”的（　　）

A．充分不必要条件　　　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　　　D．既不充分又不必要条件

7．设 $P=\{y\,|y=-x^2+1,\ x\in \mathbf{R}\}$，$Q=\{y\,|y=2^x,\ x\in \mathbf{R}\}$，则

A．$P\subseteq Q$　　　　B．$Q\subseteq P$

C．$\complement_R P\subseteq Q$　　　　D．$Q\subseteq \complement_R P$

8．下列四个结论中正确的个数是

（1）对于命题 $p:\exists x_0\in R$ 使得 $x_0^2-1\le 0$，则 $\neg p:\exists x\in R$ 都有 $x^2-1>0$；

（2）已知 $X\sim N(2,\sigma^2)$，则 $P(X>2)=0.5$

（3）已知回归直线的斜率的估计值是 2，样本点的中心为（4,5），则回归直线方程为 $\hat{y}=2x-3$；

（4）“$x\ge 1$”是“$x+\frac{1}{x}\ge 2$”的充分不必要条件.

A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

9．关于圆周率 π，数学发展史上出现过许多很有创意的求法，如著名的浦丰实验和查理斯实验．受其启发，我们也可以通过设计下面的实验来估计 π 的值：先请全校 m 名同学每人随机写下一个都小于1的正实数对 $\left(x,y\right)$；再统计两数能与1构成钝角三角形三边的数对 $\left(x,y\right)$ 的个数 a；最后再根据统计数 a 估计 π 的值，那么可以估计 π 的值约为（　　）

A．$\dfrac{4a}{m}$　　　　B．$\dfrac{a+2}{m}$　　　　C．$\dfrac{a+2m}{m}$　　　　D．$\dfrac{4a+2m}{m}$

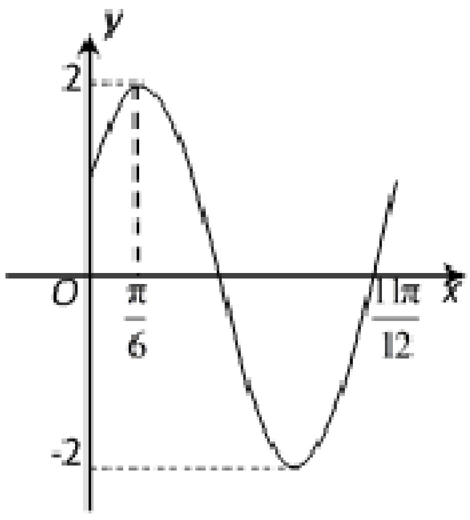
10．已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{13,5\}$，$B=\{2,3,4\}$，则集合 $\complement_U\left(A\cup B\right)=$（　　）

A．$\{1,2,6\}$　　　　B．$\{1,3,6\}$　　　　C．$\{1,6\}$　　　　D．$\{6\}$

11．点 O 在 ΔABC 所在的平面内，$\left|\overrightarrow{OA}\right|=\left|\overrightarrow{OB}\right|=\left|\overrightarrow{OC}\right|$，$\left|\overrightarrow{AB}\right|=2$，$\left|\overrightarrow{AC}\right|=1$，$\overrightarrow{AO}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}\left(\lambda,\mu\in \mathrm{R}\right)$，且 $4\lambda-\mu=2\left(\mu\ne 0\right)$，则 $\left|\overrightarrow{BC}\right|=$（　　）

A．$\dfrac{7}{3}$　　　　B．$\dfrac{\sqrt{7}}{2}$　　　　C．7　　　　D．$\sqrt{7}$

12．已知函数 $f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$（$A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）的部分图象如图所示，且 $f(a+x)+f(a-x)=0$，则 $|a|$ 的最小值为（　　）



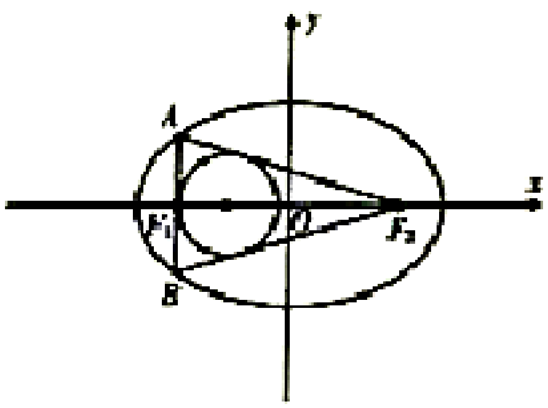
A．$\dfrac{\pi}{12}$　　B．$\dfrac{\pi}{6}$

C．$\dfrac{\pi}{3}$　　D．$\dfrac{5\pi}{12}$

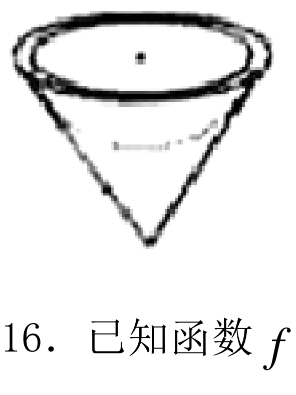
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．我国古代名著《张丘建算经》中记载：“今有方锥下广二丈，高三丈，欲斩末为方亭；令上方六尺：问亭方几何？”大致意思是：有一个四棱锥下底边长为二丈，高三丈；现从上面截取一段，使之成为正四棱台状方亭，且四棱台的上底边长为六尺，则该正四棱台的高为________尺，体积是_______立方尺（注：**1** 丈**=10** 尺）**.**

14．已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，如图 AB 是过 F_1 且垂直于长轴的弦，则 ΔABF_2 的内切圆方程是________**.**



15．如图，在一个倒置的高为 **2** 的圆锥形容器中，装有深度为 h 的水，再放入一个半径为 **1** 的不锈钢制的实心半球后，半球的大圆面、水面均与容器口相平，则 h 的值为____________**.**



16．已知函数 $f(x)=a\ln(2x)-e^{\frac{2x}{e}}$ 有且只有一个零点，则实数 a 的取值范围为__________**.**

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知 $f(x)=x\ln x$ 与 $y=a$ 有两个不同的交点 A，B，其横坐标分别为 x_1，x_2（$x_1<x_2$）**.**

（**1**）求实数 a 的取值范围；

（2）求证：$ae+1<x_2-x_1<\dfrac{3a+2+e^{-3}}{2}$.

18．（12 分）已知定点 $A(-3,0)$，$B(3,0)$，直线 AM、BM 相交于点 M，且它们的斜率之积为 $-\dfrac{1}{9}$，记动点 M 的轨迹为曲线 C。

（1）求曲线 C 的方程；

（2）过点 $T(1,0)$ 的直线与曲线 C 交于 P、Q 两点，是否存在定点 $S(x_0,0)$，使得直线 SP 与 SQ 斜率之积为定值，若存在，求出 S 坐标；若不存在，请说明理由。

19．（12 分）在极坐标系中，曲线 C 的方程为 $\rho\cos^2\theta=a\sin\theta\ (a>0)$，以极点为原点，极轴所在直线为 x 轴建立直角坐标，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=2-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=-1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数），l 与 C 交于 M，N 两点.

（1）写出曲线 C 的直角坐标方程和直线 l 的普通方程；

（2）设点 $P(2,-1)$，若 $|PM|$、$|MN|$、$|PN|$ 成等比数列，求 a 的值

20．（12 分）某企业生产一种产品，从流水线上随机抽取 100 件产品，统计其质量指标值并绘制频率分布直方图（如图 1）：规定产品的质量指标值在 $[65,85)$ 的为劣质品，在 $[85,105)$ 的为优等品，在 $[105,115]$ 的为特优品，销售时劣质品每件亏损 0.8 元，优等品每件盈利 4 元，特优品每件盈利 6 元，以这 100 件产品的质量指标值位于各区间的频率代替产品的质量指标值位于该区间的概率.

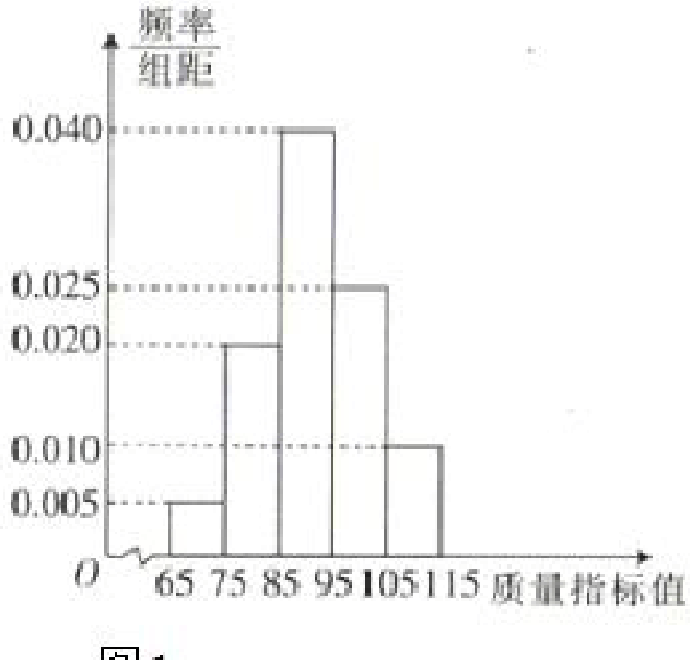


图 1

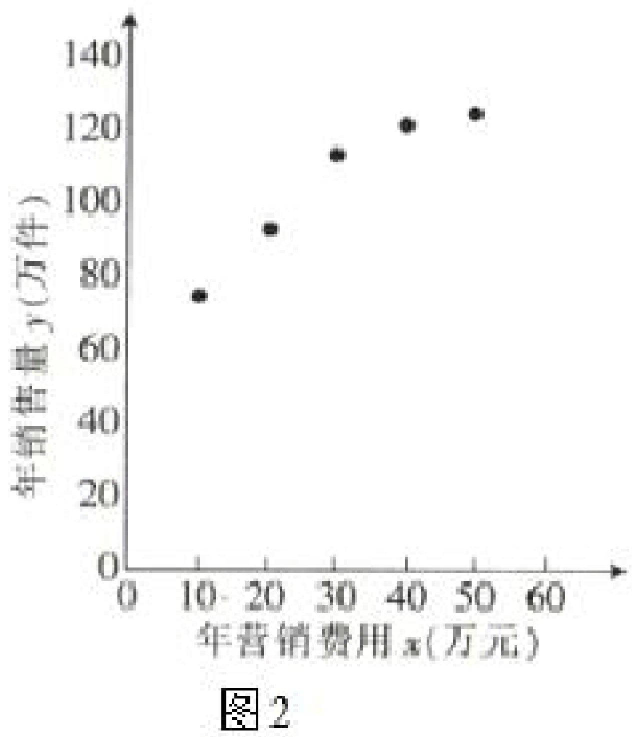


图 2

（1）求每件产品的平均销售利润；

（2）该企业主管部门为了解企业年营销费用 x（单位：万元）对年销售量 y（单位：万件）的影响，对该企业近 5 年

的年营销费用 x_i 和年销售量 y_i，$(i=1,2,3,4,5)$ 数据做了初步处理，得到的散点图（如图 **2**）及一些统计量的值.

$\sum_{i=1} u_i$	$\sum_{i=1} v_i$	$\sum_{i=1} (u_i-\overline{u})(v_i-\overline{v})$	$\sum_{i=1} (u_i-\overline{u})^2$
16.35	23.4	0.54	1.62

表中 $u_i=\ln x_i$，$v_i=\ln y_i$，$\overline{u}=\frac{1}{5}\sum_{i=1} u_i$，$\overline{v}=\frac{1}{5}\sum_{i=1} v_i$.

根据散点图判断，$y=ax^b$ 可以作为年销售量 y（万件）关于年营销费用 x（万元）的回归方程.

①求 y 关于 x 的回归方程;

②用所求的回归方程估计该企业每年应投入多少营销费，才能使得该企业的年收益的预报值达到最大?（收益＝销售利润－营销费用，取 $e^{3.59}=36$）

附：对于一组数据 (u_1,v_1)，(u_2,v_2)，$\cdots$，(u_n,v_n)，其回归直线 $\hat{v}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}u$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为

$$\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}(u_i-\overline{u})(v_i-\overline{v})}{\sum_{i=1}(u_i-\overline{u})^2}，\hat{\alpha}=\overline{v}-\hat{\beta}\overline{u} .$$

21.（12分）某社区服务中心计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶 **5** 元，售价每瓶 **7** 元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶 **2** 元的价格当天全部处理完**.**根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温（单位：摄氏度℃）有关**.**如果最高气温不低于 **25**，需求量为 **600** 瓶；如果最高气温位于区间 $[20,25)$，需求量为 **500** 瓶；如果最高气温低于 **20**，需求量为 **300** 瓶**.**为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得下面的频数分布表：

最高气温	$[10,15)$	$[15,20)$	$[20,25)$	$[25,30)$	$[30,35)$	$[35,40)$
天数	**4**	**14**	**36**	**27**	**6**	**3**

以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率**.**

（**1**）求六月份这种酸奶一天的需求量 X（单位：瓶）的分布列;

（**2**）设六月份一天销售这种酸奶的利润为 y（单位：元），当六月份这种酸奶一天的进货量为 n（单位：瓶）时，y 的数学期望的取值范围?

22.（10分）已知 $\triangle ABC$ 满足________，且 $b=\sqrt{6}$，$A=\frac{2\pi}{3}$，求 $sinC$ 的值及 $\triangle ABC$ 的面积**.**（从① $B=\frac{\pi}{4}$，② $a=\sqrt{3}$，③ $a=3\sqrt{2}sinB$ 这三个条件中选一个，补充到上面问题中，并完成解答**.**）

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【解析】

利用复数代数形式的乘除运算化简，再由复数模的计算公式求解.

【详解】

解： $2i(1+i)=-2+2i$，

$\therefore$ 复数 $2i(1+i)$ 的模为 $\sqrt{(-2)^2+2^2}=2\sqrt{2}$.

故选：**D**.

【点睛】

本题主要考查复数代数形式的乘除运算，考查复数模的求法，属于基础题.

2、**B**

【解析】

求出 $\overline{x},\overline{y}$，把坐标 $(\overline{x},\overline{y})$ 代入方程可求得 a.

【详解】

据题意，得 $\overline{x}=\frac{1}{4}(1+2+3+4)=\frac{5}{2},\overline{y}=\frac{1}{4}(2.4+4.3+5.3+7)=\frac{19}{4}$，所以 $\frac{19}{4}=0.8\times\frac{5}{2}+a$，所以 $a=\frac{11}{4}$.

故选：**B**.

【点睛】

本题考查线性回归直线方程，由性质线性回归直线一定过中心点 $(\overline{x},\overline{y})$ 可计算参数值.

3、**D**

【解析】

因为 $f(x+\pi)=|\cos(x+\pi)|+\sin(x+\pi)=|\cos x|-\sin x\neq f(x)$，所以①不正确；

因为 $f(x)=|\cos x|+\sin x$，所以 $f(\frac{\pi}{2}+x)=|\cos(\frac{\pi}{2}+x)|+\sin(\frac{\pi}{2}+x)=|\sin x|+\cos x$，

$f(\frac{\pi}{2}-x)=|\cos(\frac{\pi}{2}-x)|+\sin(\frac{\pi}{2}-x)=|\sin x|+\cos x$，所以 $f(\frac{\pi}{2}+x)=f(\frac{\pi}{2}-x)$，

所以函数 $f(x)$ 的图象是轴对称图形，②正确；

易知函数 $f(x)$ 的最小正周期为 2π，因为函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{2}$ 对称，所以只需研究函数 $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}]$ 上的极大值与最小值即可．当 $\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$ 时，$f(x)=-\cos x+\sin x=\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})$，且 $\frac{\pi}{4}\le x-\frac{\pi}{4}\le\frac{5\pi}{4}$，令 $x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$，得 $x=\frac{3\pi}{4}$，可知函数 $f(x)$ 在 $x=\frac{3\pi}{4}$ 处取得极大值为 $\sqrt{2}$，③正确；

因为 $\frac{\pi}{4}\le x-\frac{\pi}{4}\le\frac{5\pi}{4}$，所以 $-1\le\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})\le\sqrt{2}$，所以函数 $f(x)$ 的最小值为 -1，④正确.

故选 **D**.

4、**A**

【解析】

根据焦点到渐近线的距离，可得 b，然后根据 $b^2=c^2-a^2,e=\frac{c}{a}$，可得结果.

【详解】

由题可知：双曲线的渐近线方程为 $bx\pm ay=0$

取右焦点 $F(c,0)$，一条渐近线 $l:bx-ay=0$

则点 F 到 l 的距离为 $\frac{|bc|}{\sqrt{b^2+a^2}}=\sqrt{2}$，由 $b^2+a^2=c^2$

所以 $b=\sqrt{2}$，则 $c^2-a^2=2$

又 $\frac{c}{a}=3\Rightarrow\frac{c^2}{a^2}=9\Rightarrow a^2=\frac{c^2}{9}$

所以 $c^2-\frac{c^2}{9}=2\Rightarrow c=\frac{3}{2}$

所以焦距为：$2c=3$

故选：**A**

【点睛】

本题考查双曲线渐近线方程，以及 a,b,c,e 之间的关系，识记常用的结论：焦点到渐近线的距离为 b，属基础题.

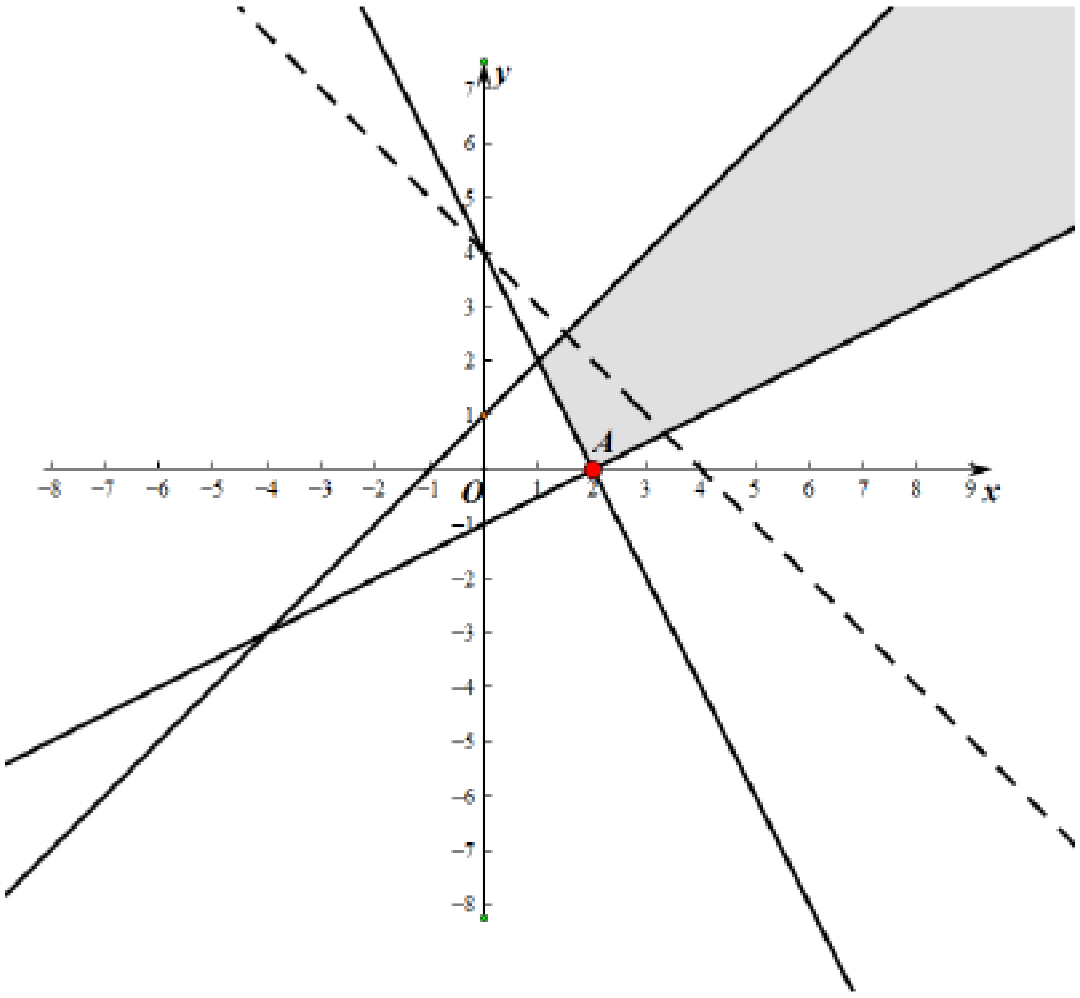
5、**C**

【解析】

首先绘制出可行域，再绘制出目标函数，根据可行域范围求出目标函数中 z 的取值范围.

【详解】

由题知x，y满足$\begin{cases}2x+y\geq 4\\ x-y\geq -1\\ x-2y\leq 2\end{cases}$，可行域如下图所示，



可知目标函数在点$A(2,0)$处取得最小值，

故目标函数的最小值为$z=x+y=2$，

故$z=x+y$的取值范围是$[2,+\infty)$.

故选：**D.**

【点睛】

本题主要考查了线性规划中目标函数的取值范围的问题，属于基础题.

6、**A**

【解析】

根据幂函数定义，求得b的值，结合充分条件与必要条件的概念即可判断.

【详解】

$\because$当函数$f(x)=(2b^2-3b-1)x^a$为幂函数时，$2b^2-3b-1=1$，

解得$b=2$或$-\dfrac{1}{2}$，

$\therefore$“$b=2$”是“函数$f(x)=(2b^2-3b-1)x^a$为幂函数”的充分不必要条件.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查了充分必要条件的概念和判断，幂函数定义的应用，属于基础题.

7、**C**

【解析】

解：因为 **P ={y|y=-x^2+1，x∈R}={y|y≤1}，Q ={y| y=2^x，x∈R }={y|y>0},**因此选 **C**

8、**C**

【解析】

由题意，（**1**）中，根据全称命题与存在性命题的关系，即可判定是正确的；（**2**）中，根据正态分布曲线的性质，即可判定是正确的；（**3**）中，由回归直线方程的性质和直线的点斜式方程，即可判定是正确；（**4**）中，基本不等式和充要条件的判定方法，即可判定.

【详解】

由题意，（**1**）中，根据全称命题与存在性命题的关系，可知命题 $p:\exists x_0\in R$ 使得 $x_0^2-1\le 0$，则 $\neg p:\forall x\in R$ 都有 $x^2-1>0$，是错误的；

（**2**）中，已知 $X\sim N\left(2,\sigma^2\right)$，正态分布曲线的性质，可知其对称轴的方程为 $x=2$，所以 $P(X>2)=0.5$ 是正确的；

（**3**）中，回归直线的斜率的估计值是 **2**，样本点的中心为（**4,5**），由回归直线方程的性质和直线的点斜式方程，可得回归直线方程为 $\hat{y}=2x-3$ 是正确；

（**4**）中，当 $x\ge 1$ 时，可得 $x+\frac{1}{x}\ge 2\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}=2$ 成立，当 $x+\frac{1}{x}\ge 2$ 时，只需满足 $x>0$，所以“$x\ge 1$”是“$x+\frac{1}{x}\ge 2$”成立的充分不必要条件.

【点睛】

本题主要考查了命题的真假判定及应用，其中解答中熟记含有量词的否定、正态分布曲线的性质、回归直线方程的性质，以及基本不等式的应用等知识点的应用，逐项判定是解答的关键，着重考查了分析问题和解答问题的能力，属于基础题.

9、**D**

【解析】

由试验结果知 m 对 **0**～**1** 之间的均匀随机数 x,y ，满足 $\begin{cases}0<x<1\\0<y<1\end{cases}$，面积为 **1**，再计算构成钝角三角形三边的数对 (x,y)，满足条件的面积，由几何概型概率计算公式，得出所取的点在圆内的概率是圆的面积比正方形的面积，即可估计 π 的值.

【详解】

解：根据题意知，m 名同学取 m 对都小于 1 的正实数对 $\left(x,y\right)$，即 $\begin{cases}0<x<1\\0<y<1\end{cases}$，

对应区域为边长为1的正方形，其面积为1，

若两个正实数 x, y 能与1构成钝角三角形三边，则有 $\begin{cases} x^2+y^2<1 \\ x+y>1 \\ 0<x<1 \\ 0<y<1 \end{cases}$，

其面积 $S=\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$；则有 $\frac{a}{m}=\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$，解得 $\pi=\frac{4a+2m}{m}$

故选：D.

【点睛】

本题考查线性规划可行域问题及随机模拟法求圆周率的几何概型应用问题. 线性规划可行域是一个封闭的图形，可以直接解出可行域的面积；求解与面积有关的几何概型时，关键是弄清某事件对应的面积，必要时可根据题意构造两个变量，把变量看成点的坐标，找到试验全部结果构成的平面图形，以便求解.

10、**D**

【解析】

根据集合的混合运算，即可容易求得结果.

【详解】

$A\cup B=\{1,2,3,4,5\}$，故可得 $\complement_U(A\cup B)=\{6\}$.

故选：**D.**

【点睛】

本题考查集合的混合运算，属基础题.

11、**D**

【解析】

确定点 O 为 ΔABC 外心，代入化简得到 $\lambda=\frac{5}{6}$，$\mu=\frac{4}{3}$，再根据 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$ 计算得到答案.

【详解】

由 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OC}|$ 可知，点 O 为 ΔABC 外心，

则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2=2$，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}^2=\frac{1}{2}$，又 $\overrightarrow{AO}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，

所以 $\begin{cases} \overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{AB}^2+\mu\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=4\lambda+\mu\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=2, \\ \overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}=\lambda\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\mu\overrightarrow{AC}^2=\lambda\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\mu=\frac{1}{2}, \end{cases}$ ①

因为$4\lambda-\mu=2$，②

联立方程①②可得$\lambda=\dfrac{5}{6}$，$\mu=\dfrac{4}{3}$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-1$，因为$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$，

所以$\overrightarrow{BC}^2=\overrightarrow{AC}^2+\overrightarrow{AB}^2-2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=7$，即$\left|\overrightarrow{BC}\right|=\sqrt{7}$.

故选：D

【点睛】

本题考查了向量模长的计算，意在考查学生的计算能力.

12、**A**

【解析】

a是函数$f(x)$的零点，根据五点法求出图中零点及y轴左边第一个零点可得.

【详解】

由题意$\dfrac{3}{4}T=\dfrac{11\pi}{12}-\dfrac{\pi}{6}$，$T=\pi$，$\therefore$函数$f(x)$在$y$轴右边的第一个零点为$\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{5\pi}{12}$，在$y$轴左边第一个零点是$\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{\pi}{4}=-\dfrac{\pi}{12}$，

$\therefore\left|a\right|$的最小值是$\dfrac{\pi}{12}$.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查三角函数的周期性，考查函数的对称性．函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$的零点就是其图象对称中心的横坐标.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、**21　　3892**

【解析】

根据题意画出图形，利用棱锥与棱台的结构特征求出正四棱台的高，再计算它的体积.

【详解】

如图所示：