

2023-2024 学年沪科版八年级数学下学期期中模拟试卷（2）

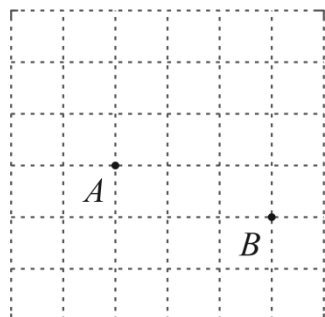
满分：120 分 测试范围：二次根式、一元二次方程、勾股定理

一、选择题。（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

- 下列方程中一定是一元二次方程的是（ ）
A. $x^2 + 1 = 0$ B. $\frac{1}{x^2} + 2x = 5$
C. $2x^2 + 3x = 2(x - 2)^2 + 1$ D. $ax^2 + 2x + 1 = 0$ （ a 为常数）
- 下列各式中，正确的是（ ）
A. $\sqrt{(-3)^2} = -3$ B. $-\sqrt{3^2} = -3$ C. $\sqrt{(-3)^2} = \pm 3$ D. $\sqrt{3^2} = \pm 3$
- 函数 $y = \sqrt{x+5}$ 中，自变量 x 的取值范围是（ ）
A. $x \geq 5$ B. $x < -5$ C. $x > -5$ D. $x \geq -5$
- “灼灼媚眼沁桃花，皮薄肉腴入口佳，天女贪食怕人笑，强留云腿作琵琶”。其中提到的宣威火腿是云南著名地方特产之一，也是国家地理标志证明商标。某县大力推进宣威火腿产业发展，助力乡村振兴。已知该县 2021 年生产宣威火腿 657 吨，2023 年产量达到 795 吨，若设这两年宣威火腿产量的年平均增长率为 x ，则可列方程为（ ）
A. $657(1+x) = 795$ B. $657(1+x^2) = 795$ C. $657(1-x) = 795$ D. $657(1+x)^2 = 795$
- 下列各组数，可以作为直角三角形的三边长的是（ ）
A. 1, 2, 3 B. 1, 1, 2 C. 5, 12, 15 D. 6, 8, 10
- 下列运算正确的是（ ）
A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $\sqrt{18} = 2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{5}$ D. $2 \div \sqrt{2} = \sqrt{2}$
- $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c ，由下列条件不能判断它是直角三角形的是（ ）
A. $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ B. $\angle A = \angle B - \angle C$
C. $a^2 = (b+c)(b-c)$ D. $a : b : c = 3 : 4 : 5$
- 如果梯子的底端离建筑物底部 8 米，则 17 米长的梯子可以达到建筑物的高度是（ ）
A. 12 米 B. 13 米 C. 14 米 D. 15 米
- 一次函数 $y = -x + 2$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点，则 AB 长为（ ）

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. 4

10. 如图是一个 6×6 的正方形网格，每个小正方形的顶点都是格点， $\text{Rt}\triangle ABC$ 的顶点都是图中的格点，其中点A、点B的位置如图所示，则点C可能的位置共有（ ）。



- A. 10个 B. 9个 C. 7个 D. 6个

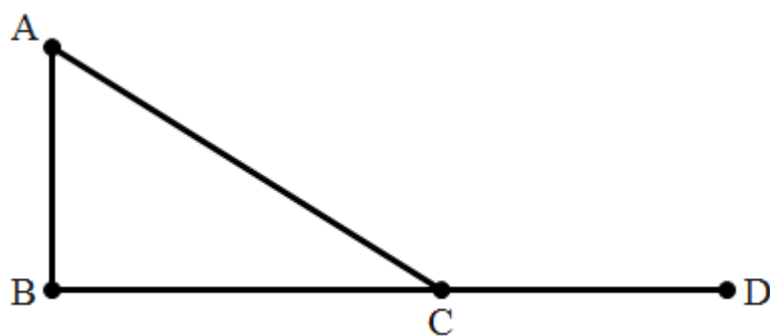
二、填空题. (共4小题, 每小题3分, 共12分)

11. 若 $\sqrt{150x}$ 是一个整数, 则最小正整数 x 的值是_____.

12. 计算 $\sqrt{\frac{1}{4}} \times \sqrt{16}$ 的结果为_____.

13. 要使 $\sqrt{3-x}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

14. 如图, 小明家(A)在小亮家(B)的正北方, 某日, 小明与小亮约好去图书馆(D), 一小明行走的路线是 $A \rightarrow C \rightarrow D$, 小亮行走的路线是 $B \rightarrow C \rightarrow D$, 已知 $AB = 3\text{km}$, $BC = 4\text{km}$, $CD = 5\text{km}$, $\angle ABC = 90^\circ$, 已知小明骑自行车速度为 $a \text{ km/分钟}$, 小亮走路, 速度为 0.1km 分钟. 小亮出发20分钟后小明再出发, 若小明在路上遇到小亮, 则带上小亮一起去图书馆, 为了使小亮能坐上小明的顺风车, 则 a 的取值范围是_____。



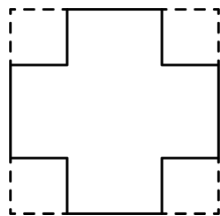
三、解答题 (共9小题, 共78分)

15. 计算:

(1) $(\sqrt{48} + 2\sqrt{6}) \div \sqrt{3}$;

$$(2)(2\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 - (\sqrt{6}-\sqrt{5})(\sqrt{6}+\sqrt{5}).$$

16. 如图，从一张面积为 108cm^2 的正方形纸板的四个角上各剪掉一个面积为 8cm^2 的小正方形，将剩余部分制作成一个无盖的长方体盒子。



(1)原来大正方形的边长为_____cm；剪掉的四个小正方形的边长为_____cm。（结果用最简二次根式表示）

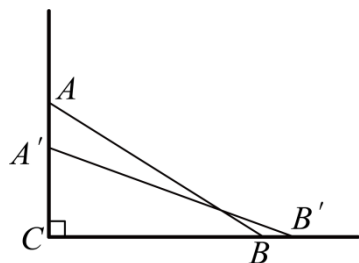
(2)分别求这个长方体盒子的底面边长和体积。（结果精确到 0.01cm ，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ， $\sqrt{6} \approx 2.45$ ）

17. 甲、乙两工程队共同承建某高速铁路桥梁工程，计划每天各施工6米。已知甲乙每天施工所需成本共108万元。因地质情况不同，甲每合格完成1米桥梁施工成本比乙每合格完成1米的桥梁施工成本多2万元。

(1)分别求出甲，乙每合格完成1米的桥梁施工成本；

(2)实际施工开始后，甲每合格完成1米隧道施工成本增加 $\frac{1}{6}a$ 万元，且每天多挖 $\frac{1}{24}a$ 。乙每合格完成1米隧道施工成本增加 $\frac{1}{3}a$ 万元，且每天多挖 $\frac{1}{8}a$ 米。若最终每天实际总成本比计划多 $\left(24 + \frac{11}{2}a\right)$ 万元，求 a 的值。

18. 如图，一架长5m的梯子 AB 斜靠在墙 AC 上，墙面垂直于地面，此时，梯子的底端 B 离墙底 C 的距离 BC 为4m。



(1)求此时梯子的顶端 A 距地面的高度 AC ；

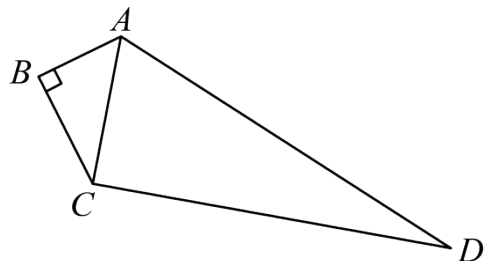
(2)如果梯子的顶端 A 下滑了1m，那么梯子的底端 B 在水平方向上向右滑动了多远？

19. 已知关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 - ax + 1 = 0 (a \neq 1)$ 。

(1)求证：方程一定有两个实数根；

(2)如果 a 为整数且方程的两个根均为整数，求 a 的值.

20. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $BC = 4$ ，点 D 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 外一点，连接 CD ， AD ，且 $CD = 12$ ， $AD = 13$. 求四边形 $ABCD$ 的面积



21. 像 $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$ ， $\sqrt{\sqrt{48}-\sqrt{45}}$... 这样的根式叫做复合二次根式. 有一些复合二次根式可以借助构造完全平方方式进行化简，如：

$$\sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{3-2\sqrt{3}+1} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times 1 + 1^2} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}-1.$$

$$\text{再如：} \sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{3+2\sqrt{6}+2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

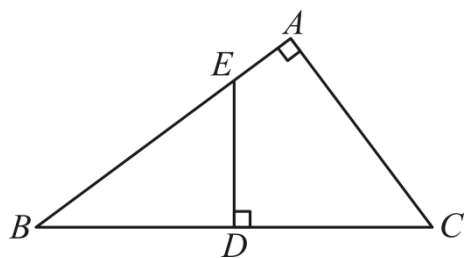
请用上述方法探索并解决下列问题：

(1)化简： $\sqrt{12+2\sqrt{35}}$ ；

(2)化简： $\sqrt{17-4\sqrt{15}}$ ；

(3)若 $a+6\sqrt{5}=(m+\sqrt{5}n)^2$ ，且 a, m, n 为正整数，求 a 的值.

22. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 90^\circ$ ， D 是斜边 BC 的中点， $DE \perp BC$ 交 AB 于点 E ，连接 CE .



(1)求证： $BE^2 - AE^2 = AC^2$ ；

(2)若 $AC = 6$ ， $BD = 5$ ，求 $\triangle ACE$ 的周长及 AE 的长.

23. 一数学兴趣小组探究勾股定理在折叠中的应用，如图，将一张长方形纸片 $ABCD$ 放在平面直角坐标系中，点 A 与原点 O 重合，顶点 B, D 分别在 x 轴、 y 轴上， $AB = 4$ ， $AD = 3$ ， P 为边 CD 上一动点，连接 BP ，将 $\triangle BCP$ 沿 BP 折叠，点 C 落在点 C' 处.

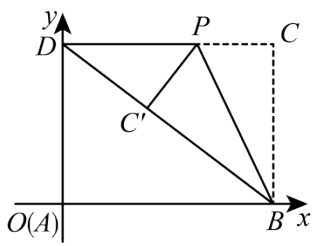


图1

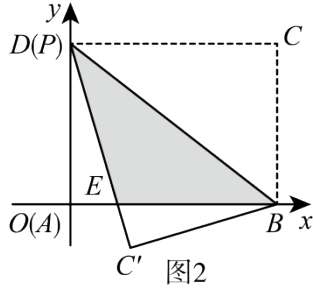
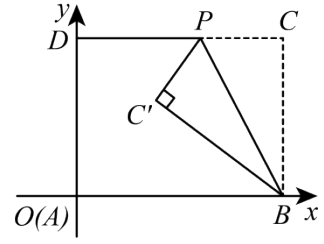


图2



备用图

- (1)如图 1, 连接 BD , 当点 C' 在线段 BD 上时, 求点 P 的坐标.
- (2)如图 2, 当点 P 与点 D 重合时, 沿 BD 将 $\triangle BCD$ 折叠得 $\triangle BC'D$, DC' 与 x 轴交于点 E , 求 $\triangle BDE$ 的面积.
- (3)是否存在点 P , 使得点 C' 到长方形的两条较长边的距离之比为 $1:2$? 若存在, 直接写出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

1. A

【分析】只含有一个未知数，且含有未知数的项的最高次数为 2 的整式方程，叫做一元二次方程，据此判断即可.

【详解】解：A、是一元二次方程，符合题意；

B、不是整式方程，不是一元二次方程，不符合题意；

C、化简后不含二次项，不是一元二次方程，不符合题意；

D、当 $a=0$ 时，不是一元二次方程，不符合题意；

故选 A.

2. B

【分析】直接利用二次根式的性质对各选项进行判断即可.

【详解】A. $\sqrt{(-3)^2} = 3$ ，故 A 错误；

B. $-\sqrt{3^2} = -3$ ，故 B 正确；

C. $\sqrt{(-3)^2} = 3$ ，故 C 错误；

D. $\sqrt{3^2} = 3$ ，故 D 错误.

故选：B.

【点睛】本题考查了二次根式的性质与化简，灵活应用二次根式的性质进行计算，是解题的关键.

3. D

【分析】根据二次根式有意义的条件解答即可.

【详解】由题意可得： $x+5 \geq 0$

解得： $x \geq -5$

故选：D.

【点睛】本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：（1）当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；（2）当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；（3）当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

4. D

【分析】本题主要考查一元二次方程的应用（增长率问题），设这两年宣威火腿产量的年平均增长率为 x ，根据题意列出方程即可.

【详解】设这两年宣威火腿产量的年平均增长率为 x ，

根据题意得 $657(1+x)^2 = 795$.

故选 D.

5. D

【分析】A、C、D 根据勾股定理的逆定理，求出两个数字小的边的平方和，再求出大边的平方，看是否相等来求解，B 根据三角形三边关系来求解.

【详解】解：A. 因为 $2^2 + 1^2 \neq 3^2$ ，所以三角形不是直角三角形，故选项不符合题意；

B. $1+1=2$ ，不能组成三角形，故选项不符合题意；

C. 因为 $5^2 + 12^2 \neq 15^2$ ，所以三角形不是直角三角形，故选项不符合题意；

D. 因为 $6^2 + 8^2 = 10^2$ ，所以三角形是直角三角形，故选项符合题意.

故选：D.

【点睛】本题考查了对勾股定理的逆定理的运用，勾股定理的逆定理是：如果一个三角形的三边分别是 a 、 b 、 c (c 最大) 满足 $a^2 + b^2 = c^2$ ，则三角形是直角三角形.

6. D

【分析】根据二次根式的加、乘除法以及二次根式的性质化简，逐项分析判断即可求解.

【详解】解：A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$ ，故该选项不正确，不符合题意；

B. $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ，故该选项不正确，不符合题意；

C. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$ ，故该选项不正确，不符合题意；

D. $2 \div \sqrt{2} = \sqrt{2}$ ，故该选项正确，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握二次根式的运算法则是解题的关键.

7. A

【分析】

本题考查勾股定理的逆定理的应用，以及三角形内角和定理. 判断三角形是否为直角三角形，可利用勾股定理的逆定理和直角三角形的定义判断. 根据三角形内角和定理可得 A、B、是否是直角三角形；根据勾股定理逆定理可判断出 C、D 是否是直角三角形.

【详解】

解：A、 $\because \angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ ， $\therefore \angle C = \frac{5}{3+4+5} \times 180^\circ = 75^\circ$ ，故不能判定 $\triangle ABC$ 是直

角三角形；

B、 $\because \angle A = \angle B - \angle C$ ， $\angle A + \angle B + \angle C = \angle B - \angle C + \angle B + \angle C = 2\angle B = 180^\circ$ ， $\therefore \angle B = 90^\circ$ ，

故 $\triangle ABC$ 为直角三角形；

C、 $\because a^2 = (b+c)(b-c)$ ， $\therefore b^2 - c^2 = a^2$ ，故 $\triangle ABC$ 为直角三角形；

D、 $\because a:b:c = 3:4:5$ ，设 $a = 3x$ ， $b = 4x$ ， $c = 5x$ ， $\therefore a^2 + b^2 = c^2$ ， $\triangle ABC$ 为直角三角形；

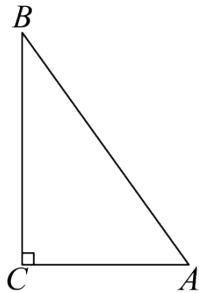
故选：A.

8. D

【分析】本题考查了勾股定理的应用. 熟练掌握勾股定理的应用是解题的关键.

由题意知，如图， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $AB = 17$ ，由勾股定理得， $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2}$ ，计算求解即可.

【详解】解：由题意知，如图， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $AB = 17$ ，



由勾股定理得， $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 15$ ，

\therefore 17米长的梯子可以达到建筑物的高度是15米，

故选：D.

9. C

【分析】本题考查了一次函数与坐标轴的交点，勾股定理，先求出 $A(2,0)$ ， $B(0,2)$ ，再由勾股定理计算即可得出答案，正确求出A，B两点的坐标是解此题的关键.

【详解】解：在 $y = -x + 2$ 中，当 $x = 0$ 时， $y = 2$ ，当 $y = 0$ 时， $-x + 2 = 0$ ，解得： $x = 2$ ，

$\therefore A(2,0)$ ， $B(0,2)$ ，

$\therefore AB = \sqrt{(2-0)^2 + (0-2)^2} = 2\sqrt{2}$ ，

故选：C.

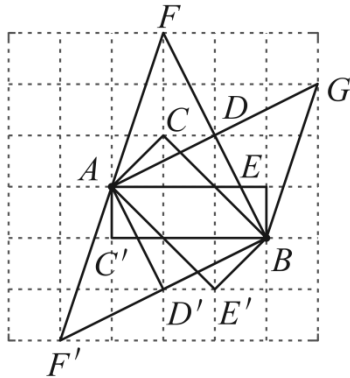
10. B

【分析】本题考查了网格中判断直角三角形，掌握勾股定理的逆定理是解题的关键。

根据网格的特点求得 AB 的长为 $\sqrt{10}$ ，分 AB 为直角边和斜边两种情况讨论，进而确定 C 点的位置。

【详解】由于每个小正方形的边长为 1，则 $AB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ ，

如图，



①当 AB 为斜边时，

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = AD^2 + BD^2 = AE^2 + BE^2 = 10$$

\therefore 可以作出 $\text{Rt}\triangle ABC$ ， $\text{Rt}\triangle ABD$ ， $\text{Rt}\triangle ABE$ 三个直角三角形

当 AB 为直角边时， $AF^2 + AB^2 = BF^2 = 20$

\therefore 可以作出 $\text{Rt}\triangle ABF$ ， $\text{Rt}\triangle ABG$ 两个直角三角形，

将上述三角以 AB 为对称轴翻折，可得出 4 个直角三角形，

综上所述，一共有 9 个直角三角形。

故选：B.

11. 6

【分析】先将 $\sqrt{150}$ 化简为最简二次根式，再取 x 的最小正整数值，使被开方数开得尽。

【详解】解： $\because \sqrt{150x} = 5\sqrt{6x}$ ，

当 $x = 0, 6, 24 \dots$ 时，都可以开方，

$\therefore 6$ 是最小正整数，

$\therefore x = 6$ 时，被开方数开得尽，结果为整数，故 $x = 6$ 。

故答案为：6.

【点睛】本题考查了二次根式的化简运算，比较基础，需要熟练掌握。

12. 2

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/676050131120010151>