

3.1.2

勾股定理

勾股定理的验证

习题链接

温馨提示：点击  进入讲评

答案呈现

 1

C

 5

3

 9

 2

3

 6

12

 10

 3

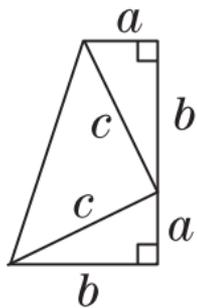
 7

 4

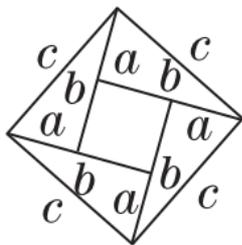
C

 8

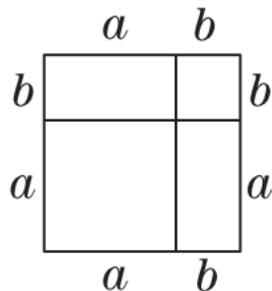
1 **【探索推理】** 下面各图，不能用来证明勾股定理的正确性的是()



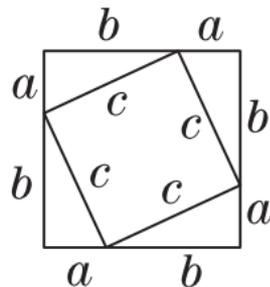
A



B



C



D

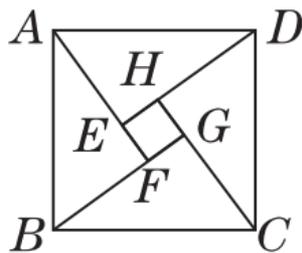


【点拨】

A. $\because \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)(a+b)$, 整理, 得 $a^2 + b^2 = c^2$, \therefore 此选项不符合题意; B. $\because 4 \times \frac{1}{2}ab + (b-a)^2 = c^2$, 整理, 得 $a^2 + b^2 = c^2$, \therefore 此选项不符合题意; C. 根据图形不能证明勾股定理, \therefore 此选项符合题意; D. $\because 4 \times \frac{1}{2}ab + c^2 = (a+b)^2$, 整理, 得 $a^2 + b^2 = c^2$, \therefore 此选项不符合题意. 故选 C.

【答案】 C

2 【2022·永州】我国古代数学家赵爽创制了一幅“赵爽弦图”，极富创新意识地给出了勾股定理的证明。如图所示，“赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形与中间的小正方形拼成的一个大正方形，若大正方形的面积是25，小正方形的面积是1，则 $AE = \underline{\quad 3 \quad}$ 。



【点拨】

∵大正方形的面积是25，小正方形的面积是1，

∴ $AB=BC=CD=DA=5$ ， $EF=FG=GH=HE=1$ ，

根据题意，设 $AF=DE=CH=BG=x$ ，则 $AE=x-1$ ，

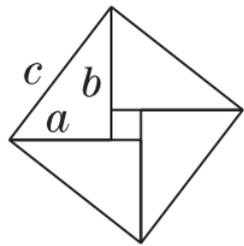
在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中， $AE^2+ED^2=AD^2$ ，

∴ $(x-1)^2+x^2=5^2$ ，即 $x^2-x-1^2=0$.因式分解得 $(x+3)(x-4)=0$ ，∴ $x+3=0$ 或 $x-4=0$ ，解得 $x_1=4$ ， $x_2=-3$ (舍去)，

∴ $x-1=3$.

3 【母题：教材P₈₂习题T₄】用四个全等的直角三角形拼成如图①所示的大正方形，中间也是一个正方形，它是美丽的弦图，其中四个直角三角形的直角边长分别为 a ， b ($a < b$)，斜边长为 c 。

(1)结合图①，求证： $a^2 + b^2 = c^2$ ；



①



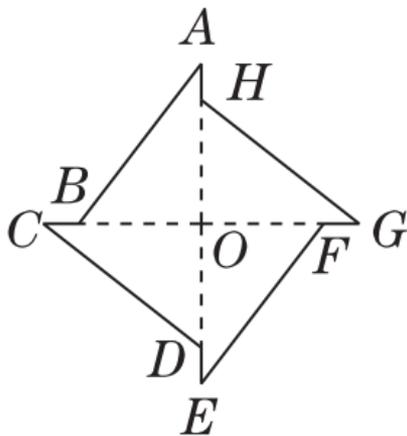
$$\text{证明: } \because S_{\text{小正方形}} = (b-a)^2 = b^2 - 2ab + a^2,$$

$$S_{\text{小正方形}} = c^2 - 4 \times \frac{1}{2}ab = c^2 - 2ab,$$

$$\therefore b^2 - 2ab + a^2 = c^2 - 2ab, \text{ 故 } a^2 + b^2 = c^2.$$



(2)如图②，将这四个全等直角三角形无缝隙无重叠地拼接在一起，得到图形 $ABCDEFGH$.若该图形的周长为48， $OH=6$ ，求该图形的面积.



②



解：∵该图形的周长为 48，∴ $AB+BC=48\div 4=12$.

设 $FG=BC=x$ ，则 $GH=AB=12-x$.

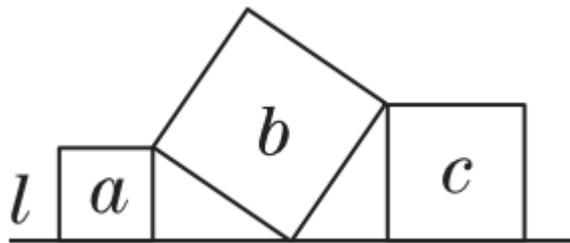
在 $\text{Rt}\triangle HOG$ 中，由勾股定理得 $OH^2+OG^2=GH^2$,

即 $6^2+(6+x)^2=(12-x)^2$ ，解得 $x=2$.

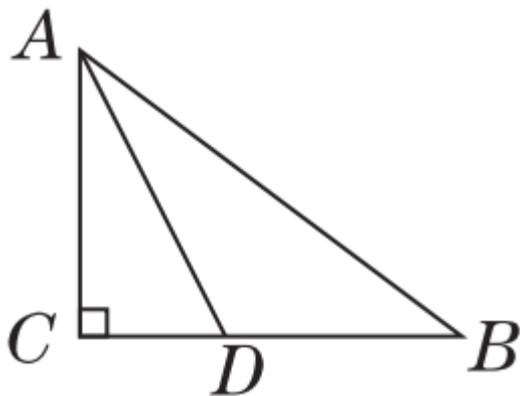
∴ $OG=6+2=8$.∴该图形的面积 $=\frac{1}{2}\times 6\times 8\times 4=96$.

4 如图，直线 l 上有三个正方形 a ， b ， c ，若正方形 a ， c 的面积分别为5和11，则正方形 b 的面积为(**C**)

- A. 4 B. 6
- C. 16 D. 55



- 5 【2022·牡丹江】如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， AD 平分 $\angle CAB$ ， $AC=6$ ， $BC=8$ ，则 $CD=$ 3 .



【点拨】

如图，过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ，

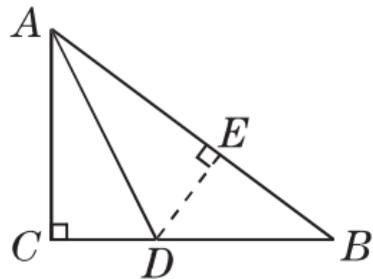
$$\because \angle C = 90^\circ, AC = 6, BC = 8,$$

$$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 10^2, \therefore AB = 10.$$

$$\because AD \text{ 平分 } \angle CAB, \therefore CD = DE.$$

$$\text{又 } \because S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle ADB} = \frac{1}{2}AC \cdot CD + \frac{1}{2}AB \cdot DE = \frac{1}{2}AC \cdot BC,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \cdot CD + \frac{1}{2} \times 10 \cdot CD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8, \text{ 解得 } CD = 3.$$

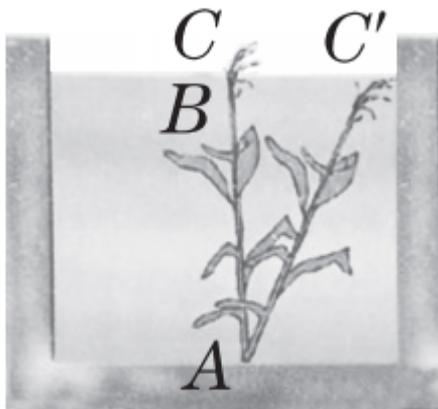


6

【母题：教材P₉₁复习题T₄】《九章算术》中有一道“引葭赴岸”问题：今有池一丈，葭生其中央，出水一尺，引葭赴岸，适与岸齐，问水深、葭长各几何？题意是：有一个池塘，其底面是边长为10尺的正方形，一棵芦苇AC生长在它的中央，高出水面部分BC为1尺，如果把该芦苇沿与水池边垂直的方向拉向岸边，

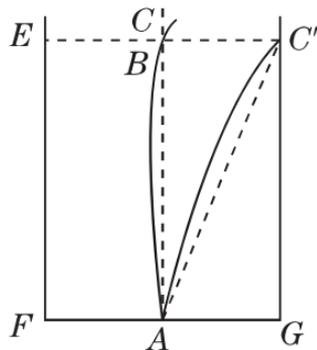


那么芦苇的顶部 C 恰好碰到岸边的 C' 处(如图), 问水深和芦苇长各多少尺? 则该问题的水深是12尺.



【点拨】

依题意画出图形，
如图所示。



设芦苇长 $AC = AC' = x$ 尺，则水深 $AB = (x - 1)$ 尺，

$\because C'E = 10$ 尺， $\therefore C'B = 5$ 尺，

在 $\text{Rt}\triangle AC'B$ 中， $5^2 + (x - 1)^2 = x^2$ ， 解得 $x = 13$ ，

即芦苇长 13 尺， 水深为 12 尺。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/677046021123010010>