2024年福建省厦门市湖里中学中考二模数学试题

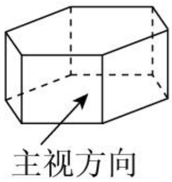
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

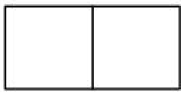
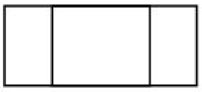
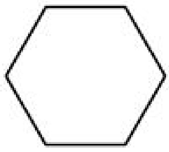
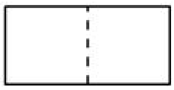
一、单选题

1．2024的相反数是（　）

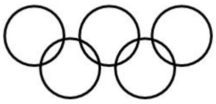
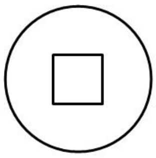
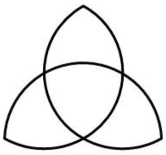
A．2024　　B．-2024　　C．$\frac{1}{2024}$　　D．$-\frac{1}{2024}$

2．直六棱柱如图所示，它的俯视图是（　）

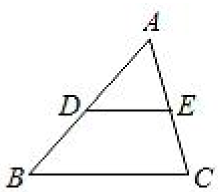


A．
B．
C．
D．

3．下列图案中既是中心对称图形，又是轴对称图形的是（　）

A．
B．
C．
D．

4．如图，D、E分别是△ABC的边AB、AC的中点，若BC＝6，则DE＝（　　）



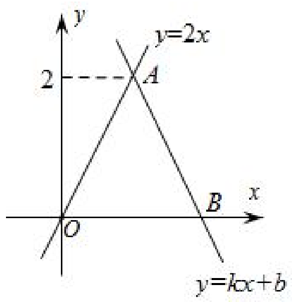
A．2　　B．3　　C．4　　D．5

5．下列运算正确的是（　）

A．$\left(-2a^2b\right)^3=-6a^6b^3$　　B．$(a-b)^2=a^2-b^2$

C．$x^2+x^2=2x^4$　　　　D．$a^{-2}\cdot a^3=a$

6．如图，函数$y=kx+b\left(k\neq 0\right)$的图象经过点$B$（$m$，0）（$m>1$），与函数$y=2x$的图象交于点$A$，则不等式$kx+b<2x$的解集为（　）

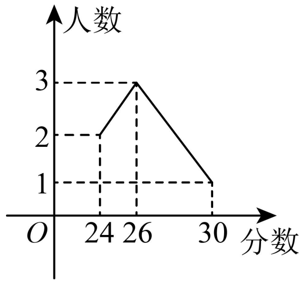


A．$x<2$　　B．$x<1$　　C．$x>1$　　D．$x>2$

7．《孙子算经》中有一道题，原文是：今有四人共车，一车空；三人共车，九人步，问人与车各几何？译文为：今有若干人乘车，每4人共乘一车，最终剩余1辆车；若每3人共乘一车，最终剩余9个人无车可乘，问共有多少人，多少辆车？设共有x人，可列方程（）

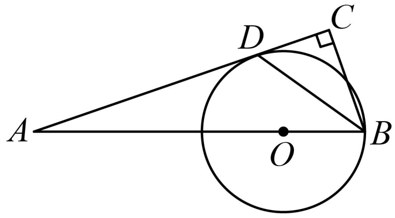
A．$\frac{x}{4}+1=\frac{x-9}{3}$　　B．$\frac{x+1}{4}=\frac{x}{3}-9$　　C．$\frac{x}{4}-1=\frac{x+9}{3}$　　D．$\frac{x}{4}+1=\frac{x+9}{3}$

8．某校6名学生的体育成绩统计如图所示，关于这组成绩的数据，以下说法中正确的是（　）



A．中位数是24.5　B．平均数是26　　C．众数是24　　D．方差是5

9．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，O是边AB上一点，以点O为圆心，OB为半径作圆O，恰好与AC相切于点D，连接BD．若$OB:AB=1:4$，则$\cos\angle CBA$的值是（　）



A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{3}{4}$　　D．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

10．若二次函数$y=a^2x^2-bx-c$的图象，过不同的六点$A\left(-1,n\right)$、$B\left(5,n-1\right)$、$C\left(6,n+1\right)$、

$D(4,y_1)$、$E(\sqrt{2},y_2)$、$F(2,y_3)$，则 y_1、y_2、y_3 的大小关系是（　）

A．$y_1<y_2<y_3$　　B．$y_1<y_3<y_2$　　C．$y_3<y_2<y_1$　　D．$y_2<y_1<y_3$

二、填空题

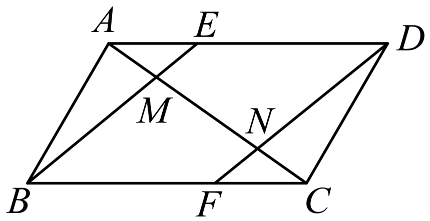
11．如果小明向东走 6 米，记作 +6 米，则他向西走 4 米记作_____.

12．某批次 100 个防护口罩中有 2 个不合格，从这 100 个口罩中随机抽取 1 个，恰好取到不合格口罩的概率是__________.

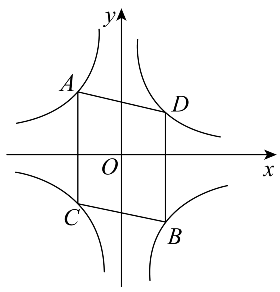
13．在菱形 $ABCD$ 中，$AC=4$，$\angle B=60°$，则菱形 $ABCD$ 的周长为______.

14．若一个二次函数的最小值为 3，则该二次函数的表达式可以是___________.（写出一个符合题意的函数表达式即可）

15．如图，在▱$ABCD$ 中，$\frac{AE}{ED}=\frac{CF}{BF}=\frac{1}{2}$，连接 BE，DF，分别交 AC 于点 M，N．则 $\frac{MN}{AC}$ 的值为______.



16．如图，A（a，b）、B（$-a$，$-b$）是反比例的数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象上的两点，分别过点 A、B 作 y 轴的平行线，与反比例函数 $y=\frac{n}{x}$ 的图象交于点 C、D，若四边形 $ACBD$ 的面积是 8，则 m、n 之间的关系是________.

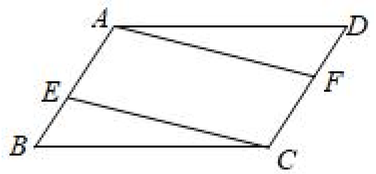


三、解答题

17．计算：$4\cos30°+\left(1-\sqrt{2}\right)^0-\sqrt{12}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

18．解不等式组：$\begin{cases} x+1\geq 2 \\ 2x-3<6-x \end{cases}$

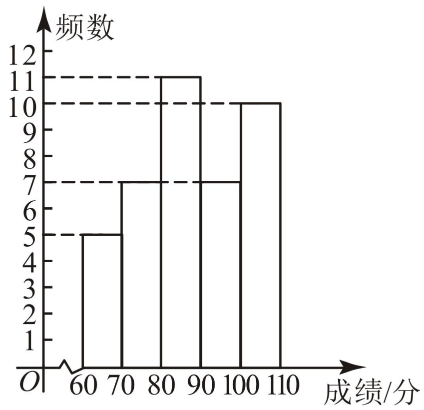
19．如图，四边形$ABCD$是平行四边形，E，F分别是边AB，CD上的点，$AE=CF$．证明$AF=CE$．



20．先化简，后求值：$\frac{x}{x^2-1}\div\left(1-\frac{1}{x+1}\right)$，其中$x=2\sqrt{3}+1$．

21．某学校初中各年级进行体质健康测试，为了解学生成绩，从七年级和九年级各随机抽取40名学生的成绩进行整理、描述和分析，下面给出了部分信息.

a.七年级成绩的频数分布直方图如下（数据分成5组：$60\leq x<70$，$70\leq x<80$，$80\leq x<90$，$90\leq x<100$，$100\leq x\leq 110$）



b.七年级成绩在$80\leq x<90$这一组的是：

82　82　83　84　85　85　85　87　87　88　88

c.七年级、九年级成绩的平均数、中位数如下：

	平均数	中位数
七年级	87.55	m
九年级	86.25	90

根据以上信息，回答下列问题：

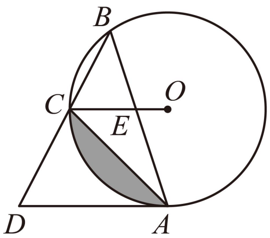
(1)写出表中m的值；

(2)分别对本次抽取的学生的成绩进行等级赋分，不少于90分就可以赋予“优秀”等级，七年级赋予“优秀”等级的学生人数为p_1，九年级赋予“优秀”等级的学生人数为p_2，判断p_1,p_2大

小，并说明理由；

(3)该校共有七年级学生 310 人，不少于 80 分就可以赋予"良好"等级，估计该校七年级所有学生本次体质健康测试成绩等级为良好及以上的人数为__________（直接写出结果）.

22．如图，$\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，$\angle ABC=45^\circ$，$AD\parallel OC$，AD 交 BC 的延长线于点 D，AB 交 OC 于点 E.



(1)求证：AD 是 $\odot O$ 的切线；

(2)若 $AE=10$，$BE=6$，求图中阴影部分的面积.

23．为了更好地检测复学后学生进校时的体温情况，某小学购买了如下左图所示的带支架的红外热成像仪，该仪器能探测从仪器旁经过学生的体温，若超过37.3℃就会发出警报．该仪器由三根等长的斜拉支架和一根竖直支架共同支撑上边的红外测温仪已知四根支架总长为 5.5 米，一根斜拉支架与竖直支架的长度比为 3：2.

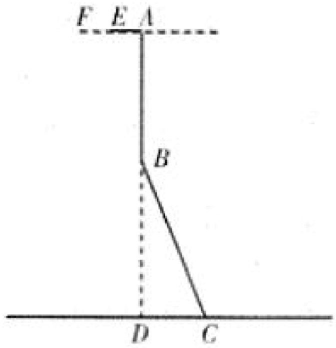


图1

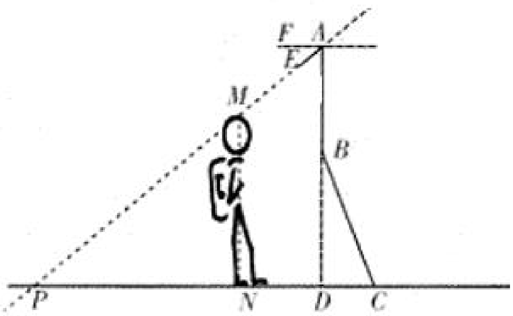


图2

（1）如图 1，当斜拉支架与地面的夹角为64°时，请计算红外测温仪距离地面的高度 AD（连接处均忽略不计）；

（2）在使用期间发现，将顶端测温仪 AE 倾斜与水平线夹角为37°，斜拉支架与铅垂线 AD 的夹角也是37°时，学生（按平均身高）走到距离点 C1.7 米的点 N 处时，测温仪 AE 与学生的额头 M 恰好在一条直线上，这样调整能使测量的温度比较准确（如图 2 所示），请结合题中所给数据计算学生的平均身高.（结果精确到 0.1 米，参考数据：$\sin 64^\circ\approx 0.90$，$\cos 64^\circ\approx 0.44$，$\tan 64^\circ\approx 2.05$，$\sin 37^\circ\approx 0.60$，$\cos 37^\circ\approx 0.80$，$\tan 37^\circ\approx 0.75$）

24．（1）【问题提出】

如图 1，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle BAC=30^\circ$，点 D 为边 BC 上一点，过 D 作 $DE\perp AB$ 于 E 点，连接 AD，F 为 AD 的中点，连接 CE，CF，EF，则$\triangle CEF$ 的形状是______

（2）【问题探究】

如图 2，将图 1 中的$\triangle DEB$ 绕点 B 按逆时针方向旋转，使点 D 落在 AB 边上，试判断 CE，CF，EF 的数量关系，并说明理由；

（3）【拓展延伸】

若 $BE=m$，$\dfrac{BD}{BC}=\dfrac{4}{5}$，将$\triangle DEB$ 绕点 B 按逆时针方向旋转，当点 D 在线段 AE 上时，直接写出线段 CF 的长______（用含 m 的式子表示）.

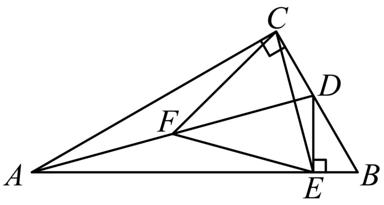


图1

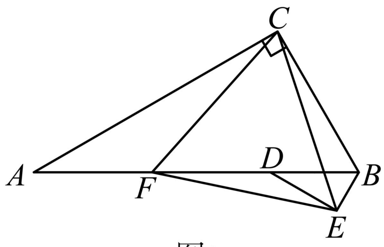


图2

25．如图 1，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 $A\left(-1,0\right)$，B，与 y 轴交于点 C，直线 BC 的解析式为 $y=-x+3$．

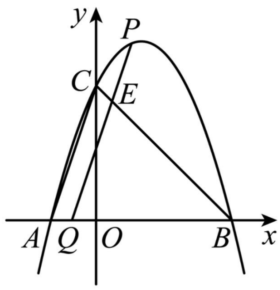


图1

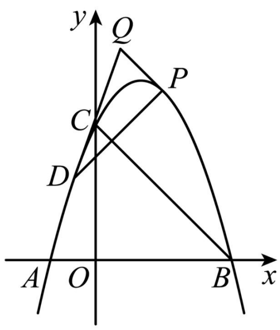


图2

(1)求抛物线的解析式；

(2)P 是 BC 上方抛物线上一点，过点 P 作 AC 的平行线与 BC 交于点 E，与 x 轴交于点 Q，若 $QE=2PE$，求点 P 的坐标；

(3)如图 2，P 是 BC 上方抛物线上一点，过点 P 作 BC 的垂线，交抛物线于另一点 D，Q 为平面内一点，若直线 PQ，DQ 与抛物线均只有一个公共点，求证：点 Q 在某条定直线上.

参考答案：

1．B

【分析】本题考查了相反数，“只有符号不同的两个数互为相反数”，熟练掌握知识点是解题的关键．

根据相反数的定义即可求解．

【详解】解：2024的相反数是-2024，

故选：B．

2．C

【分析】直接从上往下看，得到的是一个六边形，即可选出正确选项．

【详解】解:从上往下看直六棱柱，看到的是个六边形；

故选：C．

【点睛】本题考查了三视图的相关内容，要求学生明白俯视图是对几何体进行从上往下看得到的视图，实际上也是从上往下得到的正投影，本题较为基础，考查了学生对三视图概念的理解与应用等．

3．C

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的定义进行逐一判断即可：如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形；把一个图形绕着某一个点旋转180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点就是它的对称中心．

【详解】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

C、既是轴对称图形，也是中心对称图形，符合题意；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

故选C．

【点睛】本题主要考查了轴对称图形和中心对称图形的识别，解题的关键在于能够熟练掌握轴对称图形和中心对称图形的定义．

4．B

【分析】根据三角形中位线定理即可得到结论．

【详解】解：∵D、E分别是△ABC的边AB、AC的中点，

∴DE是△ABC的中位线，

∴DE＝$\frac{1}{2}$BC＝3，

故选：B．

【点睛】本题考查了三角形中位线定理，熟练掌握三角形中位线定理是解题的关键．

5．D

【分析】本题考查了合并同类项，同底数幂的乘法，完全平方公式，积的乘方．熟练掌握它们的运算方法及公式是解题的关键．

根据积的乘方；完全平方公式；合并同类项法则；同底数幂的乘法法则；分别计算判断即可．

【详解】A．$\left(-2a^2b\right)^3=-8a^6b^3$，故该选项错误；

B．$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，故该选项错误；

C．$x^2+x^2=2x^2$，故该选项错误；

D．$a^{-2}\cdot a^3=a$，故该选项正确；

故选D．

6．C

【分析】先求出A点坐标，再通过函数图象求得符合条件的x的范围．

【详解】解：∵点A在函数$y=2x$的图象上，A点纵坐标为2，

∴在函数$y=2x$中，令y=2，解得x=1，即A点坐标为$(1,2)$．

由图可知，当$x>1$时，函数$y=kx+b(k\neq0)$的图象在函数$y=2x$的图象的下方，

即当$x>1$时，不等式$kx+b<2x$成立，

∴不等式$kx+b<2x$的解集为$x>1$．

故选：C．

【点睛】本题考查了一次函数的图象性质，以及一次函数与不等式的关系，求出A点坐标，运用数形结合的思想求得不等式的解集，是解题的关键．

7．A

【分析】本题考查了由实际问题抽象出一元一次方程，本题根据车的辆数不变，即可得出关于x的一元一次方程，正确列出一元一次方程是解题的关键．

【详解】解：依题意，得$\frac{x}{4}+1=\frac{x-9}{3}$．

故选：A．

8．B

【分析】本题考查折线统计图，众数，中位数，平均数，方差的定义，解答本题的关键是明确题意，提取统计图中的有效信息解答．根据众数，中位数，平均数，方差的定义求解即可．

【详解】解：根据折线统计图，6 名学生的体育成绩分别为：$24,24,26,26,26,30$，

$\therefore$中位数为：$\dfrac{24+26}{2}=25$，故 A 选项错误；

平均数为：$\dfrac{24+24+26+26+26+30}{6}=26$，故 B 选项正确；

众数为：26，故 C 选项错误；

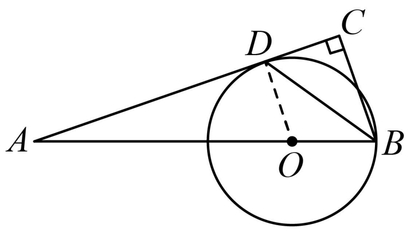
方差为：$\dfrac{1}{6}\times\left[\left(26-24\right)^2\times2+\left(26-26\right)^2\times3+\left(30-26\right)^2\right]=4$，故 D 选项错误；

故选：B．

9．B

【分析】本题考查切线的性质，相似三角形的判定与性质以及锐角三角函数，根据题意作辅助线是解决问题的关键．连接OD，证明$\triangle ADO\backsim\triangle ACB$，得出$\dfrac{AO}{AB}=\dfrac{DO}{CB}$，则$\dfrac{CB}{AB}=\dfrac{DO}{AO}$，由$\cos\angle CBA=\dfrac{CB}{AB}$得出结论．

【详解】解：连接OD



$\because \odot O$恰好与AC相切于点D

$\therefore \angle ADO=90^\circ$

又$\because \angle C=90^\circ$

$\therefore \triangle ADO\backsim\triangle ACB$

$\therefore \dfrac{AO}{AB}=\dfrac{DO}{CB}$

$\because OB:AB=1:4$

$\therefore \dfrac{CB}{AB}=\dfrac{DO}{AO}=\dfrac{BO}{AO}=\dfrac{1}{3}$

$\therefore \cos\angle CBA=\dfrac{CB}{AB}=\dfrac{1}{3}$

故选：B．

10．C

【分析】根据题意，把 A、B、C 三点代入解析式，求出 a,b 的关系即 $13b=59a^2$，然后求出抛物线的对称轴直线 $x=\frac{59}{26}$，将所求点通过对称转化到对称轴的一侧，然后利用二次函数的函数值随自变量的变化关系，比较大小即可．

【详解】解：根据题意，把点 $A(-1,n)$、$B(5,n-1)$、$C(6,n+1)$ 代入 $y=a^2x^2-bx-c$，则

$$\begin{cases} a^2+b-c=n \\ 25a^2-5b-c=n-1 \\ 36a^2-6b-c=n+1 \end{cases},$$

消去 c，得 $\begin{cases} 24a^2-6b=-1 \\ 35a^2-7b=1 \end{cases}$，整理得 $13b=59a^2$

∴抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{-b}{2a^2}=\frac{59}{26}$，

∴ $D(4,y_1)$ 关于对称轴的对称的点坐标为 $\left(\frac{7}{13},y_1\right)$

∵ $\frac{7}{13}<1<\sqrt{2}<2<\frac{59}{26}$

∴由函数的图象与性质可知，当 $x<\frac{59}{26}$ 时，y 随着 x 的增大而减小

∴ $y_1>y_2>y_3$

故选 C．

【点睛】本题考查了二次函数的图象与性质，解题的关键在于求出函数的对称轴，利用抛物线的性质进行求解．

11． -4 米

【分析】根据正负数的意义即可求解．

【详解】解：由题意，向西走记为负，

所以向西走 4 米记作 -4 米，

故答案为：-4 米．

【点睛】本题考查了正负数的实际应用，理解用正负数可以表示具有相反意义的量是解题关键．

12． $\frac{1}{50}$

【分析】根据不合格品件数与产品的总件数比值即可解答．

【详解】∵100 个防护口罩中，有 2 个是不合格产品，

∴从中任意抽取一件检验，则抽到不合格产品的概率是$\frac{2}{100}=\frac{1}{50}$，

故答案为：$\frac{1}{50}$.

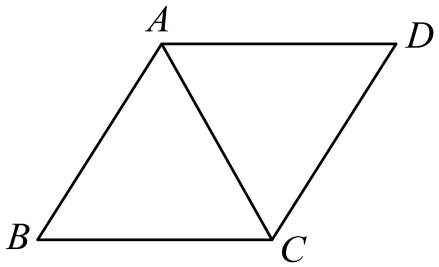
【点睛】本题考查了概率公式的应用．注意用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

13．16

【分析】本题考查了菱形的性质，等边三角形的判定与性质，关键是掌握菱形的性质．

【详解】解：∵四边形$ABCD$是菱形，

∴$AB=BC=CD=AD$，



∵$\angle B$=60°，

∴$\triangle ABC$是等边三角形，

∴$AB=BC=AC=4$，

∴菱形$ABCD$的周长$=4\times4=16$，

故答案为：16．

14．$y=x^2+3$（答案不唯一）

【分析】本题考查了二次函数的性质，二次函数的最小值为3，则函数的开口向上，顶点坐标为$(0,3)$，据此即可写出函数解析式，正确理解题意是解题的关键．

【详解】解：∵二次函数的最小值为3，

∴函数的开口向上，顶点坐标为$(0,3)$，

∴函数的表达式可以为：$y=x^2+3$，

故答案为：$y=x^2+3$（答案不唯一）．

15．$\frac{1}{2}$

【分析】此题重点考查平行四边形的性质、相似三角形的判定与性质等知识，由平行四边形

的性质得 $AD // CB$， $AD=CB$，由 $\frac{AE}{ED}=\frac{CF}{BF}=\frac{1}{2}$，推导出 $\frac{AE}{CB}=\frac{CF}{AD}=\frac{1}{3}$，再证明 $\triangle AME \backsim \triangle CMB$， $\triangle CNF \backsim \triangle AND$，则 $\frac{AM}{CM}=\frac{AE}{CB}=\frac{1}{3}$， $\frac{CN}{AN}=\frac{CF}{AD}=\frac{1}{3}$，求得 $AM=\frac{1}{4}AC$， $CN=\frac{1}{4}AC$，则 $MN=\frac{1}{2}AC$，所以 $\frac{MN}{AC}=\frac{1}{2}$，于是得到问题的答案．证明 $\triangle AME \backsim \triangle CMB$， $\triangle CNF \backsim \triangle AND$ 是解的关键.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AD // CB$， $AD=CB$，

∵ $\frac{AE}{ED}=\frac{CF}{BF}=\frac{1}{2}$，

∴ $\frac{AE}{AD}=\frac{CF}{CB}=\frac{1}{1+2}=\frac{1}{3}$，

∴ $\frac{AE}{CB}=\frac{CF}{AD}=\frac{1}{3}$，

∵ $AE // CB$， CF // AD，

∴ $\angle MAE=\angle MCB$， $\angle MEA=\angle MBC$

∴ $\triangle AME \backsim \triangle CMB$，同理： $\triangle CNF \backsim \triangle AND$，

∴ $\frac{AM}{CM}=\frac{AE}{CB}=\frac{1}{3}$， $\frac{CN}{AN}=\frac{CF}{AD}=\frac{1}{3}$，

∴ $\frac{AM}{AC}=\frac{1}{1+3}=\frac{1}{4}$， $\frac{CN}{AC}=\frac{1}{1+3}=\frac{1}{4}$，

∴ $AM=\frac{1}{4}AC$， $CN=\frac{1}{4}AC$，

∴ $MN=AC-\frac{1}{4}AC-\frac{1}{4}AC=\frac{1}{2}AC$，

∴ $\frac{MN}{AC}=\frac{1}{2}$，

故答案为： $\frac{1}{2}$.

16． $n-m=4$

【分析】连接 AB， OC，根据反比例函数的性质可得点 O 在线段 AB 上，且 $OA=OB$，由点 $A(a,b)$ 是反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象上的点，可得 $b=\frac{m}{a}$，由 $AC//y$ 轴，可得点 C 的坐标为 $(a,\frac{n}{a})$，进而可得 $AC=BD$ 的长，从而可以判断四边形 $ACBD$ 是平行四边形，根据平行四边形的性质可得 $S_{\Delta AOC}=\frac{1}{2}S_{\Delta ACB}=\frac{1}{4}S_{平行四边形ACBD}=2$，然后根据三角形的面积公式可得 $\frac{1}{2}AC|a|=2$，整理得： $n-m=4$.

【详解】解：连接 AB， OC，如图，