

山东省青岛市市南区 2023-2024 学年八年级下学期期中数学试题

学校:_____ 姓名 :_____ 班级 :_____ 考号 :_____

一、单选题

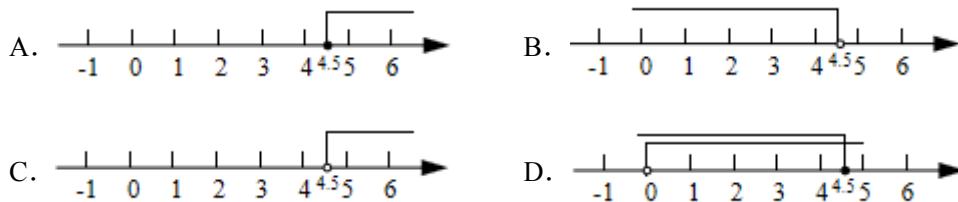
1. 《国家宝藏》节目立足于中华文化宝库资源，通过对文物的梳理与总结，演绎文物背后的故事与历史让更多观众走进博物馆，让一个个馆藏文物鲜活起来，所示四幅图是我国一些博物馆的标志，其中是中心对称图形的是（ ）



2. 若 $a < b$ ，则下列结论不一定成立的是（ ）

A. $a - 1 < b - 1$ B. $2a < 2b$ C. $a^2 < b^2$ D. $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$

3. 交通法规人人遵守，文明城市处处安全在通过桥洞时，我们往往会看到如图所示的标志，这是限制车高的标志。则通过该桥洞的车高 x (m) 的范围在数轴上可表示为（ ）



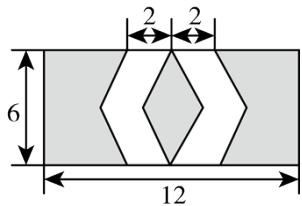
4. 用反证法证明命题“在直角三角形中，必有一个锐角不小于 45° ”时，首先应假设这个直角三角形中（ ）

A. 两个锐角都大于 45° B. 两个锐角都小于 45°
C. 两个锐角都不大于 45° D. 两个锐角都等于 45°

5. 已知 a 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的三边，下列条件：① $a = 6$ ， $b = 10$ ， $c = 8$ ；② $\angle C = 23^\circ$ ， $\angle B = 57^\circ$ ；③ $\angle B - \angle C = \angle A$ ；④ $a^2 - c^2 = b^2$ ，能够判断 $\triangle ABC$ 为直角三角形的有（ ）

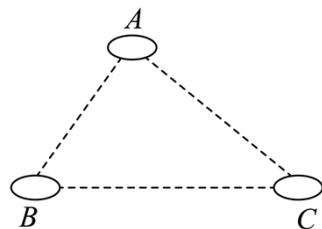
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

6. 如图, 浮山公园有一块长为12m, 宽为6m的长方形草坪, 计划在草坪中间修两条宽度均为2m的石子路(两条石子路的任何地方的水平宽度都是2m), 剩余阴影区域种植鲜花, 则种植鲜花的面积为() m^2 .



- A. 24 B. 48 C. 56 D. 72

7. 如图, 三个村庄 A 、 B 、 C 构成 $\triangle ABC$, 供奶站须到三个村庄的距离都相等, 则供奶站应建在()

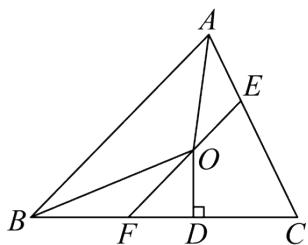


- A. 三条边的垂直平分线的交点 B. 三个角的角平分线的交点
C. 三角形三条高的交点 D. 三角形三条中线的交点

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC$ 和 $\angle ABC$ 的平分线相交于点 O , 过点 O 作 $EF \parallel AB$ 交 BC 于 F , 交 AC 于 E , 过点 O 作 $OD \perp BC$ 于 D , 下列四个结论:

- ① $\angle AOB = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle C$;
② $AE + BF = EF$;
③ 当 $\angle C = 90^\circ$ 时, E , F 分别是 AC , BC 的中点;
④ 若 $OD = a$, $CE + CF = 2b$, 则 $S_{\triangle CEF} = ab$.

其中正确的是()

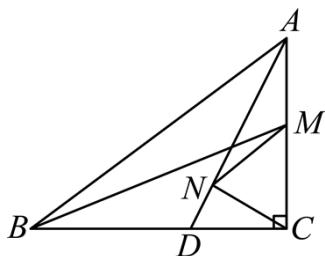


- A. ①② B. ③④ C. ①②④ D. ①③④

二、填空题

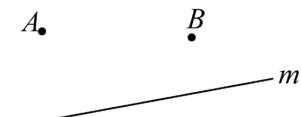
9. 命题“直角三角形两锐角互余”的逆命题是：_____.
10. 已知不等式组 $\begin{cases} 2x-a < 1 \\ x-2b > 3 \end{cases}$ 的解集为 $-1 < x < 1$ ，则 $(a+1)(b-1)$ 的值是_____.
11. 若等腰三角形两边的长分别为3cm 和 6cm，则此三角形的周长是_____ cm.
12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$ ，在 AC 边的右侧作等边 $\triangle ACD$ ，连接 BD ，则 $\angle DBC$ 的度数为_____°.
-
13. 如图，直线 $y_1 = mx$ 经过 $P(2, 1)$ 和 $Q(-4, -2)$ 两点，且与直线 $y_2 = kx + b$ 交于点 P ，则不等式 $kx + b > mx > -2$ 的解集为_____.
-
14. 对一个实数 x 按如图所示的程序进行操作，规定：程序运行从“输入一个实数 x ”到“结果是否大于 88？”为一次操作。如果操作只进行一次就停止，则 x 的取值范围是_____.
-

15. 某商场店庆活动中，商家准备对某种进价为 900 元，标价为 1320 元的商品进行打折销售，但要保证利润率不低于 10%，设折扣是 x 折，则可列不等式为_____.
16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = 10$ ， $BC = 8$ ， AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线。 M 为 AC 边上一动点， N 为线段 AD 上一动点，连接 BM 、 CN 、 MN ，当 $CN + MN$ 取得最小值时， $\triangle ABM$ 的面积为_____.



三、解答题

17. 如图：直线 m 表示一条公路， A 、 B 表示两所大学，要在公路 m 上修建一个车站 P ，使其到两所大学的距离之和最小，请在图上确定点 P 的位置.

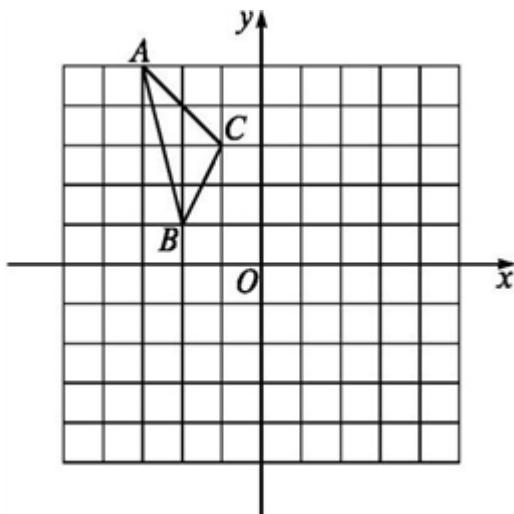


18. (1) 解不等式: $\frac{2x-1}{4} \leq \frac{3x+2}{2} - 1$;

(2) 解不等式组: $\begin{cases} 2(x+2) > x+3 \\ \frac{x}{3} < \frac{x+2}{5} \end{cases}$ ，并写出其整数解.

19. 如图，在平面直角坐标系中，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A (-3, 5)$, $B (-2, 1)$, $C (-1, 3)$.

- (1)画出 $\triangle ABC$ 经过平移后得到的 $\triangle A_1B_1C_1$ ，已知点 C_1 的坐标为 $(4, 0)$ ，并写出顶点 B_1 的坐标；
 (2)若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_2B_2C_2$ 关于原点 O 成中心对称，画出 $\triangle A_2B_2C_2$ ，写出顶点 B_2 的坐标；
 (3)将 $\triangle ABC$ 绕着点 O 按顺时针方向旋转 90° 得到 $\triangle A_3B_3C_3$ ，画出图形并写出 $\triangle A_3B_3C_3$ 顶点 B_3 的坐标.



20. “十一”期间，小明一家乘坐高铁前往某市旅游，计划第二天租用新能源汽车自驾出游.



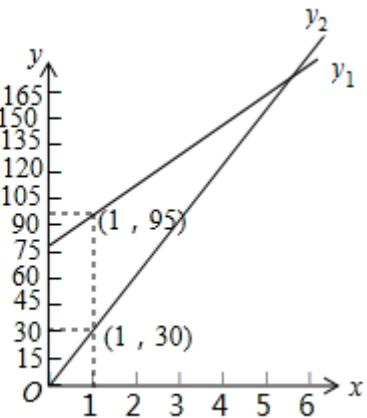
爸爸



小明

甲公司：按日收取固定租金80元，另外再按出租车时间计费；
乙公司：无固定租金，直接以租车时间计费，每小时的租费是30元。

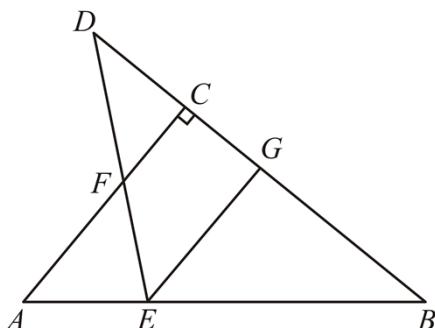
方案一：选择甲公司；
方案二：选择乙公司。
选择哪个方案合理呢？



根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 设租车时间为 t 小时，租用甲公司的车所需费用为 y_1 元，租用乙公司的车所需费用为 y_2 元，分别求出 y_1 ， y_2 关于 t 的函数表达式；
- (2) 当租车时间为多少小时时，两种方案所需费用相同；
- (3) 根据 (2) 的计算结果，结合图像，请你帮助小明选择怎样的出游方案更合算。

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， E 是 BD 的垂直平分线与 AB 的交点，连接 DE 交 AC 于点 F . 求证：点 E 在 AF 的垂直平分线上.

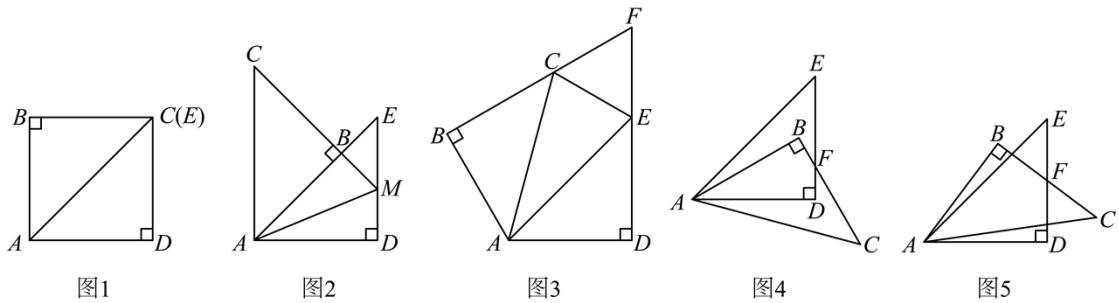


22. 利群商场准备购进甲、乙两种服装出售，甲种服装每件售价 130 元，乙种服装每件售价 100 元，每件甲种服装的进价比乙种服装的进价贵 20 元，购进 3 件甲种服装的费用和购进 4 件乙种服装的费用相等，现计划购进两种服装共 100 件，其中甲种服装不少于 65 件。

- (1) 甲、乙两种服装每件的进价分别是多少元？
- (2) 若购进这 100 件服装的费用不得超过 7500 元。
 - ① 求甲种服装最多购进多少件；
 - ② 利群商场对甲种服装每件降价 $a(0 < a < 40)$ 元，乙种服装价格不变，如果这 100 件服装都可售完，那么如何进货才能获得最大利润？

23. 阅读情境：

在综合实践课上，同学们探究“全等的等腰直角三角形图形变化”问题.



如图 1, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 其中 $\angle B = \angle D = 90^\circ$, $AB = BC = AD = DE = 2$, 此时, 点 C 与点 E 重合,

操作探究 1

(1) 小凡将图 1 中的两个全等的 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 的按图 2 方式摆放, 点 B 落在 AE 上, CB 所在直线交 DE 所在直线于点 M, 连结 AM, 直接写出线段 BM 与线段 DM 的数量关系是__.

操作探究 2

(2) 小彬将图 1 中的 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转角度 $\alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$, 然后分别延长 BC , DE , 它们相交于点 F.

如图 3, 在操作中, 小彬提出如下问题, 请你解答:

①当 $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $AC \parallel FE$. (直接回答即可)

② $\alpha = 30^\circ$ 时, 直接写出线段 CE 的长为__;

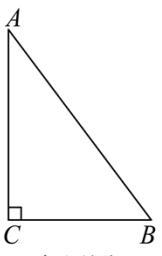
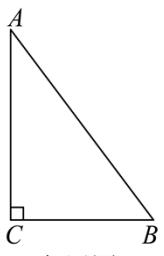
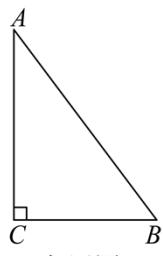
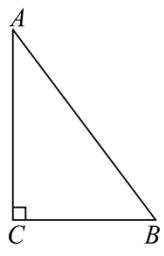
操作探究 3

(3) 小颖将图 1 中的 $\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针方向旋转角度 $\beta (0^\circ < \beta < 90^\circ)$, 线段 BC 和 DE 相交于点 F, 在操作中, 小颖提出如下问题, 请你解答:

①如图 4, 当 $\beta = 60^\circ$ 时, 线段 CE 的长为多少? 并说明理由;

②当旋转到点 F 是边 DE 的中点时, 直接写出线段 CE 的长为__.

24. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$, 若动点 P 从点 C 开始, 按 $C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$ 的路径运动、且速度为每秒 1cm , 设出发的时间为 t 秒.



备用图1

备用图2

备用图3

- (1) 出发 1 秒后, 求 $\triangle ABP$ 的周长;
- (2) 当 t 为几秒时, AP 平分 $\angle BAC$;
- (3) 问 t 为何值时, $\triangle BCP$ 为等腰三角形?

参考答案:

1. A

【分析】把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形。

【详解】解：A. 是中心对称图形，故本选项符合题意；

B. 不是中心对称图形，故本选项不合题意；

C. 不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

D. 不是中心对称图形，故本选项不合题意；

故选：A.

【点睛】本题主要考查了中心对称图形，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180° 后与原图重合。

2. C

【分析】根据不等式的性质逐项分析即可。

【详解】解：A. $\because a < b$ ， $\therefore a - 1 < b - 1$ ，正确，故不符合题意；

B. $\because a < b$ ， $\therefore 2a < 2b$ ，正确，故不符合题意；

C. 当 $a = -2, b = -1$ 时，满足 $a < b$ ，但 $a^2 > b^2$ ，故错误，符合题意；

D. $\because a < b$ ， $\therefore -\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$ ，正确，故不符合题意；

故选 C.

【点睛】本题考查了不等式的性质：①把不等式的两边都加(或减去)同一个整式，不等号的方向不变；②不等式两边都乘(或除以)同一个正数，不等号的方向不变；③不等式两边都乘(或除以)同一个负数，不等号的方向改变。

3. D

【分析】由限高图片的含义可知，车高不能超过 $4.5m$ ，同时车高不能是负数和 0 ，由此即可求解。

【详解】解：由题意得： $x \leq 4.5$

$\because x$ 表示的是车高，

$\therefore x > 0$ ，

$\therefore 0 < x \leq 4.5$ ，

故选：D.

【点睛】本题主要考查了一元一次不等式组的实际应用，并在数轴上表示不等式的解集，解题的关键在于能够熟练掌握解不等式的相关知识.

4. B

【分析】用反证法证明命题的真假，应先按符合题设的条件，假设题设成立，再判断得出的结论是否成立即可.

【详解】解： \because 一个直角三角形有两个锐角，

\therefore 用反证法证明命题“直角三角形中的两个锐角中至少有一个角不小于 45° ”时，应该假设每一个锐角都小于 45° ，即两个锐角都小于 45° .

故答案为：B.

【点睛】本题考查了反证法，解此题关键要懂得反证法的意义及步骤. 在假设结论不成立时要注意考虑结论的反面所有可能的情况，如果只有一种，那么否定一种就可以了，如果有多种情况，则必须一一否定.

5. D

【分析】根据三角形的内角和定理和勾股定理的逆定理求解即可. 本题考查了勾股定理的逆定理和三角形的内角和定理的应用，主要考查学生的辨析能力，题目比较典型，难度适中.

【详解】解：① $\text{Q } 6^2 + 8^2 = 10^2$ ，

$$\therefore a^2 + c^2 = b^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，

故本选项符合题意；

② $\text{Q } \angle C = 23^\circ, \angle B = 57^\circ, \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle A = 100^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是钝角三角形，

故本选项不符合题意；

③ $\text{Q } \angle B - \angle C = \angle A$ ，

$$\therefore \angle A + \angle C = \angle B,$$

$$\text{Q } \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，

故本选项符合题意；

$$\textcircled{4} \quad Q \quad a^2 - c^2 = b^2,$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形,

故本选项符合题意;

综上, 能够判断 $\triangle ABC$ 为直角三角形的有 3 个,

故选: D.

6. B

【分析】本题考查了生活中平移现象, 利用平移可知, 阴影区域可看作是长为 $(12-2-2)$ 米,

宽为 6 米的长方形, 然后进行计算即可.

【详解】解: 由题意可得: 种植鲜花的面积为 $(12-2-2) \times 6 = 48(\text{m}^2)$.

故选: B.

7. A

【分析】本题考查了线段垂直平分线的性质. 到三个村的距离相等, 即到三角形三个顶点的距离相等, 在三角形中, 只有三边垂直平分线的交点到各顶点距离相等.

【详解】解: Q 在三角形中, 只有三边垂直平分线的交点到各顶点距离相等,

\therefore 广场应建在三条边的垂直平分线的交点处.

故选: A.

8. C

【分析】根据角平分线的定义和三角形内角和定理判断①; 根据角平分线的定义和平行线的性质判断②; 根据三角形三边关系判断③; 根据角平分线的性质判断④.

【详解】 $\because \angle BAC$ 和 $\angle ABC$ 的平分线相交于点 O,

$$\therefore \angle OBA = \frac{1}{2} \angle CBA, \quad \angle OAB = \frac{1}{2} \angle CAB,$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - \angle OBA - \angle OAB$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} \angle CBA - \frac{1}{2} \angle CAB$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} (180^\circ - \angle C)$$

$$= 90^\circ + \frac{1}{2} \angle C, \quad \textcircled{1} \text{ 正确;}$$

$\because EF \parallel AB$,

$$\therefore \angle FOB = \angle ABO, \quad \text{又 } \angle ABO = \angle FBO,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/685012323132011201>