关于阻抗的串并联

2. Z 和电路性质的关系

$$Z = |Z|\angle\varphi = R + j(X_L - X_C)$$

阻抗角

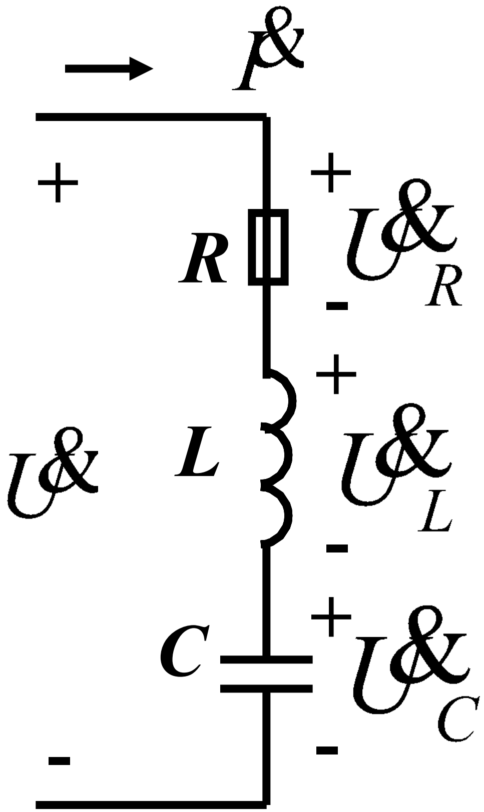
$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = tg^{-1}\frac{X_L - X_C}{R}$$

ω一定时电路性质由参数LC决定

当 $X_L > X_C$ 时，$\varphi > 0$ 表示 u 领先 i ——电路呈感性

当 $X_L < X_C$ 时，$\varphi < 0$ 表示 u 落后 i ——电路呈容性

当 $X_L = X_C$ 时，$\varphi = 0$ 表示 u 、i 同相 ——电路呈电阻性



假设只有*R*、*L*、*C*已定，
电路性质能否确定？
（阻性？感性？容性？）

不能！

$$\because \quad X_L=\omega L、X_C=\frac{1}{\omega C}$$

当ω不同时，可能出现：

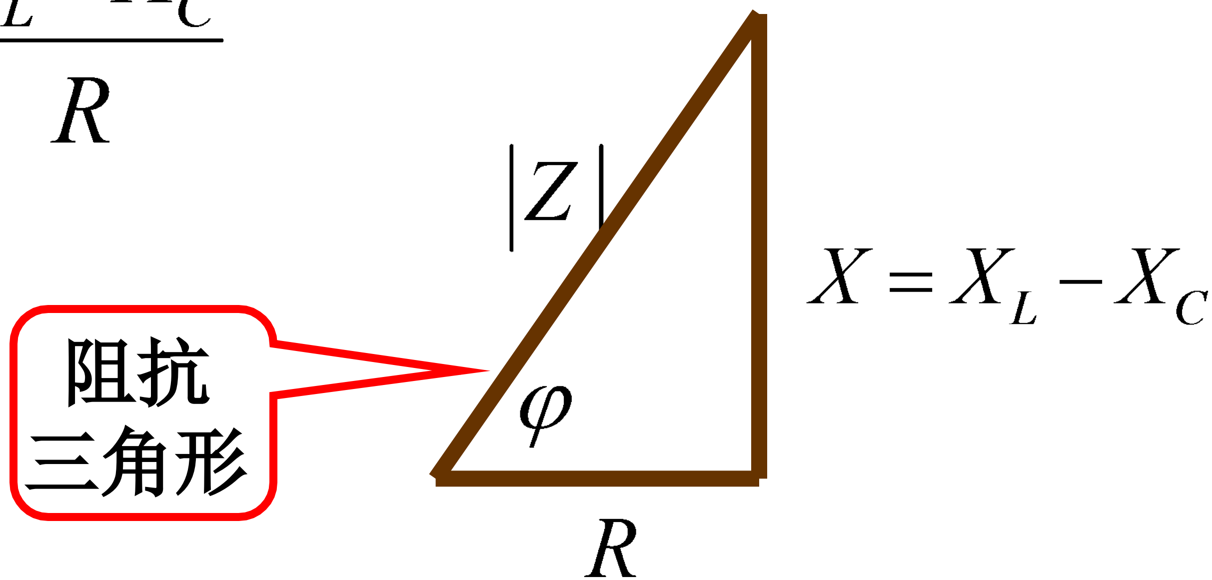
$X_L>X_C$，或 $X_L<X_C$，或 $X_L=X_C$。

3. 阻抗（Z）三角形

$$Z = R + j(X_L - X_C) = |Z|\angle\varphi$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

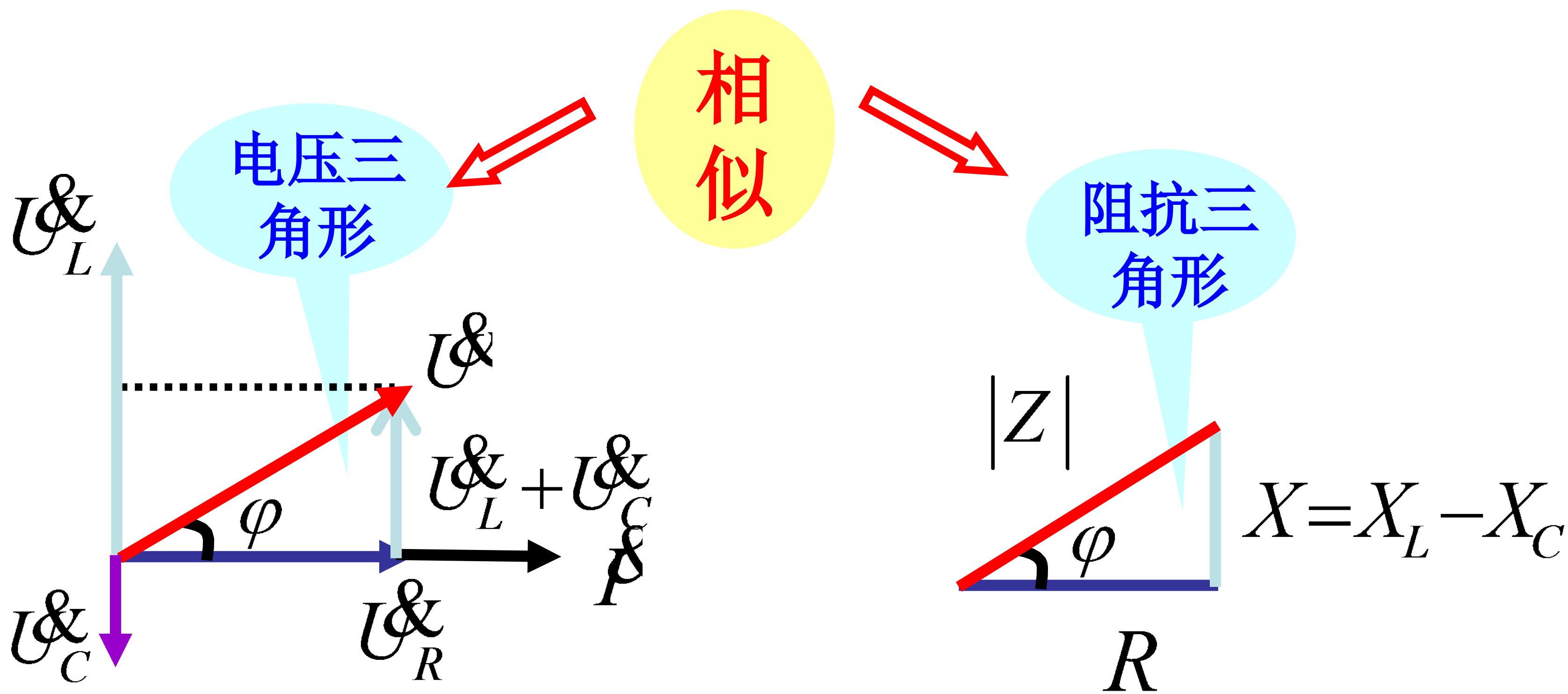
$$\varphi = tg^{-1}\frac{X_L - X_C}{R}$$



4．阻抗三角形和电压三角形的关系

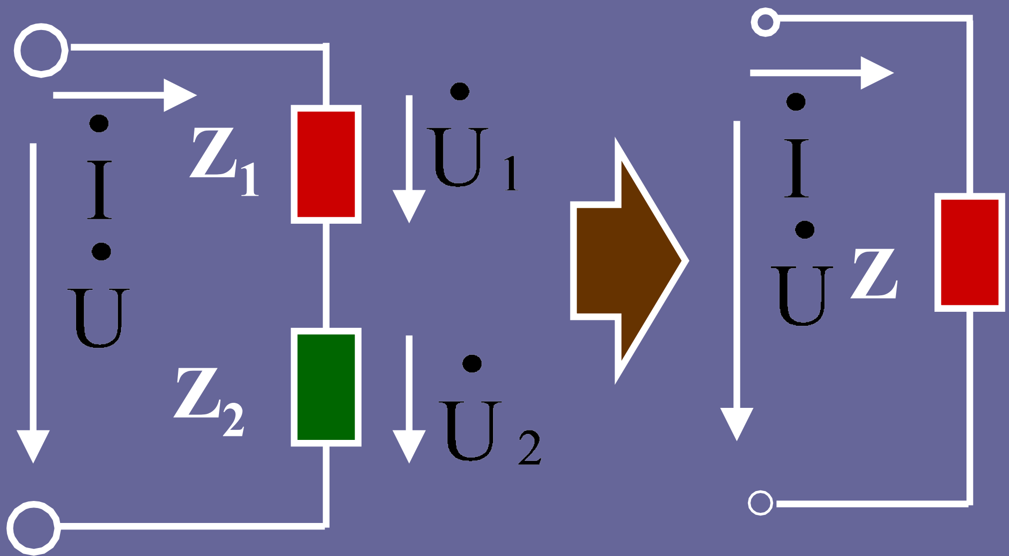
$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$$
$$= \dot{I}\left[R + j\left(X_L - X_C\right)\right]$$

$$Z = R + j\left(X_L - X_C\right)$$



阻抗的串联与并联

一、阻抗的串联



$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$$

$$= \dot{I} Z_1 + \dot{I} Z_2$$

$$= \dot{I}(Z_1 + Z_2)$$

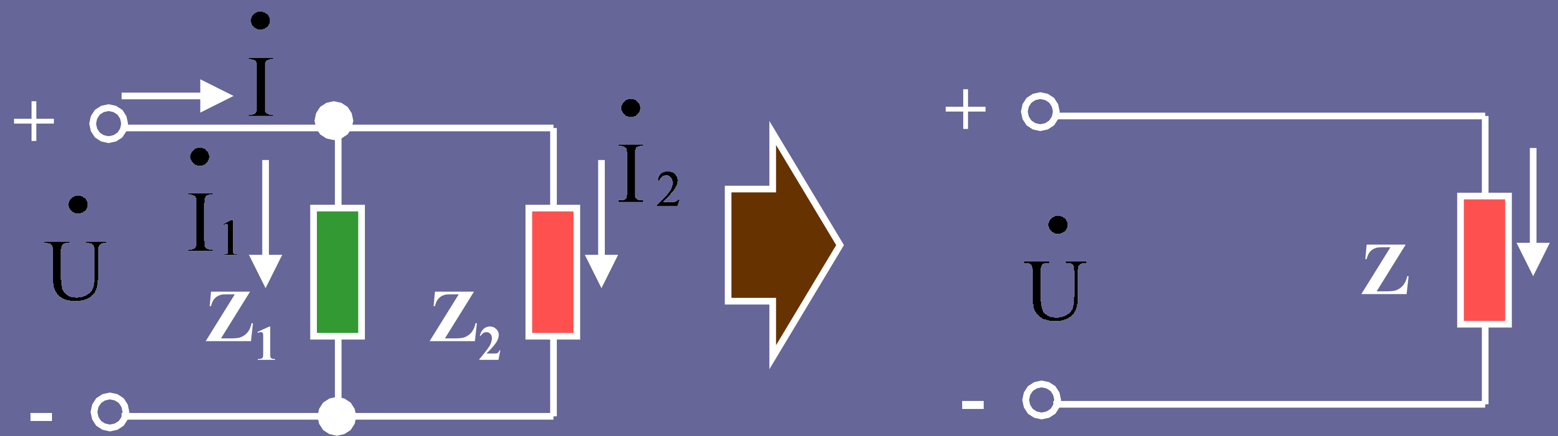
$$= \dot{I} Z$$

$$Z = Z_1 + Z_2$$

注意：分压公式的使用

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dfrac{Z_1}{Z_1 + Z_2}\dot{U} \\ \dot{U}_2 = \dfrac{Z_2}{Z_1 + Z_2}\dot{U} \end{cases}$$

二、阻抗的并联



$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = Z_1 // Z_2$$

$Y = Y_1 + Y_2$

Y称为复导纳

注意分流公式的使用:

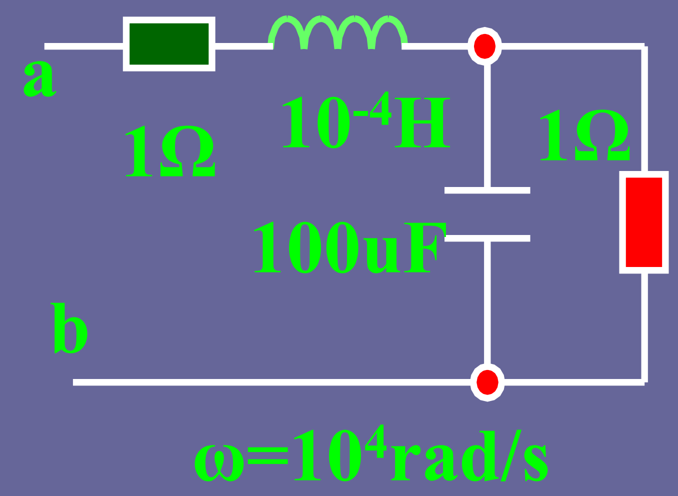
$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \dfrac{Z_2}{Z_1 + Z_2}\dot{I} \\ \dot{I}_2 = \dfrac{Z_1}{Z_1 + Z_2}\dot{I} \end{cases}$$

例

求图示电路的复数阻抗Z_{ab}

解： $X_L=\omega L=10^{-4}\times 10^4=1\Omega$

$X_C=1/\omega C=1/10^{-4}\times 10^4=1\Omega$

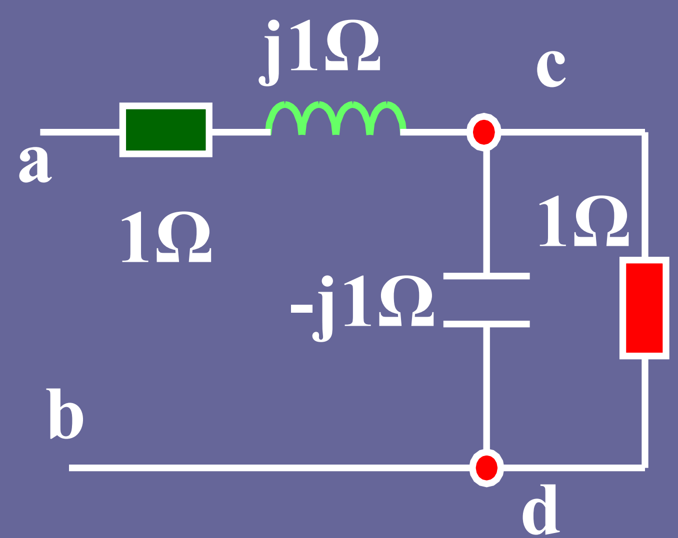


$$Z_{ac}=1+j\Omega$$

$$Z_{cd}=\frac{-j}{1-j}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}j\Omega$$

$$Z_{ab}=Z_{ac}+Z_{cd}$$

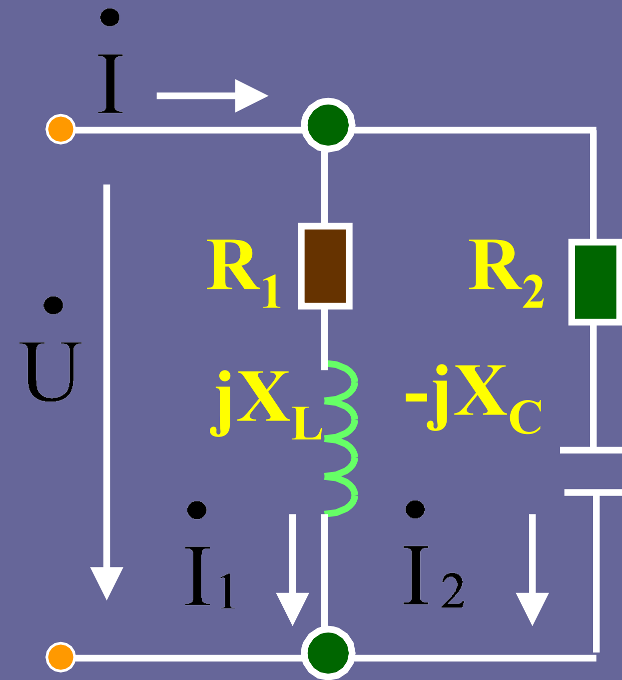
$$=1.5+0.5j\Omega$$



例：已知 $R_1=3\Omega$ $R_2=8\Omega$

$X_L=4\Omega$ $X_C=6\Omega$

$$u = 220\sqrt{2}\sin 314t \text{伏}$$



求：（1）i 、i_1、i_2

（2）P

（3）画出相量图

解：（1）

$$\because Z_1 = R_1 + jX_L = 3 + j4 = 5\angle 53^{\circ}\,\Omega$$

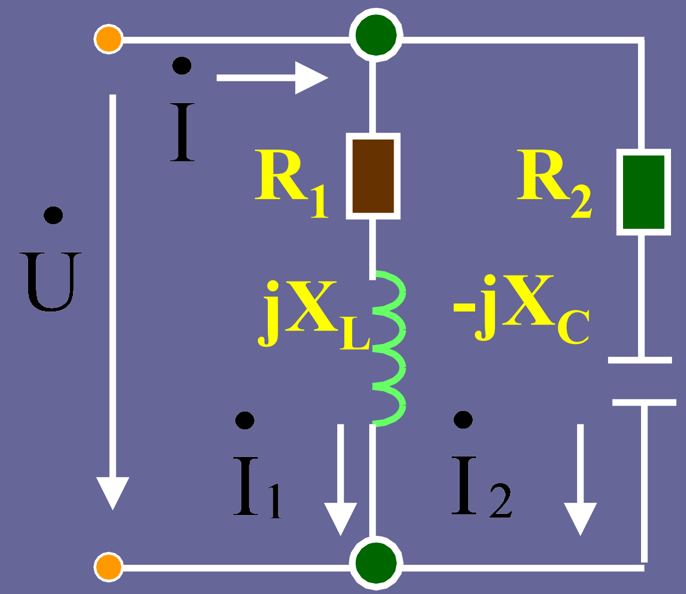
$$\because Z_2 = R_2 - jX_C = 8 - j6 = 10\angle -37^{\circ}\,\Omega$$

$$\therefore \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{220}{5\angle 53^{\circ}} = 44\angle -53^{\circ}\,\text{A}$$

$$\therefore \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{220}{10\underline{/-37^\circ}} = 22\underline{/37^\circ}\,A$$

$$\therefore \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 49.2\underline{/-26.5^\circ}\,A$$

I 也可以这样求:



$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2}$$

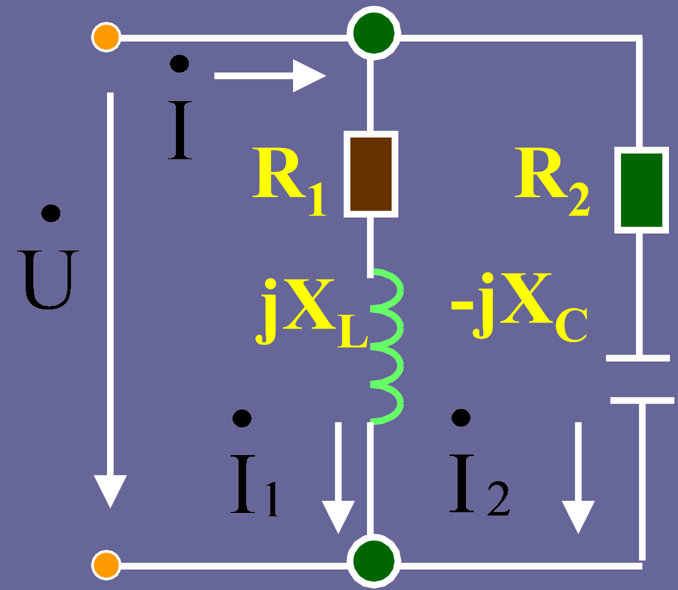
$$= 4.47\underline{/26.5^\circ}\,\Omega$$

$$\therefore \dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220}{4.47\underline{/26.5^\circ}} = 49.2\underline{/-26.5^\circ}\,A$$

$$Q \quad \dot{I}_1 = 44\angle{-53^\circ}\,A$$

$$\dot{I}_2 = 22\angle{37^\circ}\,A$$

$$\dot{I} = 49.2\angle{-26.5^\circ}\,A$$



$$i_1 = 44\sqrt{2}\sin(314t - 53^\circ)A$$

$$i_2 = 22\sqrt{2}\sin(314t + 37^\circ)A$$

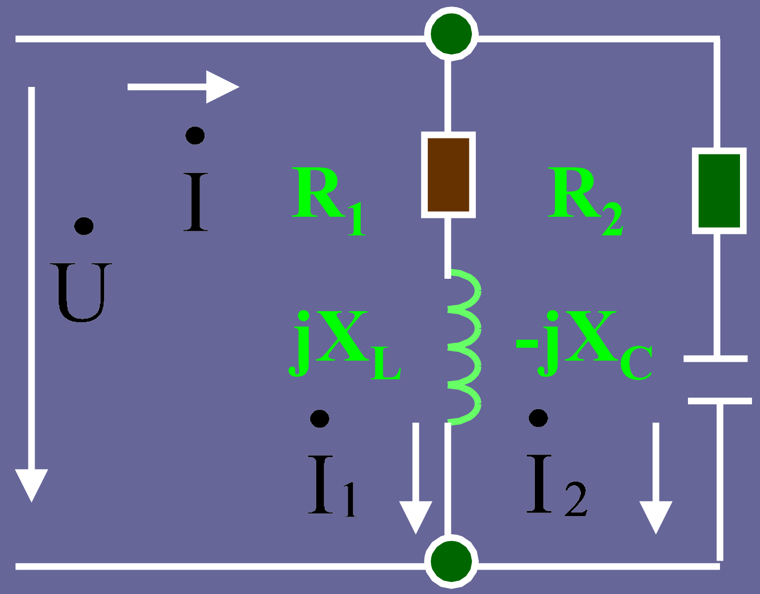
$$i = 49.2\sqrt{2}\sin(314t - 26.5^\circ)A$$

（2）计算功率P（三种方法）

①$P=UI\cos\varphi$

$=220\times49.2\cos26.5^o$

$=9680W$



②$P=I_1^2R_1+I_2^2R_2$

$=44^2\times3+22^2\times8$

$=9680W$

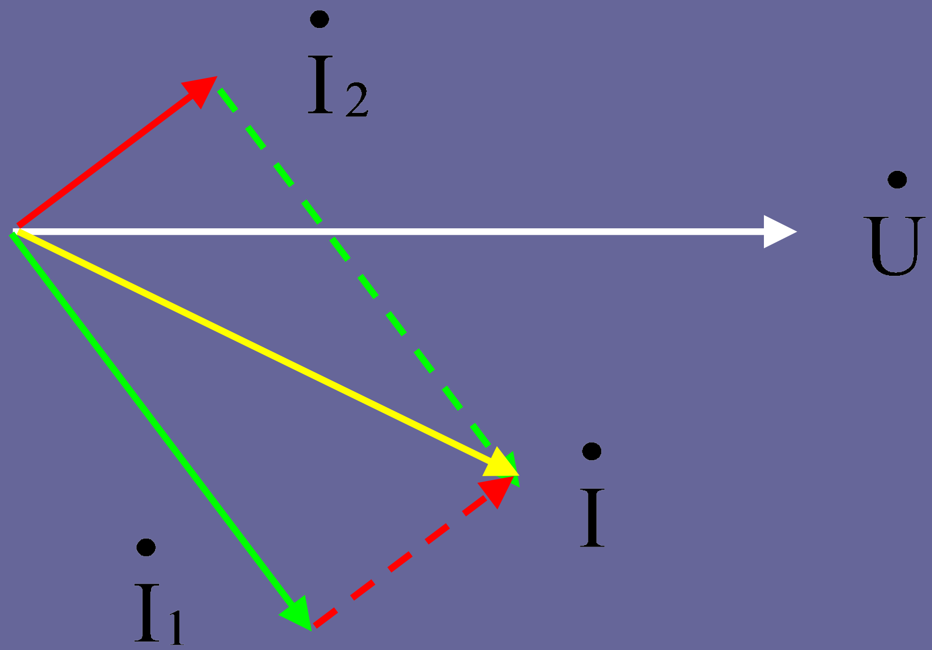
③$P=UI_1\cos53^o+UI_2\cos（-37^o）$

$=9680W$

（3）相量图

$\dot{U} = 220\underline{/0^\circ}\,V$ $\dot{I}_1 = 44\underline{/-53^\circ}\,A$

$\dot{I}_2 = 22\underline{/37^\circ}\,A$ $\dot{I} = 49.2\underline{/-26.5^\circ}\,A$



复杂交流电路的分析计算

与前面所讨论复杂直流电路一样，复杂交流电路也要应用前面所介绍的方法进行分析计算。

所不同的是：电压和电流应以**相量**来**表示**；电路中的R、L、C要用相应的**复阻抗**或复导纳来表示。由此，**等效法及叠加法等方法都适用**。

分析复杂交流电路的基本依据仍然是欧姆定律及基尔霍夫定律，但须用其**相量形式**。

以下结合例题来分析复杂交流电路。

$$\begin{cases} \dot{U} = Z\dot{I} \\ \sum(\pm \dot{I}) = 0 \\ \sum(\pm \dot{U}) = 0 \end{cases}$$

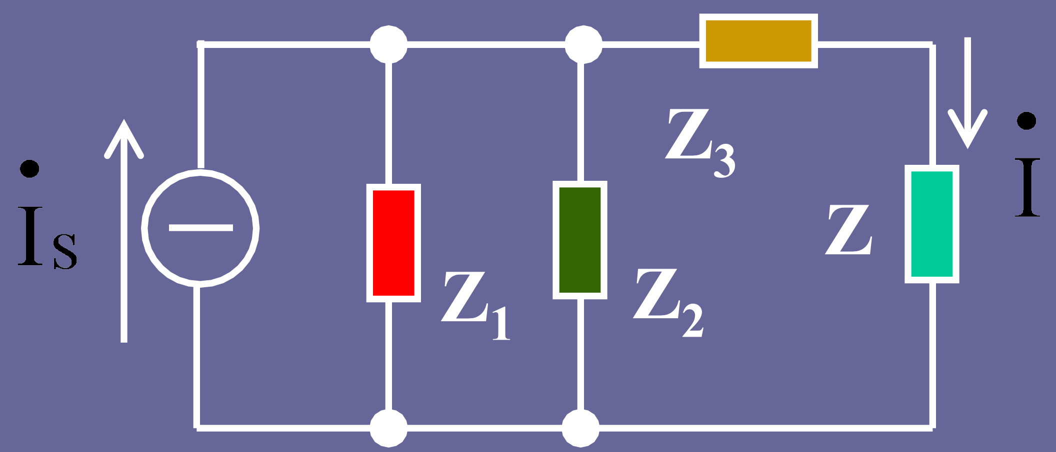
交流电路的解题步骤：

- 先将电路中的电压、电流等用相量表示
- 将电路中的各元件用复数阻抗表示
- 利用前面所学的各种方法进行求解

例题：已知 $\dot{I}_S = 4\underline{/90^\circ}\,A; Z_1 = Z_3 = -j30\,\Omega$

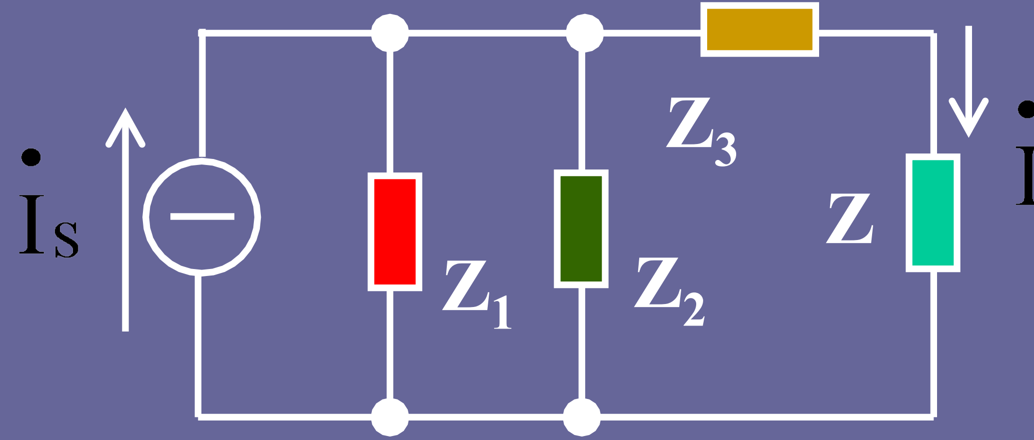
$Z_2 = 30\,\Omega; Z = 45\,\Omega.$

求 $\dot{I}$

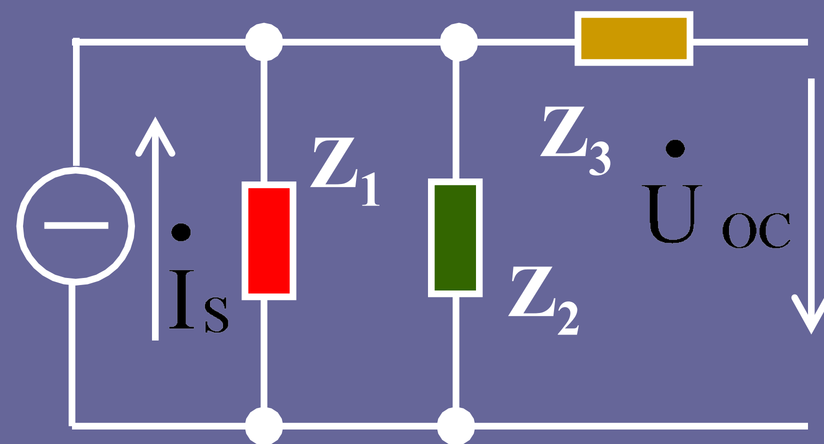


分析：

- 如果该电路是一个直流电路应如何求解呢？



- 在此，求解电流的方法和直流电路相同。



解：①应用戴维南定理

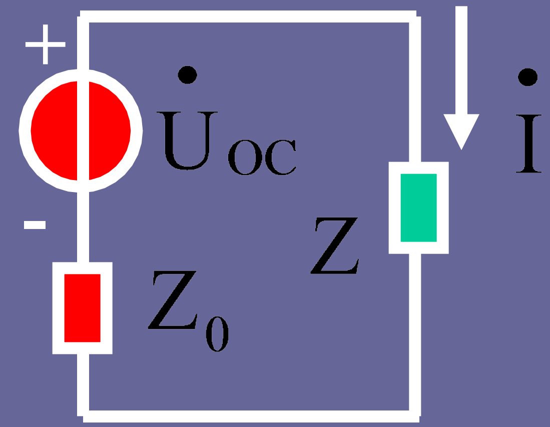
（a）求开路电压

$$\dot{U}_{OC} = Z_1 // Z_2 \times \dot{I}_S = 84.85\underline{/45^{\circ}}\,V$$

（b）求等效内阻

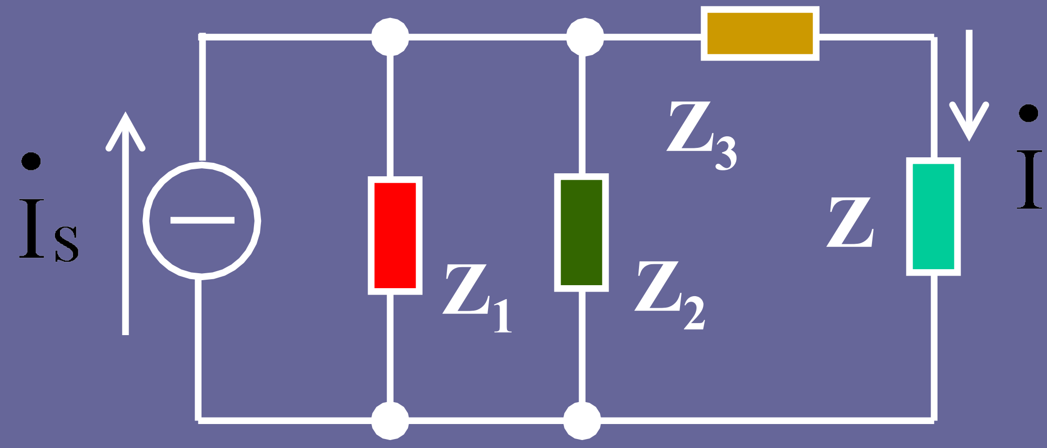
$$Z_0 = Z_3 + Z_1 // Z_2 = 15 - j45\Omega$$

（c）画等效电路



（d）求电流

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_{OC}}{Z_0+Z}=1.13\underline{/82^\circ}\,A$$



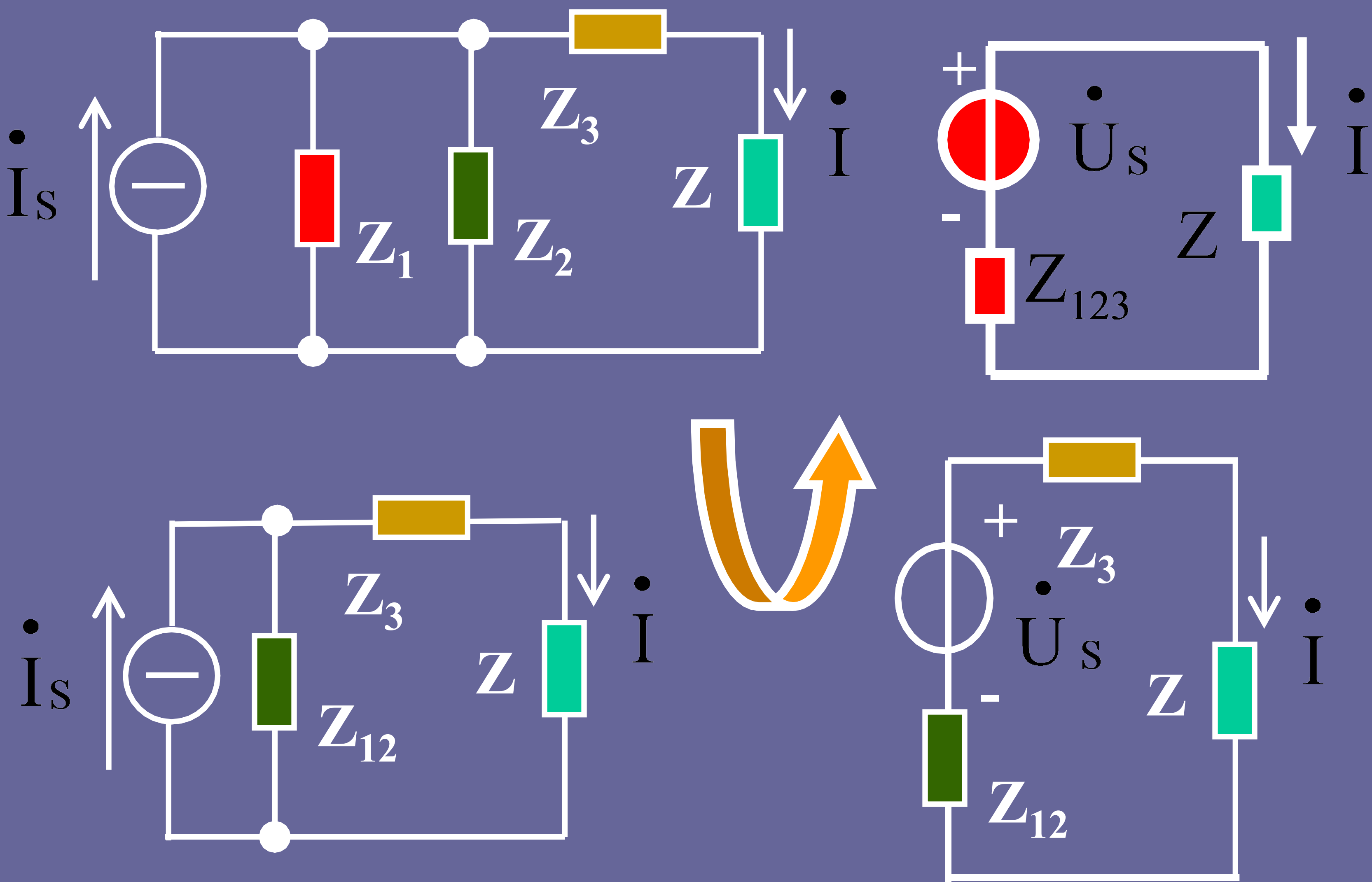
②用分流公式求解

$$\mathbf{Z}_{12}=\mathbf{Z}_1 /\!/ \mathbf{Z}_2$$

$$\dot{I}=\frac{Z_{12}}{Z_{12}+Z_3+Z}\dot{I}_S=1.13\underline{/82^\circ}\,A$$

③电源等效变换法求解

$$\dot{I} = 1.13\underline{/82^{\circ}}\,\mathrm{A}$$



交流电路的功率

瞬时功率p:　是时间的函数

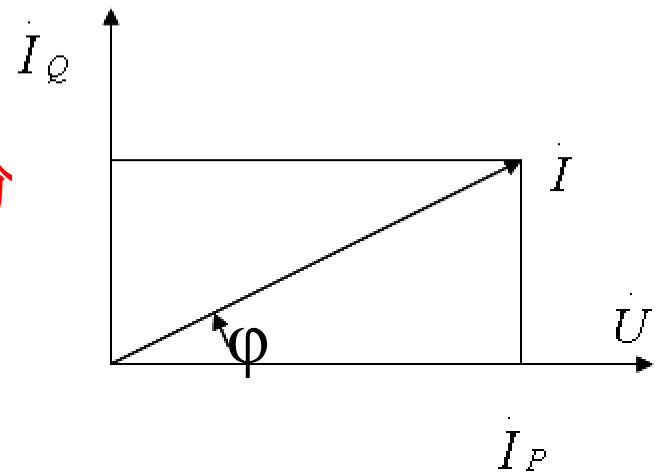
有功功率P:　电阻上消耗的功率（横轴分量）

无功功率Q：没有被消耗掉，在储能元件及电源间来回互换的功率（纵轴分

视在功率S：综合值 (斜边)

PQS三者之间的关系:

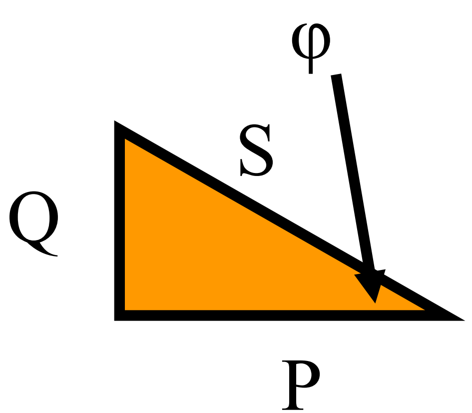
构成功率三角形



$$P = UI\cos\phi = S\cos\phi$$

$$Q = UI\sin\phi = S\sin\phi$$

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$$



R、L、C 串联电路中的功率计算

1. 瞬时功率

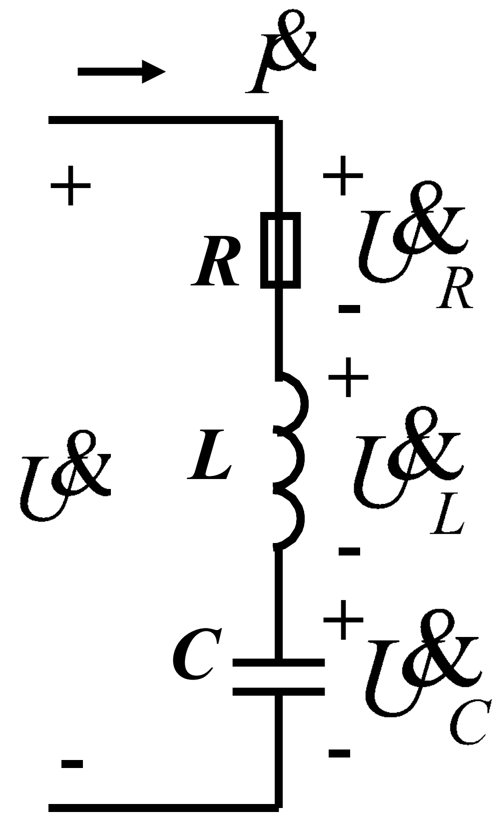
$$p = u \cdot i = p_R + p_L + p_C$$

2. 平均功率 P（有功功率）

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt$$

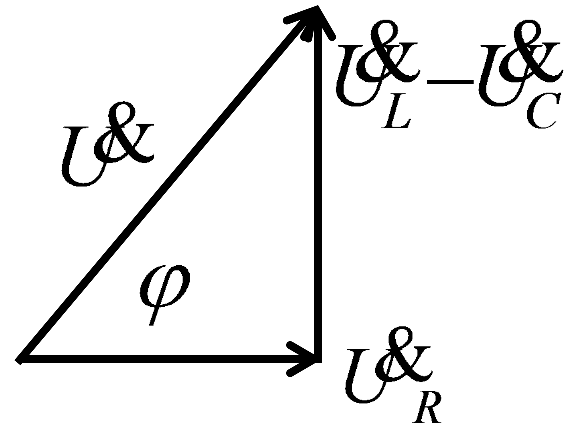
$$= \frac{1}{T}\int_0^T (p_R + p_L + p_C)\,dt$$

$$= P_R = U_R I = I^2 R$$



平均功率P与总电压U、总电流 I 间的关系：

$$P = U_R I$$



其中：$U_R = U\cos\varphi$

$$\therefore \quad P = UI\cos\varphi$$

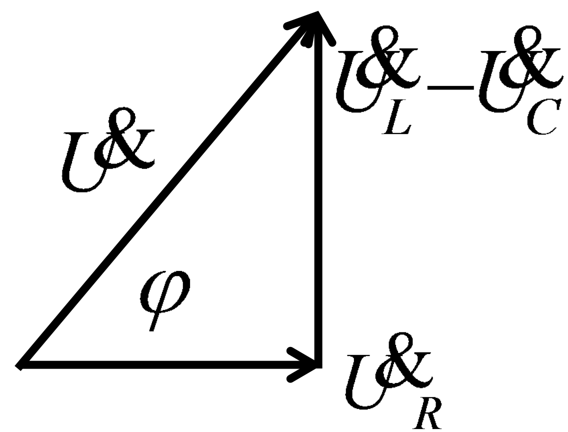
总电压　　总电流　　u 与 i 的夹角

$COS\varphi$ ----- 功率因数

3. 无功功率 Q：

在 R、L、C 串联的电路中，储能元件 L、C 虽然不消耗能量，但存在能量吞吐， 吞吐的规模用无功功率来表示。其大小为：

$$
\begin{aligned}
Q &= Q_L + Q_C \\
&= U_L I + (-U_C I) \\
&= (U_L - U_C) \times I \\
&= IU \sin \varphi
\end{aligned}
$$



4. 视在功率 S: 电路中总电压与总电流有效值的乘积。

$$S = UI$$ 单位：伏安、千伏安

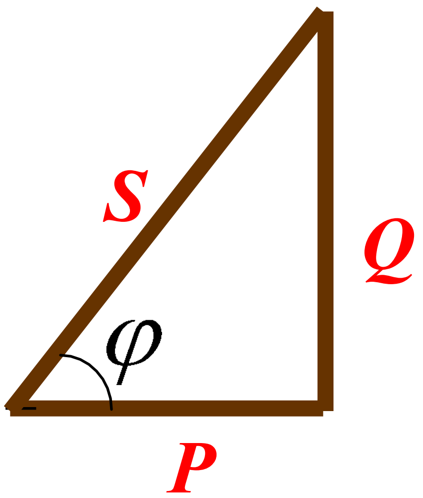
注： $S=UI$ 可用来衡量发电机可能提供的最大功率（额定电压×额定电流）

5. 功率三角形:

有功功率 $P = UI\cos\varphi$

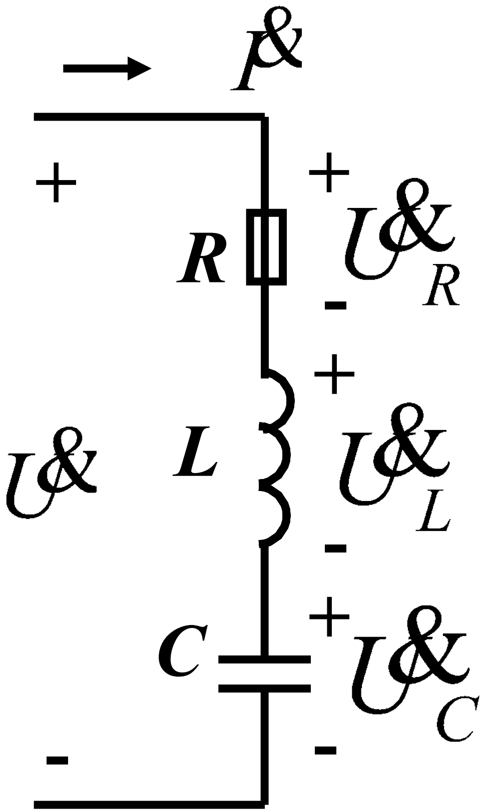
无功功率 $Q = UI\sin\varphi$

视在功率 $S = UI$



（有助记忆）

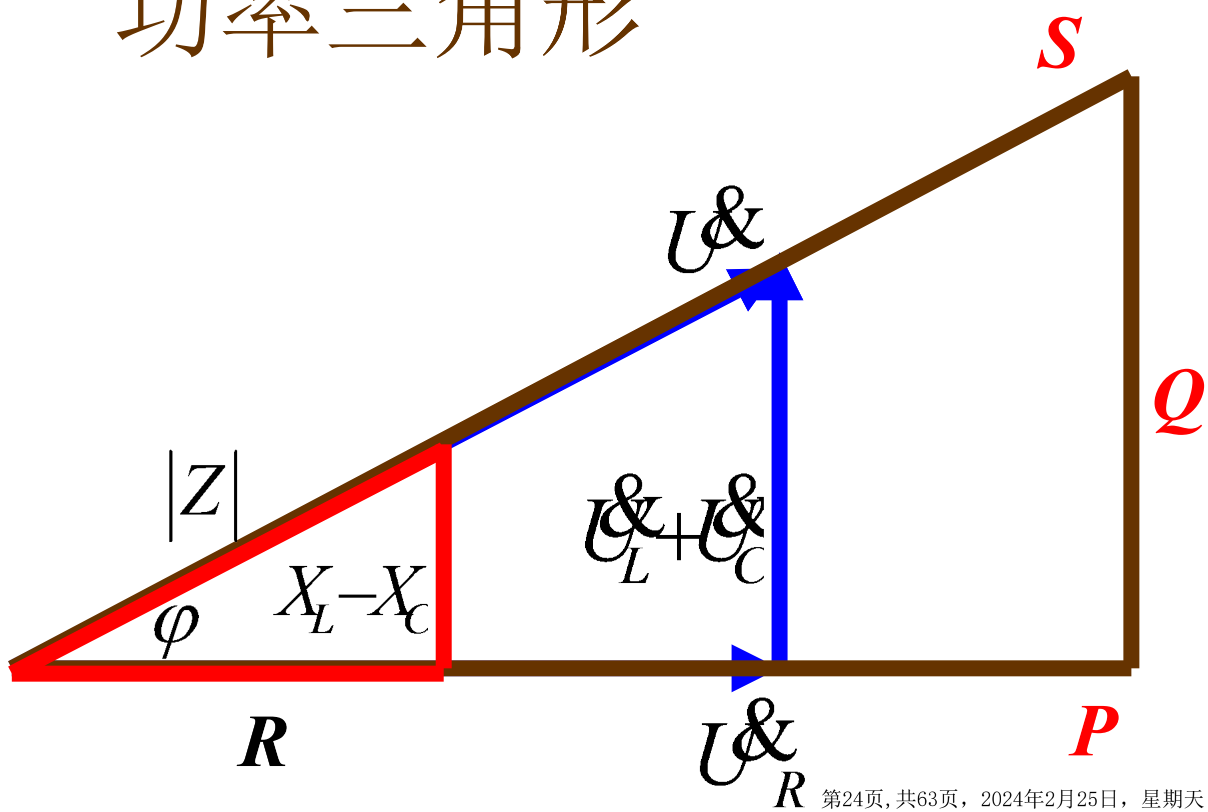
三个三角形的关系



阻抗三角形

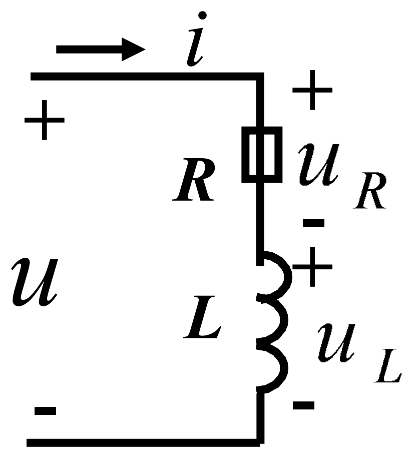
电压三角形

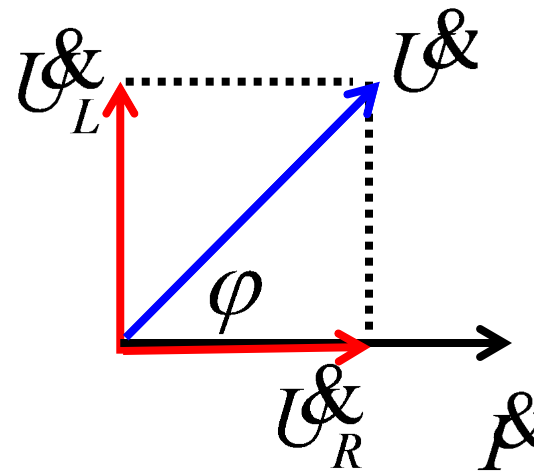
功率三角形



功率因数的提高

1.问题的提出： 日常生活中很多负载为感性的，其等效电路及相量关系如下图。





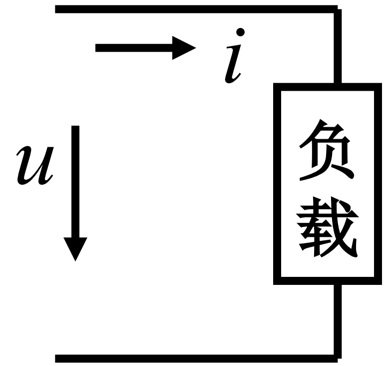
其中消耗的有功功率为：$\boxed{P = P_R = UICOS\ \varphi}$

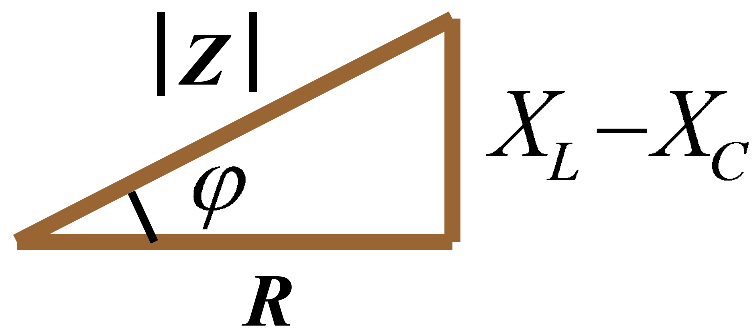
(1) 当U、I 一定时，*COSφ愈小，则P愈小。*

(2) 当U、P一定时，*COSφ愈小，则I愈大。*

∴ 希望将$COS\ \varphi$提高

功率因数（$COS\ \varphi$）和电路参数的关系





$$\varphi = \angle tg^{-1}\frac{X_L - X_C}{R}$$

说明： $\cos\varphi$ 由负载性质决定。与电路的参数和频率有关，与电路的电压、电流无关。

例

40W白炽灯 $COS\varphi = 1$

$$P = UI\cos\varphi \Rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{40}{220} = 0.182\ \text{A}$$

40W日光灯 $COS\varphi = 0.5$

发电与供电设备的容量要求较大

$$I = \frac{P}{U\cos\varphi} = \frac{40}{220 \times 0.5} = 0.364\ \text{A}$$

供电局一般要求用户的 $COS\varphi > 0.85$ ，否则受处罚。

常用电路的功率因数

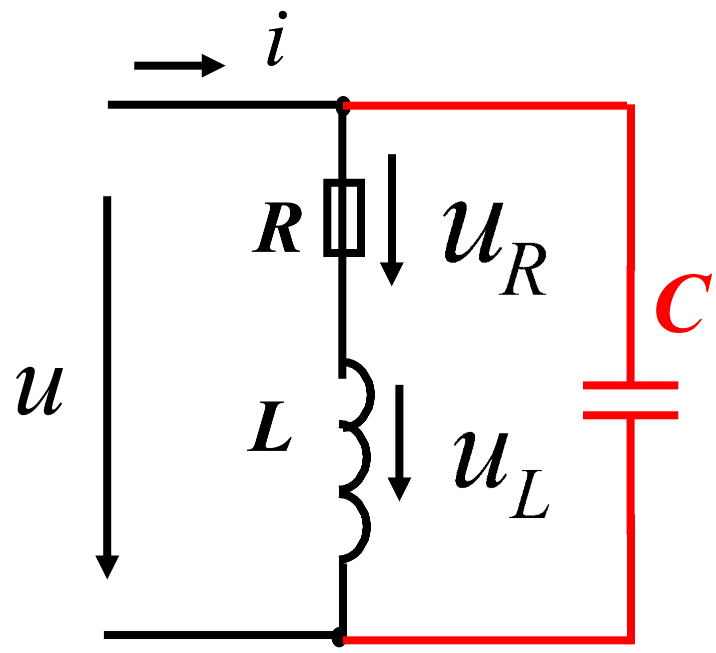
纯电阻电路	$COS\varphi = 1 \quad (\varphi = 0)$
纯电感电路或 纯电容电路	$COS\varphi = 0 \quad (\varphi = \pm 90°)$
R-L-C串联电路	$0 < COS\varphi < 1$ $(-90° < \varphi < +90°)$
电动机 空载 满载	$COS\varphi = 0.2 \sim 0.3$ $COS\varphi = 0.7 \sim 0.9$
日光灯 （*R-L-C*串联电路）	$COS\varphi = 0.5 \sim 0.6$

2. 提高功率因数的原则：

必须保证原负载的工作状态不变。即：加至负载上的电压和负载的有功功率不变。

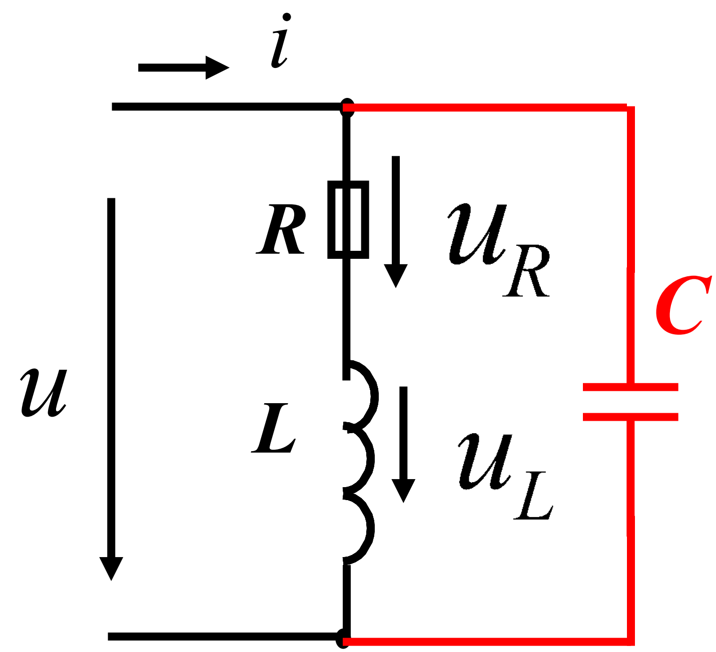
3. 提高功率因数的方法：

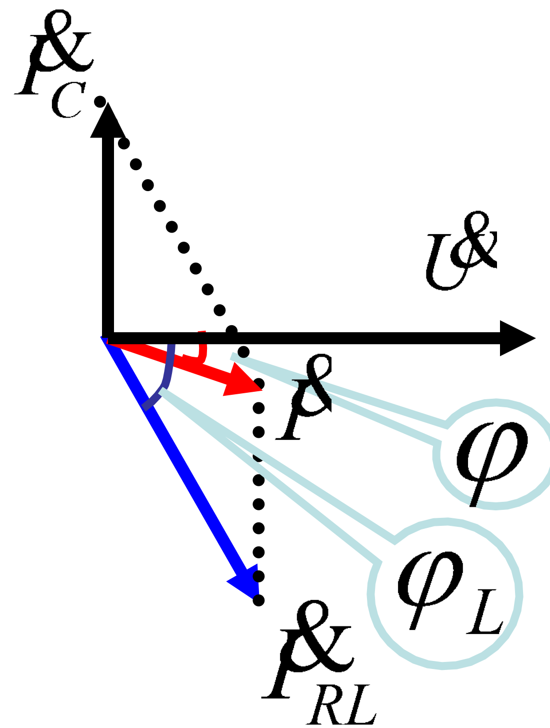
并电容



4。并联电容值的计算

设原电路的功率因数为 $\cos\varphi_L$，要求补偿到 $\cos\varphi$ 须并联多大电容？（设 U、P 为已知）

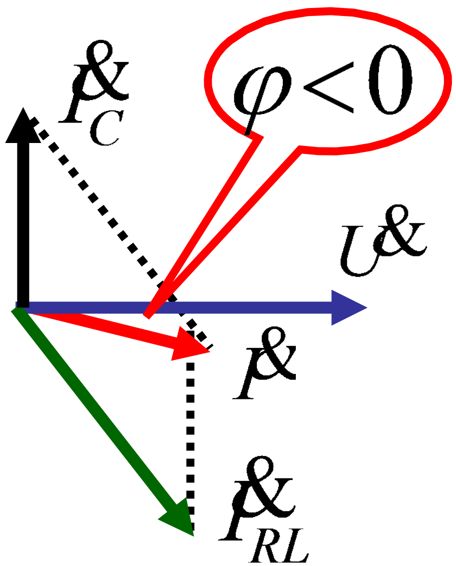




问题与讨论

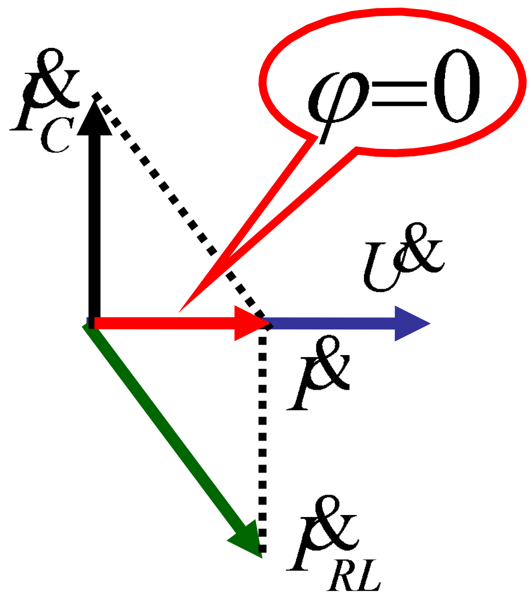
功率因素补偿问题（一）

功率因数补偿到什么程度？理论上可以补偿成以下三种情况:



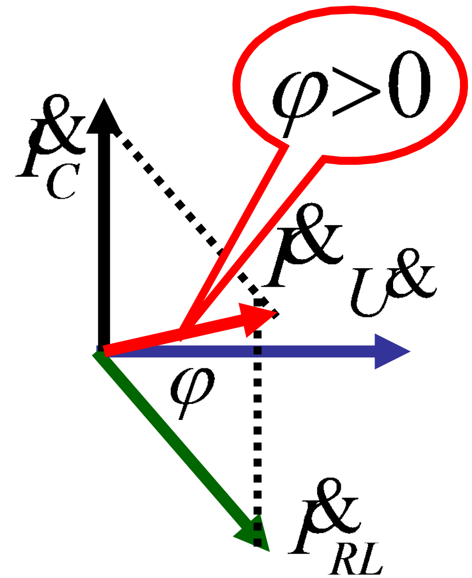
呈电感性

$\cos\varphi<1$



呈电阻性

$\cos\varphi=1$



呈电容性。

$\cos\varphi<1$