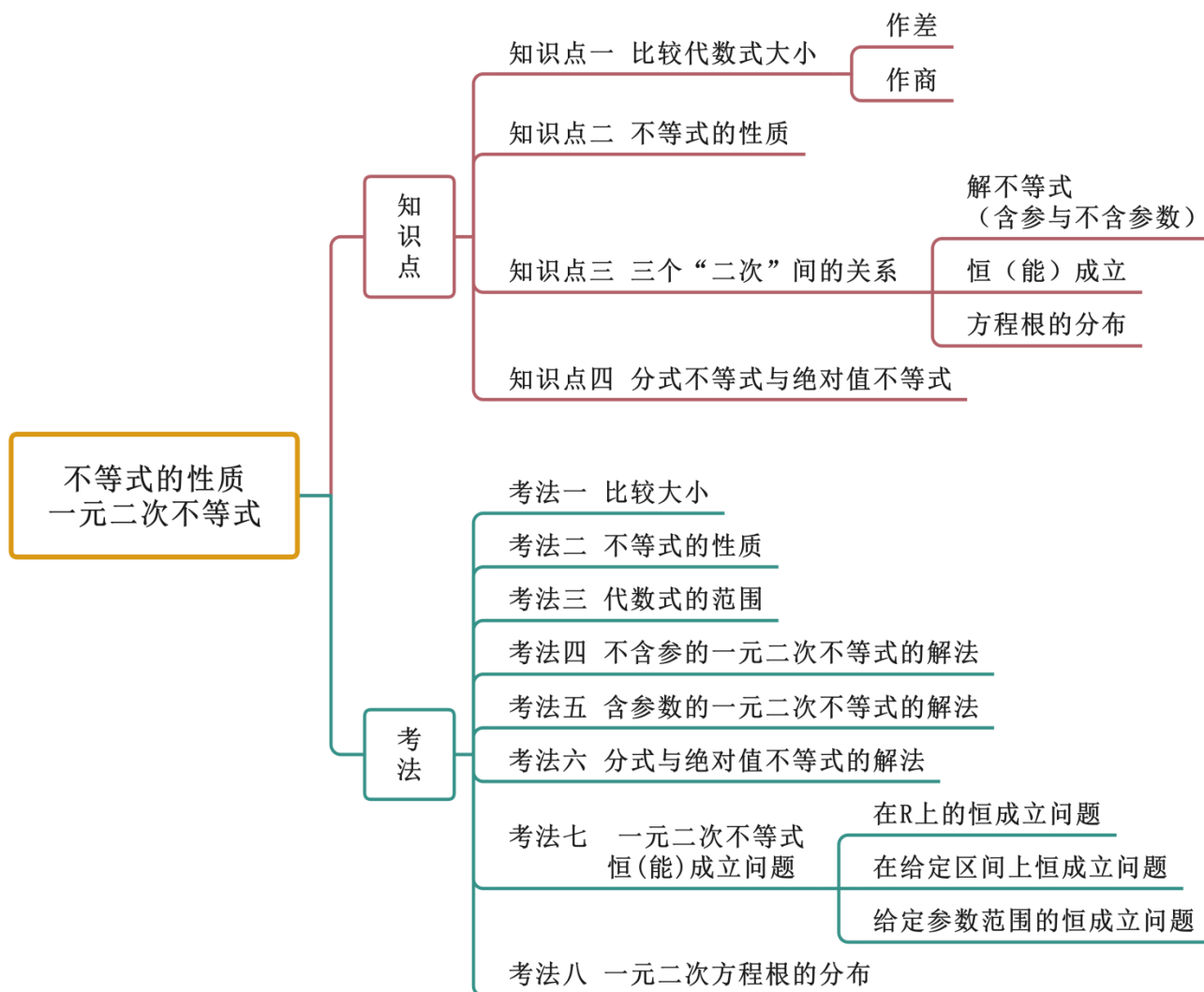


## 2.1 不等式的性质及一元二次不等式（精讲）

### 本节概要



### 考点展现

#### 一. 两个实数比较大小的方法

##### 1. 作差法

$$\textcircled{1} a-b>0 \Leftrightarrow a>b; \textcircled{2} a-b=0 \Leftrightarrow a=b; \textcircled{3} a-b<0 \Leftrightarrow a<b.$$

##### 2. 作商法

$$\textcircled{1} \frac{a}{b}>1 (a \in \mathbf{R}, b>0) \Leftrightarrow a \geq b (a \in \mathbf{R}, b>0);$$

$$\textcircled{2} \frac{a}{b}=1 (a \in \mathbf{R}, b \neq 0) \Leftrightarrow a = b (a \in \mathbf{R}, b \neq 0)$$

$$\textcircled{3} \frac{a}{b} < 1 (a \in \mathbf{R}, b > 0) \Leftrightarrow a < b (a \in \mathbf{R}, b > 0).$$

## 二. 等式的性质

性质 1 对称性: 如果  $a=b$ , 那么  $b=a$ ;

性质 2 传递性: 如果  $a=b, b=c$ , 那么  $a=c$ ;

性质 3 可加(减)性: 如果  $a=b$ , 那么  $a \pm c = b \pm c$ ;

性质 4 可乘性: 如果  $a=b$ , 那么  $ac=bc$ ;

性质 5 可除性: 如果  $a=b, c \neq 0$ , 那么  $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ .

## 三. 不等式的性质

性质 1 对称性:  $a > b \Leftrightarrow b < a$ ;

性质 2 传递性:  $a > b, b > c \Rightarrow a > c$ ;

性质 3 可加性:  $a > b \Leftrightarrow a + c > b + c$ ;

性质 4 可乘性:  $a > b, c > 0 \Rightarrow ac > bc$ ;  $a > b, c < 0 \Rightarrow ac < bc$ ;

性质 5 同向可加性:  $a > b, c > d \Rightarrow a + c > b + d$ ;

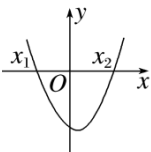
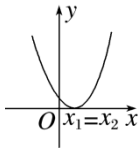
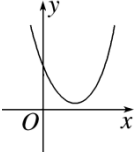
性质 6 同向同正可乘性:  $a > b > 0, c > d > 0 \Rightarrow ac > bd$ ;

性质 7 同正可乘方性:  $a > b > 0 \Rightarrow a^n > b^n (n \in \mathbf{N}, n \geq 2)$ .

## 四. 一元二次不等式

1. 概念: 一般地, 我们把只含有一个未知数, 并且未知数的最高次数是 2 的不等式, 称为一元二次不等式.

2. 二次函数与一元二次方程、不等式的解的对应关系

判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 的图象			
方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a > 0)$ 的根	有两个不相等的实数根 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$	有两个相等的实数根 $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	没有实数根
$ax^2 + bx + c > 0 (a > 0)$ 的解集	$\{x   x < x_1, \text{ 或 } x > x_2\}$	$\left\{x \mid x \neq -\frac{b}{2a}\right\}$	$\mathbf{R}$
$ax^2 + bx + c < 0 (a > 0)$ 的解集	$\{x   x_1 < x < x_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$

## 五. 分式不等式与整式不等式

$$(1) \frac{f(x)}{g(x)} > 0 (< 0) \Leftrightarrow f(x)g(x) > 0 (< 0);$$

$$(2) \frac{f(x)}{g(x)} \geq 0 (\leq 0) \Leftrightarrow f(x)g(x) \geq 0 (\leq 0) \text{ 且 } g(x) \neq 0.$$

## 六. 简单的绝对值不等式

$|x| > a (a > 0)$  的解集为  $(-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ ,  $|x| < a (a > 0)$  的解集为  $(-a, a)$ .

## 七. 常用结论

### 1. 倒数性质的几个必备结论

$$(1) a > b, ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

$$(2) a < 0 < b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

$$(3) a > b > 0, 0 < c < d \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{d}$$

$$(4) 0 < a < x < b \text{ 或 } a < x < b < 0 \Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{x} < \frac{1}{a}.$$

### 2. 两个重要不等式

若  $a > b > 0, m > 0$ , 则:

$$(1) \frac{b}{a} < \frac{b+m}{a+m}; \frac{b}{a} > \frac{b-m}{a-m} (b-m > 0);$$

$$(2) \frac{a}{b} > \frac{a+m}{b+m}; \frac{a}{b} < \frac{a-m}{b-m} (b-m > 0).$$

## 思路点拨

### 一. 比较大小的常用方法

(1) 作差法: ①作差; ②变形; ③定号; ④得出结论.

(2) 作商法: ①作商; ②变形; ③判断商与 1 的大小关系; ④得出结论.

(3) 构造函数, 利用函数的单调性比较大小.

(4) 赋值法和排除法: 可以多次取特殊值, 根据特殊值比较大小, 从而得出结论.

### 二. 判断不等式的常用方法

(1) 利用不等式的性质逐个验证.

(2) 利用特殊值法排除错误选项.

(3) 作差法.

(4) 构造函数, 利用函数的单调性.

### 三. 解含参数的一元二次不等式的步骤

(1) 根据二次项系数为正、负及零进行分类.

(2) 根据判别式  $\Delta$  与 0 的关系判断根的个数.

(3) 有两个根时, 有时还需根据两根的大小进行讨论.

#### 四. 恒成立问题求参数的范围

1.一元二次不等式的恒成立问题对一元二次不等式的恒成立问题的考查常有以下几种形式:

- (1) 在  $\mathbf{R}$  上恒成立;
- (2) 在给定区间上恒成立;
- (3) 给定参数范围的恒成立.

处理此类问题的常用方法有: ①分参法; ②函数法; ③变换主元法.

2.一元二次不等式在  $\mathbf{R}$  上恒成立的条件

(1)不等式  $ax^2+bx+c>0(a\neq 0)$ 对任意实数  $x$  恒成立 $\Leftrightarrow \begin{cases} a>0, \\ \Delta<0. \end{cases}$

(2)不等式  $ax^2+bx+c<0(a\neq 0)$ 对任意实数  $x$  恒成立 $\Leftrightarrow \begin{cases} a<0, \\ \Delta<0. \end{cases}$

注意: 只要二次项系数含参数, 必须讨论二次项系数为零的情况.

3.给定区间上的恒成立问题的求解方法

(1)函数法: 若  $f(x)>0$  在给定集合上恒成立, 可利用一元二次函数的图象转化为等价不等式(组)求范围.

(2)分参法: 转化为函数值域问题, 即已知函数  $f(x)$  的值域为  $[m, n]$ , 则  $f(x)\geq a$  恒成立 $\Rightarrow f(x)_{\min}\geq a$ , 即  $m\geq a$ ;  $f(x)\leq a$  恒成立 $\Rightarrow f(x)_{\max}\leq a$ , 即  $n\leq a$ .

4.给定参数范围的恒成立问题解法

解决恒成立问题一定要清楚选谁为主元, 谁是参数. 一般情况下, 知道谁的范围, 就选谁当主元, 求谁的范围, 谁就是参数. 即把变元与参数交换位置, 构造以参数为变量的函数, 根据原变量的取值范围列式求解.

#### 五. 一元二次方程根的分布

设方程  $ax^2+bx+c=0(a\neq 0, \Delta>0)$  有不相等的两根为  $x_1, x_2$ , 且  $x_1<x_2$ , 相应的二次函数为  $f(x)=ax^2+bx+c$ , 方程的根即为二次函数的图象与  $x$  轴交点的横坐标, 它们的分布情况见下面各表(每种情况对应的均是充要条件).

(1) 两根与 0 的大小比较即根的正负情况

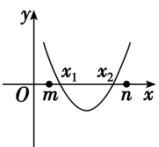
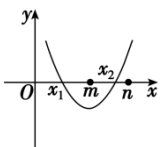
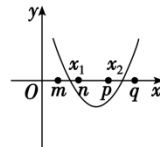
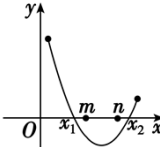
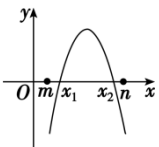
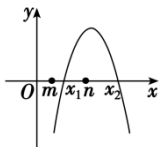
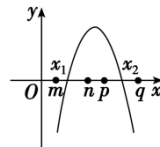
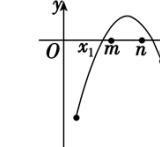
分布情况	两个负根即两根都小于 $0(x_1<0, x_2<0)$	两个正根即两根都大于 $0(x_1>0, x_2>0)$	一正根一负根即一个根 小于 0, 一个根大于 $0(x_1<0<x_2)$
大致图象( $a>0$ )			

得出的结论	$\begin{cases} \Delta > 0, \\ -\frac{b}{2a} < 0, \\ f(0) > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \Delta > 0, \\ -\frac{b}{2a} > 0, \\ f(0) > 0 \end{cases}$	$f(0) < 0$
大致图象( $a < 0$ )			
得出的结论	$\begin{cases} \Delta > 0, \\ -\frac{b}{2a} < 0, \\ f(0) < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \Delta > 0, \\ -\frac{b}{2a} > 0, \\ f(0) < 0 \end{cases}$	$f(0) > 0$
综合结论(不讨论 $a$ )	$\begin{cases} \Delta > 0, \\ -\frac{b}{2a} < 0, \\ a \cdot f(0) > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \Delta > 0, \\ -\frac{b}{2a} > 0, \\ a \cdot f(0) > 0 \end{cases}$	$a \cdot f(0) < 0$

(2) 两根与  $k$  的大小比较

分布情况	两根都小于 $k$ 即 $x_1 < k$ , $x_2 < k$	两根都大于 $k$ 即 $x_1 > k$ , $x_2 > k$	一个根小于 $k$ , 一个根大于 $k$ 即 $x_1 < k < x_2$
大致图象( $a > 0$ )			
得出的结论	$\begin{cases} \Delta > 0, \\ -\frac{b}{2a} < k, \\ f(k) > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \Delta > 0, \\ -\frac{b}{2a} > k, \\ f(k) > 0 \end{cases}$	$f(k) < 0$
大致图象( $a < 0$ )			
得出的结论	$\begin{cases} \Delta > 0, \\ -\frac{b}{2a} < k, \\ f(k) < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \Delta > 0, \\ -\frac{b}{2a} > k, \\ f(k) < 0 \end{cases}$	$f(k) > 0$
综合结论(不讨论 $a$ )	$\begin{cases} \Delta > 0, \\ -\frac{b}{2a} < k, \\ a \cdot f(k) > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \Delta > 0, \\ -\frac{b}{2a} > k, \\ a \cdot f(k) > 0 \end{cases}$	$a \cdot f(k) < 0$

(3) 根在区间上的分布

分布情况	两根都在 $(m, n)$ 内	两根有且仅有一根在 $(m, n)$ 内(图象有两种情况, 只画了一种)	一根在 $(m, n)$ 内, 另一根在 $(p, q)$ 内, $m < n < p < q$	两根分别在区间 $(m, n)$ 外, 即在区间两侧 $x_1 < m, x_2 > n$
大致图象( $a > 0$ )				
得出的结论	$\begin{cases} \Delta > 0, \\ f(m) > 0, \\ f(n) > 0, \\ m < -\frac{b}{2a} < n \end{cases}$	$f(m) \cdot f(n) < 0$	$\begin{cases} f(m) > 0, \\ f(n) < 0, \\ f(p) < 0, \\ f(q) > 0 \end{cases} \text{ 或}$ $\begin{cases} f(m) f(n) < 0, \\ f(p) f(q) < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} f(m) < 0, \\ f(n) < 0; \end{cases}$
大致图象( $a < 0$ )				
得出的结论	$\begin{cases} \Delta > 0, \\ f(m) < 0, \\ f(n) < 0, \\ m < -\frac{b}{2a} < n \end{cases}$	$f(m) \cdot f(n) < 0$	$\begin{cases} f(m) < 0, \\ f(n) > 0, \\ f(p) > 0, \\ f(q) < 0 \end{cases} \text{ 或}$ $\begin{cases} f(m) f(n) < 0, \\ f(p) f(q) < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} f(m) > 0, \\ f(n) > 0. \end{cases}$
综合结论(不论 $a$ )	_____	$f(m) \cdot f(n) < 0$	$\begin{cases} f(m) f(n) < 0, \\ f(p) f(q) < 0 \end{cases}$	

**考法解读**

考法一 比较大小

【例 1-1】(2023 浙江嘉兴) (多选) 若实数  $a, b$  满足  $a < b < 0$ , 则 ( )

A.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

B.  $\ln a^2 > \ln b^2$

C.  $a|a| < b|b|$

D.  $a + \frac{1}{b} < b + \frac{1}{a}$

【答案】BCD

【解析】A: 由  $a < b < 0 \Rightarrow ab > 0 \Rightarrow \frac{a}{ab} < \frac{b}{ab} \Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$ , 因此本选项不正确;

B: 由  $a < b < 0 \Rightarrow (-a) > (-b) > 0 \Rightarrow a^2 > b^2 > 0 \Rightarrow \ln a^2 > \ln b^2$ , 因此本选项正确;

C: 因为  $a < b < 0$ , 所以  $a|a| - b|b| = -a^2 + b^2 = (b-a)(b+a) < 0 \Rightarrow a|a| - b|b| < 0 \Rightarrow a|a| < b|b|$ , 因此本选项正确;

D: 因为  $a < b < 0$ , 所以

$$a + \frac{1}{b} - b - \frac{1}{a} = \frac{(a-b)(ab+1)}{ab} < 0 \Rightarrow a + \frac{1}{b} - b - \frac{1}{a} < 0 \Rightarrow a + \frac{1}{b} < b + \frac{1}{a}, \text{ 因此本选项正确,}$$

故选: BCD

【例 1-2】(2023·云南) 设  $a = \ln 2, b = \log_3 2$ , 则 ( )

A.  $a + b > a - b > ab$

B.  $a - b > ab > a + b$

C.  $a + b > ab > a - b$

D.  $ab > a + b > a - b$

【答案】C

【解析】 $0 < \ln 2 = a < \ln e = 1, 0 < b = \log_3 2 < \log_3 3 = 1$ ,

所以  $ab > 0, a + b > 0, \frac{1}{a} > 1, \frac{1}{b} > 1$ .

因为  $\frac{a+b}{ab} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} > 1$ , 所以  $a + b > ab$ ;

因为  $(a+b) - (a-b) = 2b > 0$ , 所以  $a + b > a - b$ ;

因为  $a - b = \ln 2 - \log_3 2 = \ln 2 - \frac{\ln 2}{\ln 3} = \ln 2 \left( 1 - \frac{1}{\ln 3} \right) > 0$ ,

则  $\frac{a-b}{ab} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{\ln 3}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 2} = \frac{\ln 3 - 1}{\ln 2} = \frac{\ln \frac{3}{e}}{\ln 2} < 1$ , 所以  $ab > a - b$ .

综上,  $a + b > ab > a - b$ .

故选: C.

【一隅三反】

1. (2023 北京) 已知:  $2^a = 6^b = 10$ , 则 3,  $ab$ ,  $a + b$  的大小关系是

A.  $ab < a + b < 3$

B.  $ab < 3 < a + b$

C.  $3 < a + b < ab$

D.  $3 < ab < a + b$

【答案】D

【解析】 $a = \log_2 10 > \log_2 8 = 3, b = \log_6 10 > 1, \therefore ab > 3$ ;

又  $\frac{a+b}{ab} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \lg 2 + \lg 6 = \lg 12 > 1 \Rightarrow a + b > ab, \therefore a + b > ab > 3$ . 故选 D.

2. (2023 贵州贵阳) 设  $a > 1$ , 且实数  $x, y, z$  满足  $\frac{a^{2x}}{2} = \frac{a^{3y}}{3} = \frac{a^{5z}}{5} = 1$ , 则 ( )

- A.  $x < y < z$       B.  $z < x < y$       C.  $y < z < x$       D.  $y < x < z$

**【答案】B**

**【解析】**由  $a^{2x} = 1$ , 可得  $a^{2x} = 2$ , 则  $2x = \log_a 2$ , 即  $x = \frac{\log_a 2}{2}$ ;

同理  $y = \frac{\log_a 3}{3}$ ,  $z = \frac{\log_a 5}{5}$ ,

因为  $a > 1$ , 所以  $x, y, z$  均为正数, 则  $\frac{x}{y} = \frac{\frac{\log_a 2}{2}}{\frac{\log_a 3}{3}} = \frac{3 \log_a 2}{2 \log_a 3} = \frac{\log_a 2^3}{\log_a 3^2} = \frac{\log_a 8}{\log_a 9} = \log_9 8 < 1$ , 同理可得

$\frac{x}{z} = \frac{\log_a 32}{\log_a 25} = \log_{25} 32 > 1$ ,  $\frac{y}{z} = \frac{\log_a 243}{\log_a 125} = \log_{125} 243 > 1$ , 所以  $z < x < y$ , 故选: B

3 (2022 秋·重庆沙坪坝·高三重庆一中校考阶段练习) (多选) 下列大小关系正确的有 ( )

- A.  $2^{2.1} > 2.1^2$       B.  $2^{3.9} < 3.9^2$       C.  $\frac{1}{\ln 2} < \frac{\ln 2}{2}$       D.  $\log_5 3 < \log_8 5$

**【答案】BD**

**【解析】**由指数函数  $y = 2^x$  和幂函数  $y = x^2$  可知, 当  $x \in (2, 4)$  时  $2^x < x^2$ ,

因为  $2 < 2.1 < 4$ , 所以  $2^{2.1} < 2.1^2$ , 选项 A 不正确;

因为  $2 < 3.9 < 4$ , 所以  $2^{3.9} < 3.9^2$ , 故选项 B 正确;

因为  $\ln 1 < \ln 2 < \ln e$ , 所以  $0 < \ln 2 < 1$ , 即  $0 < (\ln 2)^2 < 1$

所以  $\frac{1}{\ln 2} - \frac{\ln 2}{2} = \frac{2 - (\ln 2)^2}{2 \ln 2} > 0$ , 所以  $\frac{1}{\ln 2} > \frac{\ln 2}{2}$ , 故选项 C 不正确;

因为  $\log_5 3 > 0$ ,  $\log_8 5 > 0$ ,

所以  $\frac{\log_5 3}{\log_8 5} = \frac{\lg 3}{\lg 5} \times \frac{\lg 8}{\lg 5} = \frac{\lg 3 \times \lg 8}{(\lg 5)^2} \leq \frac{\left(\frac{\lg 3 + \lg 8}{2}\right)^2}{(\lg 5)^2} = \left(\frac{\lg 3 + \lg 8}{2 \lg 5}\right)^2 = \left(\frac{\lg 24}{\lg 25}\right)^2 < 1$ ,

所以  $\log_5 3 < \log_8 5$ , 故选项 D 正确, 故选: BD

### 考法二 不等式的性质

**【例 2】**(2023·吉林·统考三模) 已知  $\frac{1}{b} < \frac{1}{a} < 0$ , 则下列不等式不一定成立的是 ( )

- A.  $a < b$       B.  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} > 2$       C.  $a - \frac{1}{a} < b - \frac{1}{b}$       D.  $\ln(b-a) > 0$

**【答案】D**

**【解析】**A 选项,  $\frac{1}{b} < \frac{1}{a} < 0$ , 故  $a < 0, b < 0$ , 所以  $ab > 0$ ,

$\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$  两边同乘以  $ab$  得,  $a < b$ , A 成立;



B 选项, 因为  $a < b < 0$ , 所以  $\frac{b}{a} > 0, \frac{a}{b} > 0$ , 且  $\frac{b}{a} \neq \frac{a}{b}$ ,

由基本不等式得  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} > 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}} = 2$ , 故 B 成立;

C 选项, 因为  $a < b < 0$ , 所以  $a - b < 0, \frac{1}{ab} > 0$ ,

故  $a - \frac{1}{a} - \left(b - \frac{1}{b}\right) = a - b + \frac{a - b}{ab} = (a - b)\left(1 + \frac{1}{ab}\right) < 0$ , 所以  $a - \frac{1}{a} < b - \frac{1}{b}$ , C 成立;

D 选项, 不妨取  $a = -2, b = -1$ , 满足  $a < b < 0$ , 此时  $\ln(b - a) = \ln 1 = 0$ , 故 D 不一定成立.

故选: D

### 【一隅三反】

1. (2023·湖北武汉·统考模拟预测) 下列不等式正确的是 ( )

A. 若  $ac^2 \geq bc^2$ , 则  $a \geq b$

B. 若  $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$ , 则  $a < b$

C. 若  $a + b > 0, c - b > 0$ , 则  $a > c$

D. 若  $a > 0, b > 0, m > 0$ , 且  $a < b$ , 则  $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$

【答案】D

【解析】对于 A, 当  $c = 0, a = -1, b = 2$  时满足  $ac^2 \geq bc^2$ , 但  $a < b$ , 所以 A 错误;

对于 B, 当  $c = -1, a = -2, b = -3$  时, 满足  $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$ , 但  $a > b$ , 所以 B 错误;

对于 C, 由不等式的基本性质易知  $a + c > 0$ , 当  $a = -1, b = \frac{3}{2}, c = 2$  时满足  $a + b > 0, c - b > 0$ , 但  $a < c$ , 所以 C 错误;

对于 D,  $\frac{a+m}{b+m} - \frac{a}{b} = \frac{(a+m)b - a(b+m)}{(b+m)b} = \frac{(b-a)m}{(b+m)b} > 0$ , 所以  $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$ , 故 D 正确.

故选: D.

2 (2023·北京朝阳·统考一模) 若  $a > 0 > b$ , 则 ( )

A.  $a^3 > b^3$

B.  $|a| > |b|$

C.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

D.  $\ln(a - b) > 0$

【答案】A

【解析】Q  $a > 0 > b$ ,  $\therefore a^3 > 0, b^3 < 0$ , 即  $a^3 > b^3$ , 故 A 正确;

取  $a = 1, b = -2$ , 则  $|a| > |b|$  不成立, 故 B 错误;

取  $a = 1, b = -2$ , 则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  不成立, 故 C 错误;

取  $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$ , 则  $\ln(a-b) = \ln 1 = 0$ , 故 D 错误.

故选: A

3. (2023·江苏) 已知  $a > b$ , 则 ( )

A.  $a+3 > b+3$

B.  $3-a > 3-b$

C.  $\frac{3}{a} > \frac{3}{b}$

D.  $a^2 > b^2$

【答案】A

【解析】A 选项:  $a > b$ , 则  $a+3 > b+3$ , 故 A 正确;

B 选项:  $a > b$ , 则  $-a < -b$ , 所以  $3-a < 3-b$ , 故 B 错误;

C 选项: 当  $a > b > 0$  或  $0 > a > b$  时,  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ , 则  $\frac{3}{a} < \frac{3}{b}$ , 故 C 错误;

D 选项: 当  $0 > a > b$  时,  $a^2 < b^2$ , 故 D 错误.

故选: A.

### 考法三 代数式范围

【例 3】(2023·江苏南通·模拟预测) 已知  $a-b \in [0,1], a+b \in [2,4]$ , 则  $4a-2b$  的取值范围是

( )

A.  $[1,5]$

B.  $[2,7]$

C.  $[1,6]$

D.  $[0,9]$

【答案】B

【解析】设  $4a-2b = m(a-b) + n(a+b) = (m+n)a - (m-n)b$ ,

$$\text{所以 } \begin{cases} m+n=4 \\ m-n=2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} m=3 \\ n=1 \end{cases},$$

$$\text{所以 } 4a-2b = 3(a-b) + (a+b),$$

$$\text{又 } a-b \in [0,1], a+b \in [2,4],$$

所以  $3(a-b) \in [0,3], 4a-2b \in [2,7]$ , 故 A, C, D 错误.

故选: B.

### 【一隅三反】

1. (2023 秋·广东·高三校联考期末) 已知  $1 \leq a-b \leq 3, 3 \leq a+b \leq 7$ , 则  $5a+b$  的取值范围为

( )

A.  $[15,31]$

B.  $[14,35]$

C.  $[12,30]$

D.  $[11,27]$

【答案】D

【解析】设  $5a+b = m(a-b) + n(a+b) = (m+n)a + (n-m)b$ , 所以  $\begin{cases} m+n=5 \\ n-m=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ n=3 \end{cases}$ ,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。  
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/688057075126006132>