高中数学思维导图必考知识点大全

第一部分 集合与简易逻辑

集合

- 集合元素的特性 → 确定性、互异性、无序性
- 集合的分类
  - 有限集
  - 无限集
  - 空集φ
- 集合的表示 → 列举法、特征性质描述法、Veen图法
- 集合的基本关系
  - 真子集
  - 子集
  - 几何相等
  - 性质

(1)空集是任何非空集合的 真子集；

(2)$A \subseteq A$；(3)则 $A \subseteq B$ 则 $A = B$ 或 $A \subsetneq B$；

(4)若 $A \subseteq B$， $B \subseteq C$，则 $A \subseteq C$；

(5)含有 n 个元素的集合有 2^n 个子集，有 2^{n-1} 个真子集；

(6)$\in$，$\subseteq$ 的区别： $\in$ 表示元素与集合关系，$\subseteq$ 表示集合与集合关系；

(7)a 与 $\{a\}$ 区别：一般地， a 表示元素，$\{a\}$ 表示只有一个元素 a 的集合；

(8)$\{0\}$,$\{\phi\}$， ϕ 区别：$\{0\}$,$\{\phi\}$ 表示集合，ϕ 表示空集， $\phi \subseteq \{0\}$， $\phi \subseteq \{\phi\}$.

- 集合的基本运算
  - 交集 $p \cap q$
  - 并集 $p \cup q$
  - 补集
  - 数轴、Veen图、函数图象

(1)$A \cup A = A$， $A \cap A = A$，$A \cup \phi = A$， $A \cap \phi = \phi$；

(2)$A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$，$A \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A$，$A \cap B \subseteq A(\text{或} B) \subseteq A \cup B$；

(3)$A \cup (C_U A) = U$； $A \cap (C_U A) = \phi$；$C_U(C_U A) = A$；

(4)$C_U(A \cap B) = (C_U A) \cup (C_U B)$；

(5)分配律： $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$；$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$；

(6)结合律： $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$；$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$；

四种命题

- 原命题：若 p，则 q.
- 逆命题：若 q，则 p.
- 否命题：若 $\neg p$，则 $\neg q$.
- 逆否命题：若 $\neg q$，则 $\neg p$.

原命题与逆命题：互逆；否命题与逆否命题：互逆；原命题与否命题：互否；逆命题与逆否命题：互否；原命题与逆否命题、逆命题与否命题：互为逆否

基本逻辑联结词

- 或 $\vee$ — $p \vee q$
- 且 $\wedge$ — $p \wedge q$
- 非 $\neg$ — $\neg p$(或 $\neg q$)

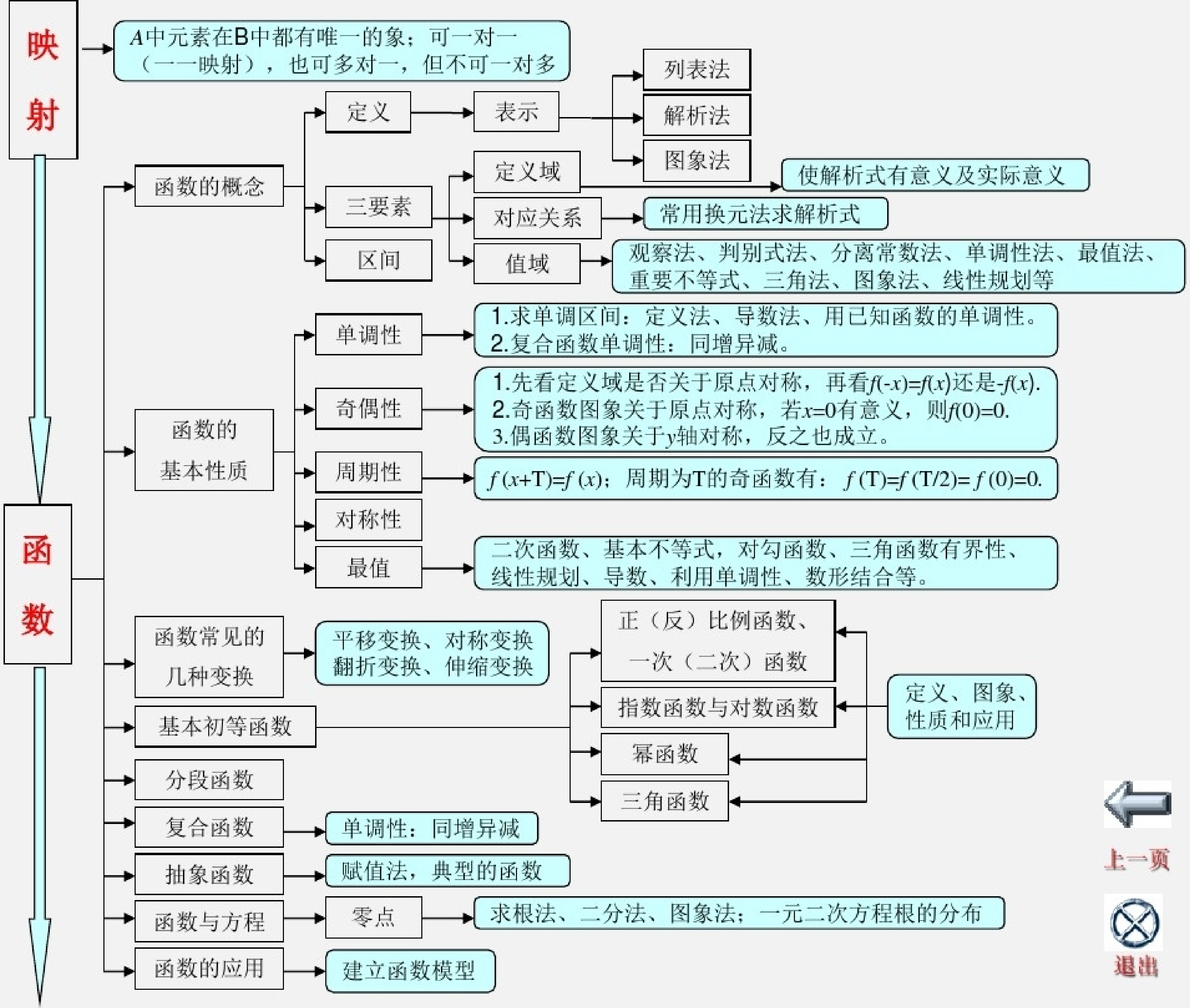
量词

- 全称量词 — 全称命题
- 存在量词 — 存在命题

否定：

- 若 $p: \forall x \in M$， $p(x)$；则 $\neg p: \exists x_0 \in M$， $\neg p(x_0)$
- 若 $p: \exists x_0 \in M$， $p(x_0)$；则 $\neg p: \forall x \in M$， $\neg p(x)$

第二部分 映射、函数、导数、定积分与微积分



上一页

退出

返回

第二部分 映射、函数、导数、定积分与微积分

导数

- 导数概念
  - 函数的平均变化率 → 函数的瞬时变化率 → $f(x)$与$f(x_0)$的区别
  - 运动的平均速度 → 运动的瞬时速度 → $v_{t_0}=S'$，$a_{t_0}=v'_{t_0}$
  - 曲线的割线的斜率 → 曲线的切线的斜率 → $k=f'(x_0)$
- 导数概念
  - 基本初等函数求导 → $c'=0$（c为常数）；$(x^n)'=nx^{n-1}$；$(\sin x)'=\cos x$；$(\cos x)'=-\sin x$；$(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$；$(\ln x)'=\frac{1}{x}$；$(a^x)'=a^x\ln a$；$(e^x)'=e^x$.
  - 导数的四则运算法则 → 设$f(x)$，$g(x)$是可导的，则有：(1) $[f(x)\pm g(x)]'=f'(x)\pm g'(x)$ (2) $[f(x)\cdot g(x)]'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ (3) $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]'=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$
  - 简单复合函数的导数 → $[f(g(x))]'=f'(u)\cdot u'(x)$
- 导数应用
  - 函数的单调性研究 → $f'(x)>0\Rightarrow f(x)$在该区间递增， $f'(x)<0\Rightarrow f(x)$在该区间递减.
  - 函数的极值与最值 → 1.极值点的导数为0，但导数为0的点不一定是极值点；2.闭区间一定有最值，开区间不一定有最值。
  - 曲线的切线 → 1.曲线上某点处切线，只有一条；2.过某点的曲线的切线不一定只一条，要设切点坐标。
  - 变速运动的速度
  - 生活中最优化问题 → 一般步骤：1.建模，列关系式；2.求导数，解导数方程；3.比较区间端点函数值与极值，找到最大（最小）值。

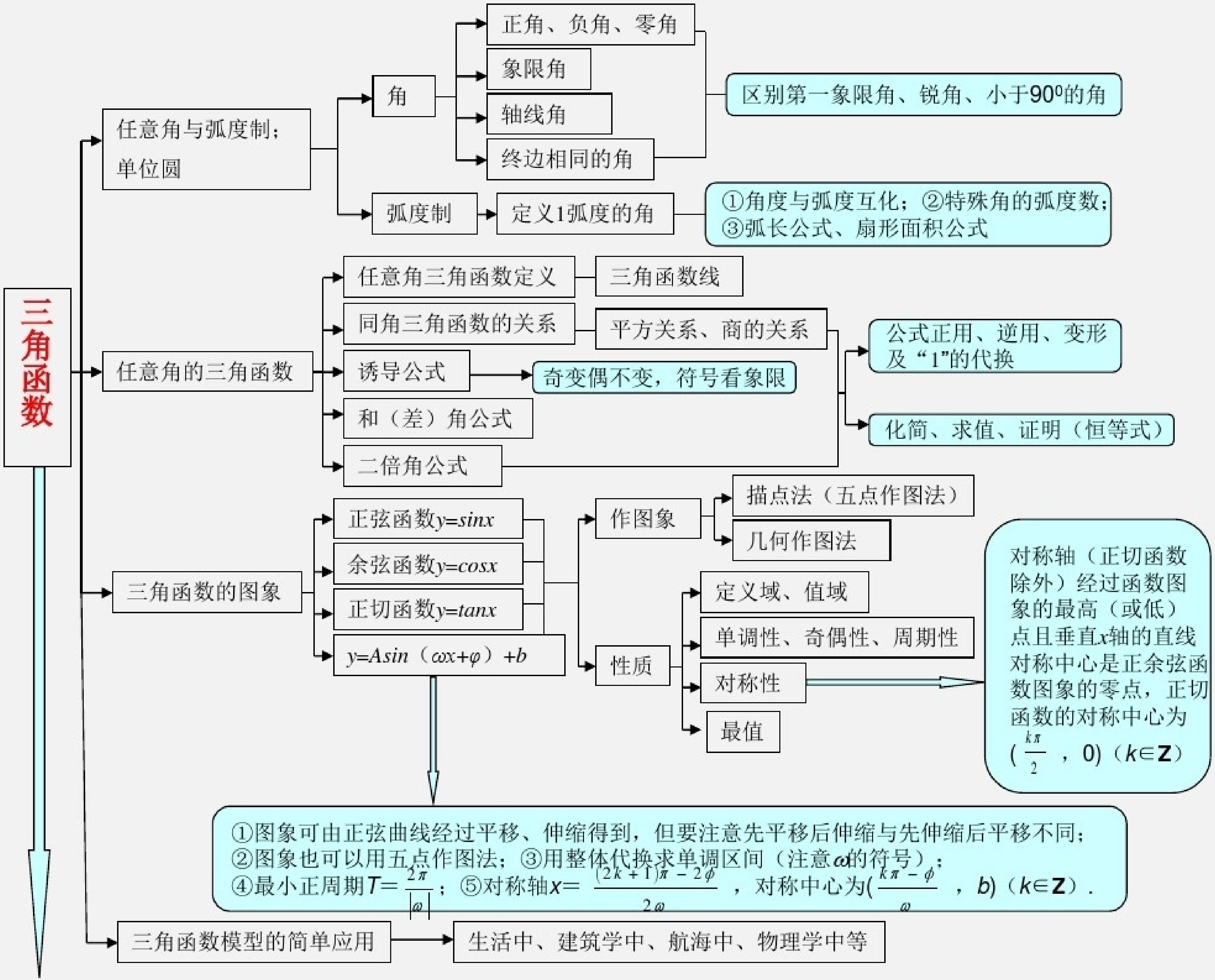
定积分与微积分

- 定积分概念
  - 定义及几何意义 → 性质 → $\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$；$\int_a^b[f(x)\pm g(x)]dx=\int_a^b f(x)dx\pm\int_a^b g(x)dx$；$\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$；$\int_a^c f(x)dx=\int_a^b f(x)dx\int_b^c f(x)dx.(a<b<c)$
  - 曲边梯形的面积 → 1.用定义求：分割、近似代替、求和、取极限；2.用公式。
  - 变力所做的功
  - 和式 $\sum_{i=0}^{n-1} f(\xi_i)\Delta x_i$ 的极限
- 微积分基本定理
  - 定理含意 → 若 $F'(x)=f(x)$，则 $\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$（牛顿－莱布尼兹公式）
  - 定理应用 → 1.求平面图形面积；2.在物理中的应用（1）求变速运动的路程：$s=\int_a^b v(t)dt$ （2）求变力所作的功；$W=\int_a^b F(x)dx$

返回

第三部分

三角函数与平面向量



上一页

退出

返回

第三部分　三角函数与平面向量

解三角形

- 正弦定理
  - $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$ 及变式
  - 适用范围：①已知两角和任一边，解三角形；②已知两边和其中一边的对角，解三角形。
- 余弦定理
  - $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$
  - $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$
  - $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$
  - 推论：　求角
  - 适用范围：①已知三边，解三角形；②已知两边和它们的夹角，解三角形。
- 解的个数是一个？两个？还是无解？
- 面积
  - $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}ab\sin C$
  - $=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\left(\text{其中 } p=\frac{a+b+c}{2}\right)$
  - $=\frac{abc}{4R}$（R是外接圆半径）
  - $=\frac{1}{2}(a+b+c)\cdot r$（$r$是内切圆半径）
- 实际应用

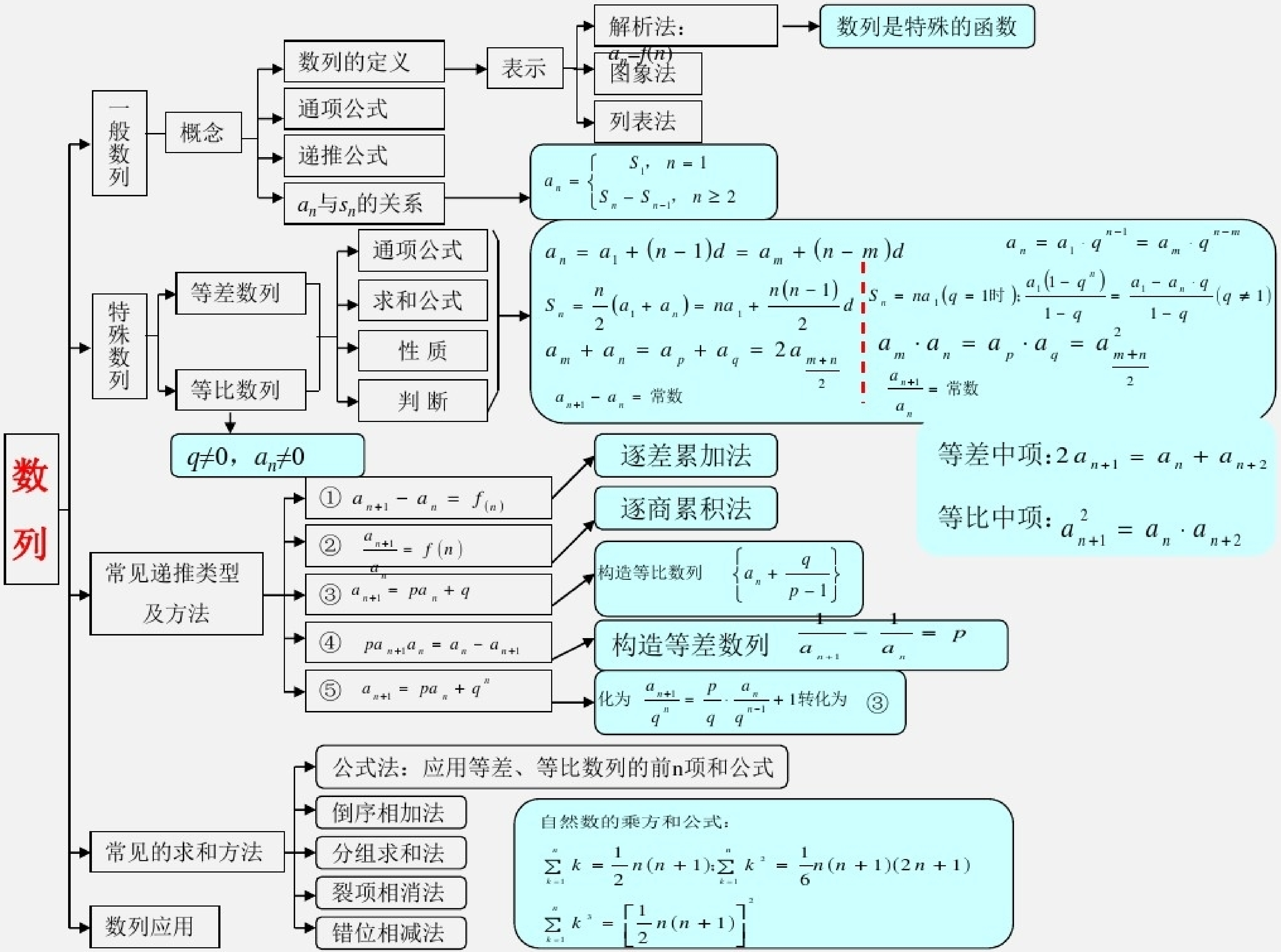
（1）解三角形时，三条边和三个角中"知三求二"。
（2）解三角形应用题步骤：先准确理解题意，然后画出示意图，再合理选择定理求解。尤其理解有关名词，如坡角、坡比、仰角和俯角、方位角、方向角等。

平面向量

- 向量的概念 — 零向量与单位向量 — 表示 → $|\vec{a}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- 线性运算 → 加、减、数乘 — 几何意义及运算律
- 平面向量基本定理 → $\vec{p}=x\vec{e}_1+y\vec{e}_2$
- 数量积
  - 几何意义 → 投影 → $\vec{b}$在$\vec{a}$方向上的投影为　$|\vec{b}|\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}$
  - 夹角公式 → 设$\vec{a}$与$\vec{b}$夹角为θ，则 $\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$
- 共线与垂直
  - 共线（平行）→ $\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}\Leftrightarrow\vec{b}1=\lambda0\vec{a}\Leftrightarrow x_1y_2-x_2y_1=0(\vec{a}\neq\vec{0})$
  - 垂直 → $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$
- 向量的应用 → 在平面（解析）几何中的应用；在物理（力向量、速度向量）中应用

上一页
退出
返回

第四部分 数 列



上一页

退出

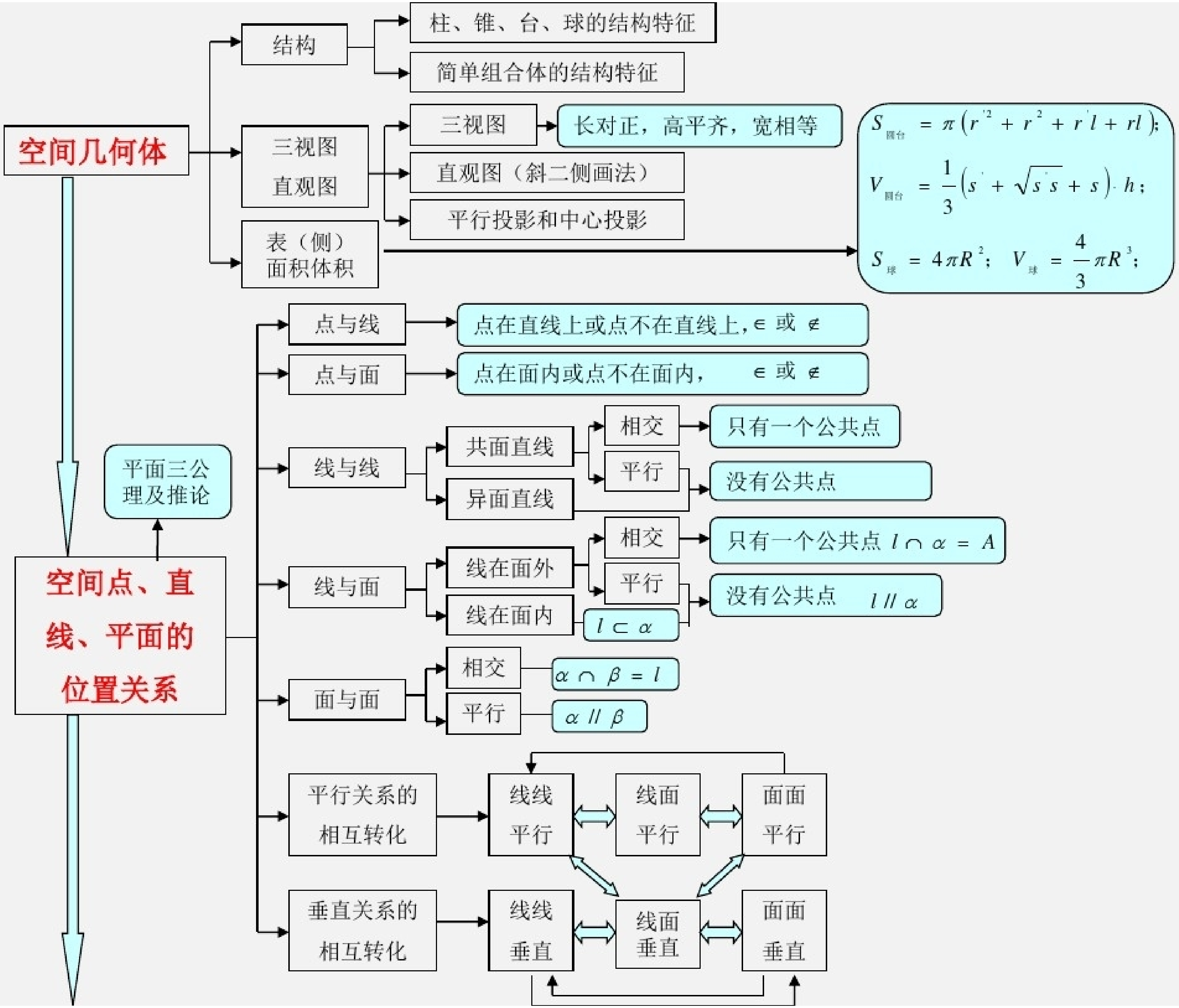
返回

第五部分 不等式

- **不等式**
  - 不等关系与不等式
    - 基本性质
    - 比较大小问题 → 作差或作商
    - 求解范围问题
  - 一元二次不等式及其解法 → 借助二次函数图象，利用三个“二次”间的关系
  - 二元一次不等式（组）与平面区域
  - 简单的线性规划问题
    - 可行域
    - 目标函数
      - 一次函数$z=ax+b$ → 几何意义：z是直线$ax+by-z=0$在x轴截距的a倍，y轴上截距的b倍.
      - 构造斜率：$z=\frac{y-b}{x-a}$
      - 构造距离$z=\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}$
    - 应用题
  - 基本不等式 $\sqrt{ab}\le\frac{a+b}{2}$
    - 最值 → 和为定值，积有最大值；积为定值，和有最小值.“一正二定三相等”
    - 变形 → $\frac{2ab}{a+b}\le\sqrt{ab}\le\frac{a+b}{2}\le\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$
  - 解不等式
    - 一元一次:$ax>b$ → 分$a>0,a<0,a=0(b\ge0,b<0)$讨论
    - 一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0(a\neq0)$ → 分$a>0,a<0,\Delta>0,\Delta=0,\Delta<0$讨论
    - 一元高次不等式 $(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n)>0(<0)$ → x系数化为正，“穿根法”，奇穿偶不穿
    - 分式不等式 → $\frac{f(x)}{g(x)}>0\Leftrightarrow f(x)\cdot g(x)>0$；$\frac{f(x)}{g(x)}\ge0\Leftrightarrow f(x)\cdot g(x)\ge0$且$g(x)\neq0$
    - 绝对值不等式 →
      - $|f(x)|<g(x)\Leftrightarrow -g(x)<f(x)<g(x)$
      - $|f(x)|>g(x)\Leftrightarrow f(x)>g(x)$或$f(x)<-g(x)$
      - $|f(x)|>|g(x)|\Leftrightarrow |f(x)|^2>|g(x)|^2$
      - 形如$|x-a|+|x-b|<c$，可分段讨论或用绝对值几何意义求解.
    - 指数对数不等式 → 利用性质转化为代数不等式，底数a的讨论
  - 解不等式组

上一页
退出
返回

第六部分 立体几何与空间向量



第六部分 立体几何与空间向量

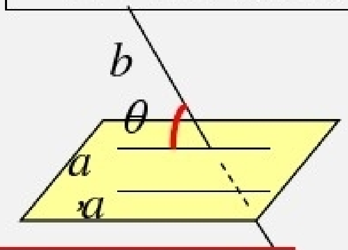
空间的角

- 异面直线所成的角 → 范围：$(0^\circ, 90^\circ]$ → $\cos\theta = \dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{b}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$；
- 直线与平面所成的角 → 范围：$[0^\circ, 90^\circ]$ → $\sin\theta = \dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{n}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{n}|}$；
- 二面角 → 范围：$[0^\circ, 180^\circ]$ → $\cos\theta = \dfrac{\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|}$；

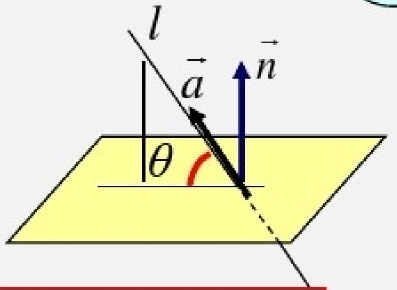
空间的距离

- 点到平面的距离
- 直线与平面所成的距离
- 平行平面之间的距离

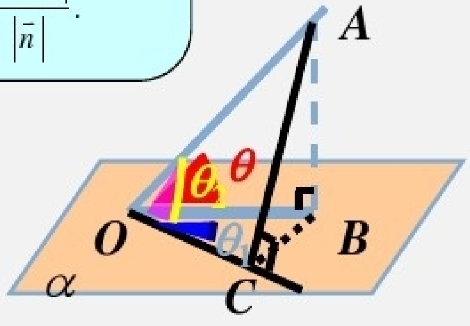
相互之间的转化 → $d = \dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|}$.



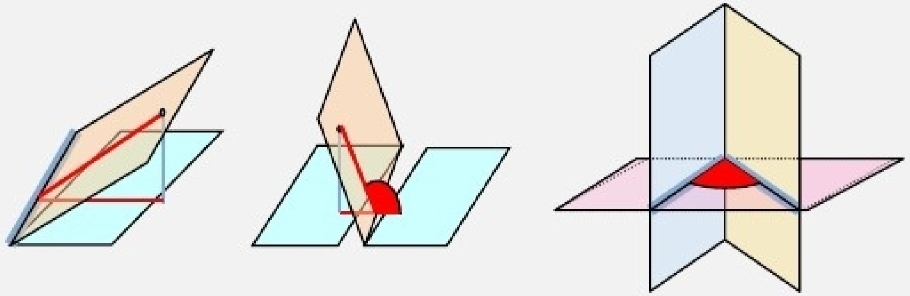
异面直线所成的角

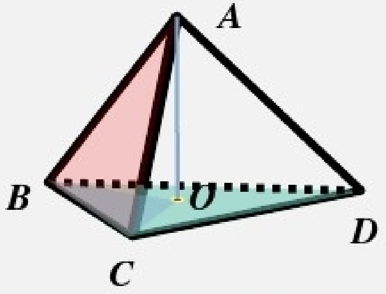


直线与平面所成的角



$\cos\theta_2 = \cos\theta_1 \times \cos\theta$





二面角 → **垂线法** — **垂面法** — **射影法**

垂线法：利用三垂线定理作出平面角，解直角三角形求角

垂面法：通过做二面角的棱的垂面，两条交线所成的角即为平面角

射影法：二面角θ的大小为$\cos\theta = S' \div S$

上一页
退出
返回

第六部分　立体几何与空间向量

空间向量与立体几何

- 空间向量及其运算
  - 空间向量的加减运算
  - 空间向量的数乘运算
  - 空间向量的数量积运算
  - 空间向量的坐标运算
    - 共线向量定理：$\vec{a}\parallel\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}=\lambda\vec{b}\ (\lambda\in R)$ 或 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+t\vec{a}\ (t\in R$，$\vec{a}$ 为 l 方向向量$)$
    - 共面向量定理：$\vec{p}$ 与 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 共面 $\Leftrightarrow \vec{p}=x\vec{a}+y\vec{b}\ (\vec{a}$，$\vec{b}$ 不共线$)$ 或 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$ 或 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+z\overrightarrow{OC}$（其中 $x+y+z=1$）
    - 空间向量基本定理：空间任一向量 $\vec{p}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}\ (\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 不共面$)$
      推论：设 $OABC$ 是不共面四点，则对任一点 P 有 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+z\overrightarrow{OC}\ (x, y, z\in R)$
    - 平行与垂直的条件：$\vec{a}\parallel\vec{b}\Leftrightarrow\vec{b}=\lambda\vec{a}\ (\vec{a}\neq\vec{0}, \lambda\in R)$；$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$
    - 向量夹角：$\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=$（坐标表示）
    - 向量距离：$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{\overrightarrow{AB}^2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$
- 立体几何中的向量方法
  - 直线的方向向量与法向量
  - 向量法证两直线平行与垂直
  - 求空间角
    1. 求异面直线的夹角 θ：$\cos\theta=\dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{b}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$（$\vec{a}$，$\vec{b}$ 为方向向量）；
    2. 直线与平面的夹角 θ：$\cos\theta=\dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{n}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{n}|}$（$\vec{a}$ 为直线方向向量，$\vec{n}$ 为平面法向量）；
    3. 二面角 θ：$\cos\theta=\dfrac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|}$（$\vec{n}_1$，$\vec{n}_2$ 为两平面法向量）.
  - 求空间距离
    - 点到平面的距离：$d=\dfrac{|\vec{n}\cdot\overrightarrow{MP}|}{|\vec{n}|}$（$\vec{n}$ 为平面 α 的法向量，$M\in\alpha, P\notin\alpha$）
    - 线面距、面面距都可转化为点面距.

上一页
退出
返回