

第四章 指数函数与对数函数

4.2.2 指数函数的图象和性质 (第2课时)

(第5课时)

指数函数的概念

一般地,形如 $y=a^x$ ($a>0, a\neq 1, x\in\mathbb{R}$)叫做指数函数,其中 x 是自变量,定义域是 \mathbb{R}

比较两个幂的大小的方法

- (1)先观察两个幂的异同,若底数相同,可考虑利用此底数为底数的指数函数的单调性来比较.
- (2)若指数相同,可考虑以此两个幂的底数为底数的指数函数自变量取同一值时大小来比较(即利用底数 a 的大小对增长快慢的影响).
- (3)若底数和指数都不同,可考虑引入一个中间量(如:0,1等)来比较大小.

幂函数与指数函数的对比

式子	名称		
	a	x	y
指数函数: $y=a^x$	底数	指数	幂值
幂函数: $y=x^a$	指数	底数	幂值

判断一个函数是幂函数还是指数函数切入点

看看未知数 x 是指数还是底数

指数函数

幂函数

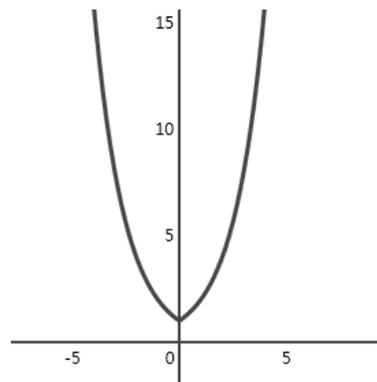
指数函数的图象和性质

努力就有希望!

	$a > 1$	$0 < a < 1$
图 象		
性	(1) 定义域: \mathbf{R}	
	(2) 值域: $\mathbf{(0, +\infty)}$	
	(3) 过定点: $\mathbf{(0, 1)}$	
质	(4) 单调性: 增函数	(4) 单调性: 减函数
	(5) 奇偶性: 非奇非偶	(5) 奇偶性: 非奇非偶
	(6) 当 $\mathbf{x > 0}$ 时, $\mathbf{y > 1}$. 当 $\mathbf{x < 0}$ 时, $\mathbf{0 < y < 1}$.	(6) 当 $\mathbf{x > 0}$ 时, $\mathbf{0 < y < 1}$, 当 $\mathbf{x < 0}$ 时, $\mathbf{y > 1}$.

1.(1)函数 $y=a^x$ 与 $y=(\frac{1}{a})^x$ 的图像关于 y轴 对称.

(2)作函数 $y=2^{|x|}$ 的图像。



2.(1)若 $(\frac{1}{2})^x > 16$,则x的取值范围是 $\{x \mid x < -4\}$ (用集合表示)

(2)函数 $y = 2^{\frac{1}{x-4}}$ 的定义域是 $\{x \mid x \neq 4\}$.
值域是 $\{y \mid y > 0 \text{ 且 } y \neq 1\}$.

(3)函数 $y = 3^{-|x|}$ 的定义域是 \mathbf{R} .值域是 $\{y \mid 0 < y \leq 1\}$.

例1. 讨论函数 $f(x) = \frac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}}$ 的奇偶性和单调性

分析: 函数的定义域为 \mathbb{R}

$$(1) \because f(-x) = \frac{10^{-x} - 10^x}{10^{-x} + 10^x} = -\frac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}} = -f(x)$$

$\therefore f(x)$ 在 \mathbb{R} 上是奇函数

例1. 讨论函数 $f(x) = \frac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}}$ 的奇偶性和单调性

$$(2) \text{ 设 } x_1, x_2 \in \mathbb{R}, \text{ 且 } x_1 < x_2 \quad \because f(x) = \frac{10^{2x} - 1}{10^{2x} + 1} = 1 - \frac{2}{10^{2x} + 1}$$

$$\text{则 } f(x_1) - f(x_2) = \left(1 - \frac{2}{10^{2x_1} + 1}\right) - \left(1 - \frac{2}{10^{2x_2} + 1}\right)$$

$$= \frac{2}{10^{2x_2} + 1} - \frac{2}{10^{2x_1} + 1} = \frac{2(10^{2x_1} - 10^{2x_2})}{(10^{2x_1} + 1)(10^{2x_2} + 1)}$$

$\because x_1 < x_2 \quad \therefore$ 上式的分子小于0, 分母大于0

即: $f(x_1) < f(x_2)$ 故函数 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上是增函数。

巩固练习

1. 判断 $f(x) = 1 - \frac{2}{1+2^x}$

解: $f(x) = 1 - \frac{2}{1+2^x} = \frac{2^x - 1}{1+2^x}$

所以 $f(-x) = \frac{2^{-x} - 1}{1+2^{-x}} = \frac{\frac{1}{2^x} - 1}{1 + \frac{1}{2^x}} = \frac{1 - 2^x}{2^x + 1} = -f(x)$

所以 $f(x) = 1 - \frac{2}{1+2^x}$

2. 若函数 $f(x) = a - \frac{2}{1+2^x}$

解: 由 $f(x)$

$$\text{所以 } f(0) = a - \frac{2}{1+2^0} = 0$$

$$\text{所以 } a - 1 = 0$$

经检验 $a=1$ 时, $f(x)$ 是奇函数, 所以 $a=1$.

典型例题

努力就有希望!

例 2. 已知定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 是奇函数,

$$\text{且 } x < 0 \text{ 时 } f(x) = \frac{2^x}{1+4^x}.$$

$$\text{解: 当 } x > 0 \text{ 时 } -x < 0, \text{ 所以 } f(-x) = \frac{2^{-x}}{1+4^{-x}} = \frac{2^x}{1+4^x}.$$
$$-\frac{2^x}{1+4^x}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/688122046004007006>