

二次函数中的最值问题【八大题型】

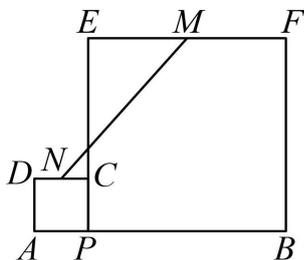
▶ 题型梳理

【题型1 几何图形中线段最值问题】	1
【题型2 两线段和的最值问题】	5
【题型3 周长的最值问题】	13
【题型4 面积的最值问题】	21
【题型5 线段和差倍分的最值】	28
【题型6 由二次函数性质求二次函数的最值】	36
【题型7 由二次函数的最值求字母的值】	40
【题型8 由二次函数的最值求字母的取值范围】	46

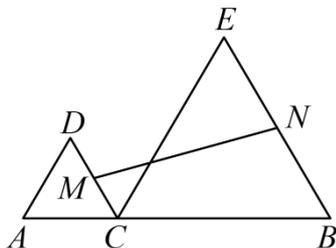
▶ 举一反三

【题型1 几何图形中线段最值问题】

1. (23-24 九年级·广西钦州·期中) 如图, 线段 $AB=10$, 点 P 在线段 AB 上, 在 AB 的同侧分别以 AP, BP 为边长作正方形 $APCD$ 和 $BPEF$, 点 M, N 分别是 EF, CD 的中点, 则 MN 的最小值是 ()

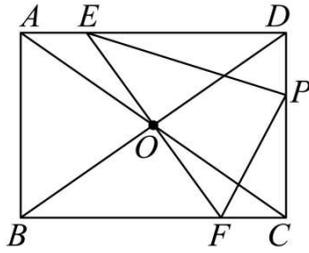


- A. 2 B. 3 C. 5 D. 6
2. (23-24 九年级·安徽合肥·阶段练习) 如图, $AB=6$, 点 C 是 AB 上的动点, 以 AC, BC 为边在 AB 同侧作等边三角形, M, N 分别是 CD, BE 中点, MN 最小值 = ()



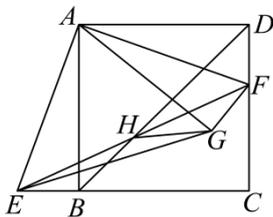
- A. 3 B. $3\sqrt{2}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

3. (23-24 九年级·广东江门·阶段练习) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=4$, 将对角线 AC 绕对角线交点 O 旋转, 分别交边 AD 、 BC 于点 E 、 F , 点 P 是边 DC 上的一个动点, 且保持 $DP=AE$, 连接 PE 、 PF , 设 $AE=x$ ($0 < x < 3$).



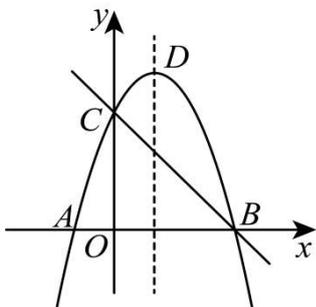
- (1) 填空: $PC = \underline{\hspace{2cm}}$, $FC = \underline{\hspace{2cm}}$; (用含 x 的代数式表示)
- (2) 若 $\triangle PEF$ 的面积为 S , 求 S 与 x 的函数关系及 $\triangle PEF$ 面积的最小值;
- (3) 在运动过程中, $PE \perp PF$ 是否成立? 若成立, 求出 x 的值; 若不成立, 请说明理由.

4. (23-24 九年级·广东广州·期中) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB=7$, F 是边 CD 上的动点, 将 $\triangle ADF$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 至 $\triangle ABE$, 将 $\triangle ADF$ 沿 AF 翻折至 $\triangle AGF$, 连接 EF 、 BD 交于点 H , 连接 GH , 则 $\triangle EGH$ 面积的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



【题型2 两线段和的最值问题】

5. ((23-24·安徽合肥·一模) 如图, 直线 $y = -x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 B 、 C 两点, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 B 、 C , 与 x 轴另一交点为 A , 顶点为 D .



- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 在 x 轴上找一点 E , 使 $EC + ED$ 的值最小, 求 $EC + ED$ 的最小值;
- (3) 在抛物线的对称轴上是否存在一点 P , 使得 $\angle APB = \angle OCB$? 若存在, 求出 P 点坐标, 若不存在, 请说明理由.

6. ((23-24·江苏宿迁·模拟预测) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x - 3$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 点 C 为 y 轴正半轴上一点, 且 $OC = OB$, D 是线段 AC 上的动点 (不与点 A 、 C 重合).

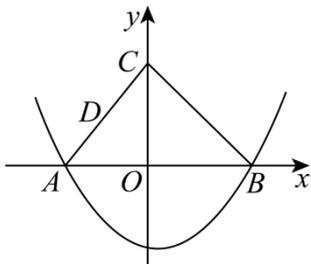


图1

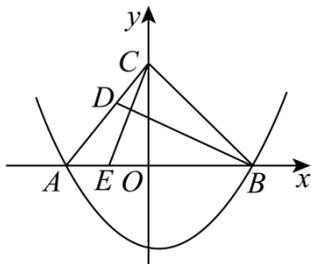
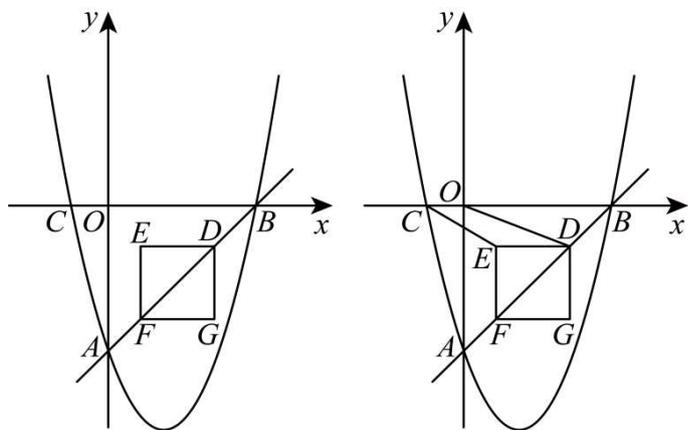


图2

- (1) 写出 A 、 B 、 C 三点坐标;
- (2) 如图1, 当点 D 关于 x 轴的对称点刚好落在抛物线上时, 求此时 D 点的坐标;
- (3) 如图2, 若点 E 是线段 AB 上的动点, 连接 BD 、 CE , 当 $CD = AE$ 时, 求 $BD + CE$ 的最小值.

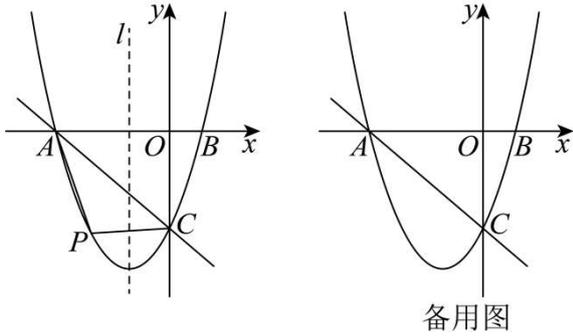
7. ((23-24·辽宁抚顺·模拟预测) 如图, 直线 $y = x - 4$ 与 y 轴交于点 A , 与 x 轴交于点 B , 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 A, B 两点, 与 x 轴负半轴交于点 C , 长度为 $2\sqrt{2}$ 的线段 DF 在直线 AB 上滑动, 以 DF 为对角线作正方形 $DEFG$.



备用图

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 当正方形 $DEFG$ 与抛物线有公共点时, 求 D 点横坐标的取值范围;
- (3) 连接 CE, OD , 直接写出 $CE + OD$ 的最小值.

8. ((23-24·海南省直辖县级单位·二模) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + 3ax + c$ 经过点 $B(1, 0)$ 、 $C(0, -3)$, 交 x 轴于另一点 A (点 A 在点 B 点的左侧), 点 P 是该抛物线上的动点.



- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 当点 P 在直线 AC 下方且 $S_{\triangle PAC} = \frac{3}{4} S_{\triangle AOC}$ 时, 请求出点 P 的横坐标;
- (3) 在抛物线的对称轴 l 上是否存在点 Q , 使得 $QC + QB$ 最小? 若存在, 请求出这个最小值; 若不存在, 请说明理由;
- (4) 若点 E 在 x 轴上, 是否存在以 P 、 A 、 C 、 E 为顶点且以 AC 为一边的平行四边形? 若存在, 求点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

【题型3 周长的最值问题】

9. ((23-24·辽宁丹东·模拟预测) 如图, 对称轴为直线 $x=-1$ 的抛物线 $y=a(x-h)^2+k(a \neq 0)$ 图象与 x 轴交于点 A 、 B (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C , 其中点 B 的坐标为 $(2,0)$, 点 C 的坐标为 $(0,4)$.

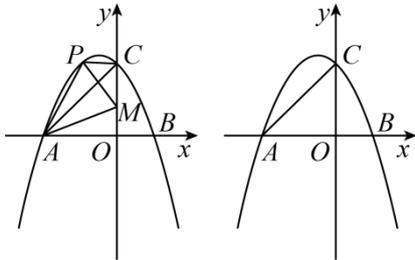
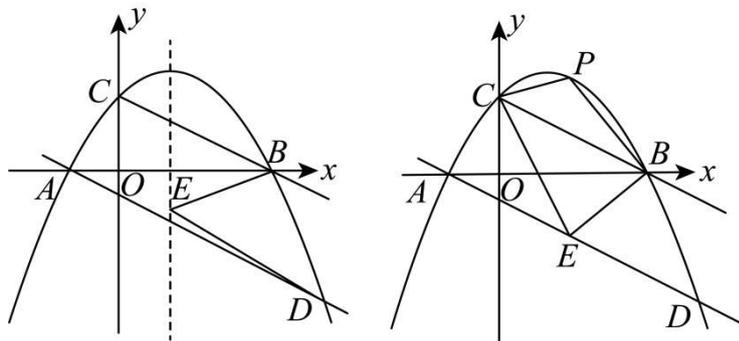


图1

图2

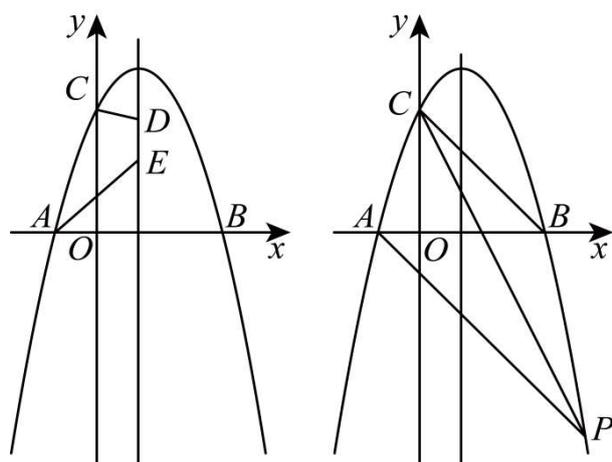
- (1) 求该抛物线的解析式;
- (2) 如图1, 若点 P 为抛物线上第二象限内的一个动点, 点 M 为线段 CO 上一动点, 当 $\triangle APC$ 的面积最大时, 求 $\triangle APM$ 周长的最小值;
- (3) 如图2, 将原抛物线绕点 A 旋转 180° , 得新抛物线 y' , 在新抛物线 y' 的对称轴上是否存在点 Q 使得 $\triangle ACQ$ 为等腰三角形? 若存在, 请直接写出点 Q 的坐标; 若不存在, 说明理由.

10. (23-24 九年级·山东淄博·期中) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(-2, 0), B(6, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 点 P 为直线 BC 上方抛物线上一动点.



- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 过点 A 作 $AD \parallel BC$ 交抛物线于 D , 若点 E 为对称轴上一动点, 求 $\triangle BED$ 周长的最小值及此时点 E 的坐标;
- (3) 过点 A 作 $AD \parallel BC$ 交抛物线于 D , 过点 E 为直线 AD 上一动点, 连接 CP, CE, BP, BE , 求四边形 $BPCE$ 面积的最大值及此时点 P 的坐标.

11. (23-24 九年级·全国·期末) 如图抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $A(-1, 0)$, 点 $C(0, 3)$, 且 $OB = OC$.



- (1) 求抛物线的解析式及其对称轴;
- (2) 点 D 、 E 是直线 $x = 1$ 上的两个动点, 且 $DE = 1$, 点 D 在点 E 的上方, 求四边形 $ACDE$ 的周长的最小值;
- (3) 点 P 为抛物线上一点, 连接 CP , 直线 CP 把四边形 $CBPA$ 的面积分为 3:5 两部分, 求点 P 的坐标.

12. (23-24 九年级·广东广州·阶段练习) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 其中点 A 的坐标为 $(-1, 0)$, 点 C 的坐标为 $(0, -3)$.

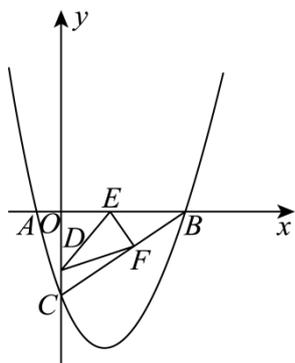


图1

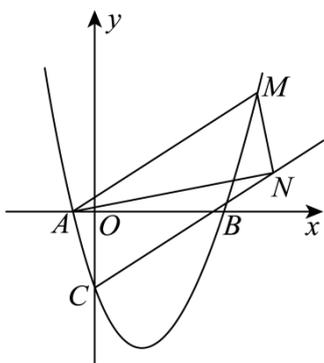
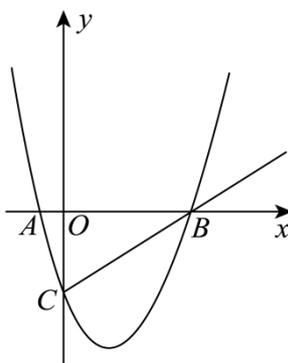


图2



备用图

(1) 求抛物线的解析式;

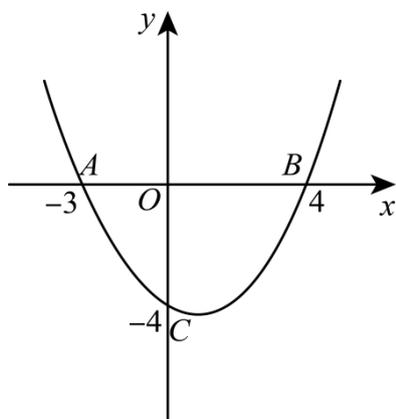
(2) 如图1, E 为 $\triangle ABC$ 边 AB 上的一动点, F 为 BC 边上的一动点, D 点坐标为 $(0, -2)$,

①求 $DE + EF$ 的最小值 ②求 $\triangle DEF$ 周长的最小值;

(3) 如图2, N 为射线 CB 上的一点, M 是抛物线上的一点, M 、 N 均在第一象限内, B 、 N 位于直线 AM 的同侧, 且 $AM \parallel CN$, 当 $\triangle AMN$ 为等腰三角形时, 求点 N 的坐标. (直接写出点 N 的坐标, 不要求写解答过程)

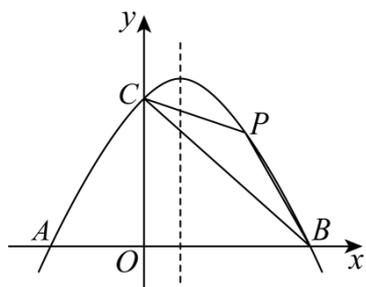
【题型4 面积的最值问题】

13. (23-24 九年级·云南红河·期中) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 4$ 与 x 轴交于 $A(-3, 0)$ 、 $B(4, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C .



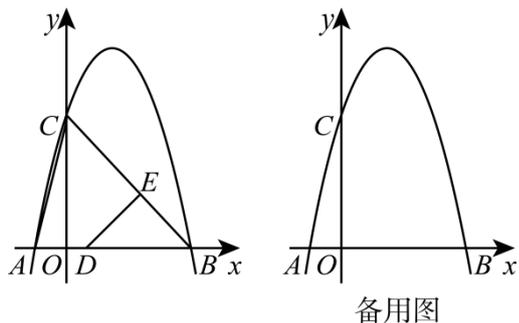
- (1) 求抛物线解析式;
- (2) 点 H 是抛物线对称轴上的一个动点, 连接 AH 、 CH , 求出 $\triangle ACH$ 周长的最小值时点 H 的坐标;
- (3) 若点 G 是第四象限抛物线上的动点, 求 $\triangle BCG$ 面积的最大值以及此时点 G 的坐标;

14. (23-24 九年级·甘肃武威·阶段练习) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 和点 $B(4, 0)$, 与 y 轴交于点 $C(0, 4)$.



- (1) 求抛物线的解析式.
- (2) 点 D 在抛物线的对称轴上, 当 $AD + CD$ 取得最小值时, 求此时点 D 的坐标.
- (3) 点 P 是直线 BC 上方抛物线上一动点, 连接 CP 、 BP , 求 $\triangle PBC$ 的面积的最大值, 并求此时点 P 的坐标.

15. (23-24 九年级·山东·期末) 如图所示, 抛物线与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 且 $OA=1$, $OB=OC=4$.



- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 若连接 AC 、 BC . 动点 D 从点 A 出发, 在线段 AB 上以每秒 1 个单位长度向点 B 做匀速运动; 同时, 动点 E 从点 B 出发, 在线段 BC 上以每秒 $\sqrt{2}$ 个单位长度向点 C 做匀速运动, 当其中一点到达终点时, 另一点随之停止运动, 连接 DE , 设运动时间为 t 秒. 在 D 、 E 运动的过程中, 当 t 为何值时, 四边形 $ADEC$ 的面积最小, 最小值为多少?
- (3) 点 M 是抛物线上位于 x 轴上方的一点, 点 N 在 x 轴上, 是否存在以点 M 为直角顶点的等腰直角三角形 CMN ? 若存在, 求出点 M 的坐标, 若不存在, 请说明理由.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/695033304212012001>