

## 2025 年安徽等省全国名校高三下学期阶段性检测试题考试（二）数学试题试卷

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 复数  $z$  满足  $(1+i)z = |1-i|$ ，则  $z =$  ( )

- A.  $1-i$                       B.  $1+i$                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$                       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

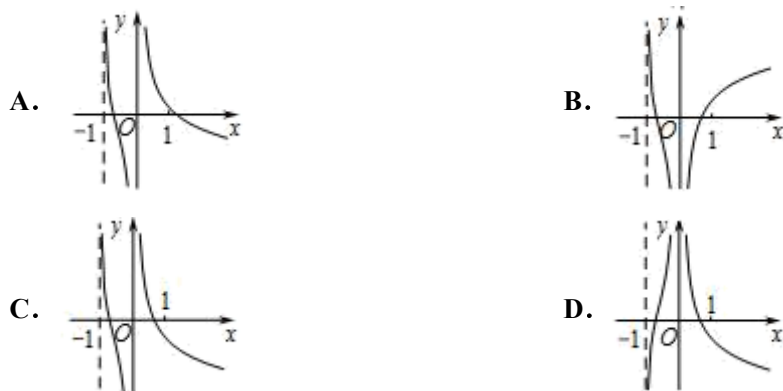
2. 已知正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 2，点  $M$  为棱  $DD_1$  的中点，则平面  $ACM$  截该正方体的内切球所得截面面积为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{3}$                       B.  $\frac{2\pi}{3}$                       C.  $\pi$                       D.  $\frac{4\pi}{3}$

3. 若  $x \in [0, 1]$  时， $e^x - |2x - a| \geq 0$ ，则  $a$  的取值范围为 ( )

- A.  $[-1, 1]$                       B.  $[2-e, e-2]$                       C.  $[2-e, 1]$                       D.  $[2 \ln 2 - 2, 1]$

4. 函数  $y = \frac{1}{x} - \ln(x+1)$  的图象大致为 ( )



5. 将 4 名大学生分配到 3 个乡镇去当村官，每个乡镇至少一名，则不同的分配方案种数是 ( )

- A. 18 种                      B. 36 种                      C. 54 种                      D. 72 种

6. 2021 年部分省市将实行“3+1+2”的新高考模式，即语文、数学、英语三科必选，物理、历史二选一，化学、生物、政治、地理四选二，若甲同学选科没有偏好，且不受其他因素影响，则甲同学同时选择历史和化学的概率为

- A.  $\frac{1}{8}$                       B.  $\frac{1}{4}$   
C.  $\frac{1}{6}$                       D.  $\frac{1}{2}$

7. 从集合  $\{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$  中随机选取一个数记为  $m$ ，从集合  $\{-2, -1, 2, 3, 4\}$  中随机选取一个数记为  $n$ ，则在方程  $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$  表示双曲线的条件下，方程  $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$  表示焦点在  $y$  轴上的双曲线的概率为 ( )

- A.  $\frac{9}{17}$       B.  $\frac{8}{17}$       C.  $\frac{17}{35}$       D.  $\frac{9}{35}$

8. 复数  $(a-i)(2-i)$  的实部与虚部相等，其中  $i$  为虚部单位，则实数  $a =$  ( )

- A. 3      B.  $-\frac{1}{3}$       C.  $-\frac{1}{2}$       D. -1

9. 以下三个命题：①在匀速传递的产品生产流水线上，质检员每 10 分钟从中抽取一件产品进行某项指标检测，这样的抽样是分层抽样；②若两个变量的线性相关性越强，则相关系数的绝对值越接近于 1；③对分类变量  $X$  与  $Y$  的随机变量  $k^2$  的观测值  $k$  来说， $k$  越小，判断“ $X$  与  $Y$  有关系”的把握越大；其中真命题的个数为 ( )

- A. 3      B. 2      C. 1      D. 0

10. 已知函数  $f(x) = \ln x + 1$ ， $g(x) = 2e^{x-\frac{1}{2}}$ ，若  $f(m) = g(n)$  成立，则  $m-n$  的最小值是 ( )

- A.  $\frac{1}{2} + \ln 2$       B.  $e - 2$       C.  $\ln 2 - \frac{1}{2}$       D.  $\sqrt{e} - \frac{1}{2}$

11. 设  $F_1, F_2$  分别为双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点，过点  $F_1$  作圆  $x^2 + y^2 = a^2$  的切线，与双曲线的左、右两支分别交于点  $P, Q$ ，若  $|QF_2| = |PQ|$ ，则双曲线渐近线的斜率为 ( )

- A.  $\pm 1$       B.  $\pm(\sqrt{3}-1)$       C.  $\pm(\sqrt{3}+1)$       D.  $\pm\sqrt{5}$

12. 设过定点  $M(0, 2)$  的直线  $l$  与椭圆  $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  交于不同的两点  $P, Q$ ，若原点  $O$  在以  $PQ$  为直径的圆的外部，则直线  $l$  的斜率  $k$  的取值范围为 ( )

- A.  $\left(-\sqrt{5}, -\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$       B.  $\left(-\sqrt{5}, -\frac{\sqrt{6}}{3}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{6}}{3}, \sqrt{5}\right)$   
 C.  $\left(\frac{\sqrt{6}}{2}, \sqrt{5}\right)$       D.  $\left(-\sqrt{5}, -\frac{\sqrt{6}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{6}}{2}, \sqrt{5}\right)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 某公园划船收费标准如表：

船型	两人船 (限乘 2 人)	四人船 (限乘 4 人)	六人船 (限乘 6 人)
每船租金 (元/小时)	90	100	130

某班 16 名同学一起去该公园划船，若每人划船的时间均为 1 小时，每只租船必须坐满，租船最低总费用为 \_\_\_\_\_ 元，租船的总费用共有 \_\_\_\_\_ 种可能。

14. 设  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 若  $a_n > 0$ ,  $a_1 = 1$ , 且  $2S_n = a_n(a_n + 1)$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , 则  $S_{10} =$  \_\_\_\_\_.

15. 不等式  $ax + 1 + \ln x \leq xe^x$  对于定义域内的任意  $x$  恒成立, 则  $a$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

16. 在区间  $[-6, 2]$  内任意取一个数  $x_0$ , 则  $x_0$  恰好为非负数的概率是 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 已知函数  $f(x) = a + 2\ln x$ ,  $f(x) \leq ax$ .

(1) 求  $a$  的值;

(2) 令  $g(x) = \frac{xf(x)}{x-a}$  在  $(a, +\infty)$  上最小值为  $m$ , 证明:  $6 < f(m) < 7$ .

18. (12 分) 设函数  $f(x) = |x-1| + |x-a|$  ( $a \in \mathbb{R}$ ).

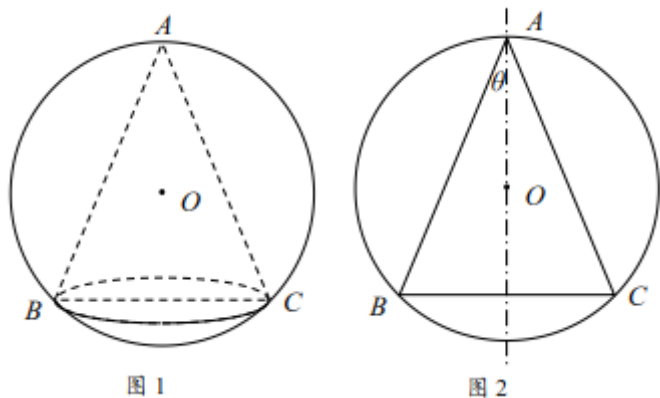
(1) 当  $a = 4$  时, 求不等式  $f(x) \leq 5$  的解集;

(2) 若  $f(x) \geq 4$  对  $x \in \mathbb{R}$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

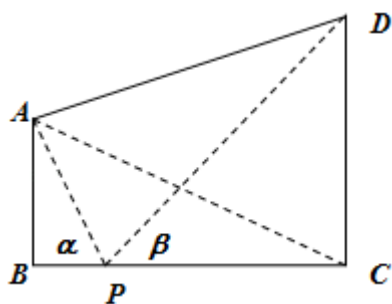
19. (12 分) 某艺术品公司欲生产一款迎新春工艺礼品, 该礼品是由玻璃球面和该球的内接圆锥组成, 圆锥的侧面用于艺术装饰, 如图 1. 为了便于设计, 可将该礼品看成是由圆  $O$  及其内接等腰三角形  $ABC$  绕底边  $BC$  上的高所在直线  $AO$  旋转  $180^\circ$  而成, 如图 2. 已知圆  $O$  的半径为  $10\text{cm}$ , 设  $\angle BAO = \theta$ ,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ , 圆锥的侧面积为  $S\text{cm}^2$ .

(1) 求  $S$  关于  $\theta$  的函数关系式;

(2) 为了达到最佳观赏效果, 要求圆锥的侧面积  $S$  最大. 求  $S$  取得最大值时腰  $AB$  的长度.



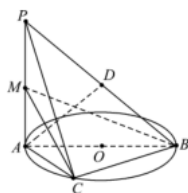
20. (12 分) 如图, 两座建筑物  $AB$ ,  $CD$  的底部都在同一个水平面上, 且均与水平面垂直, 它们的高度分别是  $10\text{m}$  和  $20\text{m}$ , 从建筑物  $AB$  的顶部  $A$  看建筑物  $CD$  的视角  $\angle CAD = 60^\circ$ .



(1) 求  $BC$  的长度;

(2) 在线段  $BC$  上取一点  $P$  (点  $P$  与点  $B, C$  不重合), 从点  $P$  看这两座建筑物的视角分别为  $\angle APB = \alpha, \angle DPC = \beta$ , 问点  $P$  在何处时,  $\alpha + \beta$  最小?

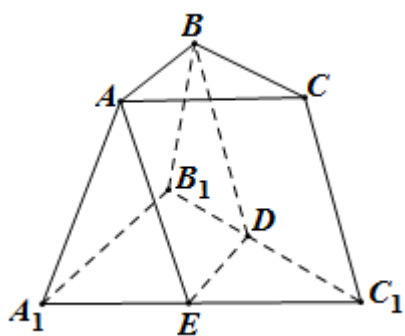
21. (12分) 如图  $AB$  是圆  $O$  的直径,  $PA$  垂直于圆  $O$  所在的平面,  $C$  为圆周上不同于  $A, B$  的任意一点



(1) 求证: 平面  $PAC \perp$  平面  $PBC$ ;

(2) 设  $PA = AB = 2AC = 4, D$  为  $PB$  的中点,  $M$  为  $AP$  上的动点 (不与  $A$  重合) 求二面角  $A - BM - C$  的正切值的最小值

22. (10分) 如图, 已知在三棱台  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $AC = 2AB = 2, BC = \sqrt{3}, A_1B_1 \perp BB_1$ .



(1) 求证:  $AB \perp CC_1$ ;

(2) 过  $AB$  的平面  $ABDE$  分别交  $B_1C_1, A_1C_1$  于点  $D, E$ , 且分割三棱台  $ABC - A_1B_1C_1$  所得两部分几何体的体积比为  $V_{AA_1E - BB_1D} = V_{ABC - BDC_1} = 4:3$ , 几何体  $ABC - EDC_1$  为棱柱, 求  $A_1B_1$  的长.

提示: 台体的体积公式  $V = \frac{1}{3}(S' + \sqrt{S'S} + S)h$  ( $S', S$  分别为棱台的上、下底面面积,  $h$  为棱台的高).

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/695331121043011313>