吉林省长春汽车经济技术开发区第六中学2024届高三月考试题（五）数学试题试卷

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0．5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置．

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符．

4．作答选择题，必须用2B铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用05毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效．

5．如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗．

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知z的共轭复数是$\overline{z}$，且$|z|=\overline{z}+1-2i$（i为虚数单位），则复数z在复平面内对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2．“纹样”是中国艺术宝库的瑰宝，“火纹”是常见的一种传统纹样.为了测算某火纹纹样（如图阴影部分所示）的面积，作一个边长为**3**的正方形将其包含在内，并向该正方形内随机投掷**200**个点，已知恰有**80**个点落在阴影部分据此可估计阴影部分的面积是（　　）

A．$\frac{16}{5}$　　B．$\frac{32}{5}$　　C．10　　D．$\frac{18}{5}$

3．已知平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$\vec{a}=(1,-2)$，$\vec{b}=(-3,t)$，且$\vec{a}\perp(\vec{a}+\vec{b})$，则$|\vec{b}|=$（　　）

A．3　　B．$\sqrt{10}$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．5

4．已知函数$f(x)=\ln(x+1)-ax$，若曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程为$y=2x$，则实数a的取值为（　　）

A．-2　　B．-1　　C．1　　D．2

5．已知集合$A=\{x\,|\,x<0\}$，$B=\{x\,|\,x^2+mx-12=0\}$，若$A\cap B=\{-2\}$，则$m=$（　　）

A．4　　B．－4　　C．8　　D．－8

6．已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左右焦点分别为$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，以线段$F_1F_2$为直径的圆与双曲线在第二象限的交点为$P$，若直线$PF_2$与圆$E:\left(x-\frac{c}{2}\right)^2+y^2=\frac{b^2}{16}$相切，则双曲线的渐近线方程是（　　）

A．$y=\pm x$　　B．$y=\pm 2x$　　C．$y=\pm\sqrt{3}x$　　D．$y=\pm\sqrt{2}x$

7．“学习强国”学习平台是由中宣部主管，以深入学习宣传新时代中国特色社会主义思想为主要内容，立足全体党员、面向全社会的优质平台，现日益成为老百姓了解国家动态、紧跟时代脉搏的热门APP。该款软件主要设有“阅读文章”、“视听学习”两个学习模块和“每日答题”、“每周答题”、“专项答题”、“挑战答题”四个答题模块。某人在学习过程中，“阅读文章”不能放首位，四个答题板块中有且仅有三个答题板块相邻的学习方法有（　　）

A．60　　　　**B．192**　　　　**C．240**　　　　**D．432**

8．已知x与y之间的一组数据：

x	**1**	**2**	**3**	**4**
y	m	**3.2**	**4.8**	**7.5**

若y关于x的线性回归方程为$\hat{y}=2.1x-0.25$，则m的值为（　　）

A．1.5　　　　**B．2.5**　　　　**C．3.5**　　　　**D．4.5**

9．已知$f(x)=1-2\cos^2(\omega x+\frac{\pi}{3})(\omega>0)$.给出下列判断：

①若$f(x_1)=1,f(x_2)=-1$，且$\left|x_1-x_2\right|_{\min}=\pi$，则$\omega=2$；

②存在$\omega\in(0,2)$使得$f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后得到的图象关于y轴对称；

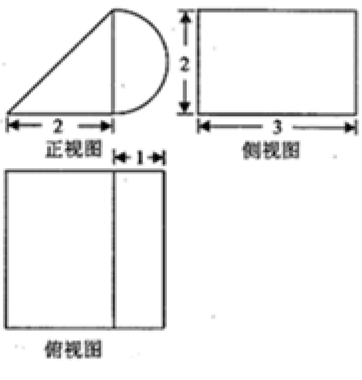
③若$f(x)$在$\left[0,2\pi\right]$上恰有7个零点，则ω的取值范围为$\left[\frac{41}{24},\frac{47}{24}\right)$；

④若$f(x)$在$\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right]$上单调递增，则$\omega$的取值范围为$\left(0,\frac{2}{3}\right]$.

其中，判断正确的个数为（　　）

A．1　　　　**B．2**　　　　**C．3**　　　　**D．4**

10．某几何体的三视图如图所示(单位：cm)，则该几何体的体积等于（　　）cm³



A． $4+\frac{2\pi}{3}$　　　　**B．** $4+\frac{3\pi}{2}$　　　　**C．** $6+\frac{2\pi}{3}$　　　　**D．** $6+\frac{3\pi}{2}$

11．抛物线$□^2 = □□(□ > 0)$的准线与双曲线$□: \frac{□^2}{8} - \frac{□^2}{4} = 1$的两条渐近线所围成的三角形面积为$2\sqrt{2}$，则□的值为（　）

A．8　　　　B．6　　　　C．4　　　　D．2

12．已知复数 $z_1=3+4i$,$z_2=a+i$,且 $z_1\overline{z}_2$ 是实数,则实数 a 等于(　　)

A．$\frac{3}{4}$　　　　B．$\frac{4}{3}$　　　　C．$-\frac{4}{3}$　　　　D．$-\frac{3}{4}$

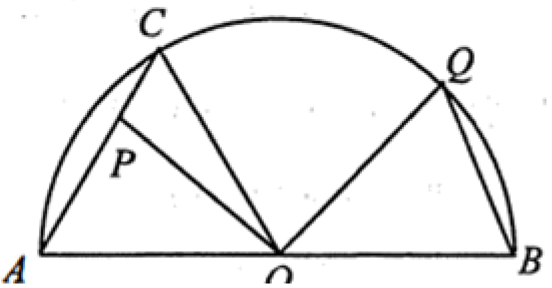
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．数列$\{a_n\}$满足$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=2^n-1(n\in N^*)$，则，$a_n=$_____.若存在 $n\in N^*$使得$a_n\le\frac{n+1}{n}\cdot\lambda$成立，则实数$\lambda$的最小值为______

14．某校13名学生参加军事冬令营活动，活动期间各自扮演一名角色进行分组游戏，角色按级别从小到大共9种，分别为士兵、排长、连长、营长、团长、旅长、师长、军长和司令.游戏分组有两种方式，可以2人一组或者3人一组.如果2人一组，则必须角色相同；如果3人一组，则3人角色相同或者3人为级别连续的3个不同角色.已知这13名学生扮演的角色有3名士兵和3名司令，其余角色各1人，现在新加入1名学生，将这14名学生分成5组进行游戏，则新加入的学生可以扮演的角色的种数为________.

15．记数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$2S_n-a_n+1=n(a_n+1)$，且$a_2=5$.若$m>\frac{S_n}{2^n}$，则实数m的取值范围为________.

16．如图，已知半圆O的直径$AB=8$，点P是弦AC（包含端点A，C）上的动点，点Q在弧$\overset{\frown}{BC}$上．若ΔOAC是等边三角形，且满足$\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{OP}=0$，则$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{BQ}$的最小值为__________.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知函数$g(x)=e^x-(a-1)x^2-bx-1(a,b\in R)$，其中$e$为自然对数的底数.

（1）若函数$f(x)=g'(x)$在区间$[0,1]$上是单调函数，试求a的取值范围；

（2）若函数$g(x)$在区间$[0,1]$上恰有 3 个零点，且$g(1)=0$，求a的取值范围.

18．（12 分）已知$\{a_n\}$是各项都为正数的数列，其前n项和为S_n，且S_n为a_n与$\frac{1}{a_n}$的等差中项.

（1）求证：数列$\left\{S_n{}^2\right\}$为等差数列；

（2）设$b_n=\dfrac{(-1)^n}{a_n}$，求$\left\{b_n\right\}$的前**100**项和T_{100}.

19.（12 分）已知$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，且满足$2\cos B=\dfrac{2a-b}{c}$.

（1）求角C的大小；

（2）若$\triangle ABC$的面积为$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$，求$\triangle ABC$的周长的最小值.

20.（12 分）已知函数$f(x)=me^x-2x-m$.

（1）当$m=1$时，求曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程；

（2）若$f(x)>0$在$(0,+\infty)$上恒成立，求m的取值范围.

21.（12 分）在直角坐标系xOy中，曲线C_1上的任意一点M到直线$y=-1$的距离比M点到点$F\left(0,2\right)$的距离小 **1**.

（1）求动点M的轨迹C_1的方程；

（2）若点P是圆C_2:$\left(x-2\right)^2+\left(y+2\right)^2=1$上一动点，过点$P$作曲线$C_1$的两条切线，切点分别为$A$,$B$，求直线$AB$斜率的取值范围.

22.（10 分）已知直线$x+y=1$过椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的右焦点，且交椭圆于 ***A***，***B*** 两点，线段 ***AB*** 的中点是$M\left(\dfrac{2}{3},\dfrac{1}{3}\right)$，

（1）求椭圆的方程；

（2）过原点的直线 ***l*** 与线段 ***AB*** 相交（不含端点）且交椭圆于 ***C***，***D*** 两点，求四边形$ACBD$面积的最大值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【解析】

设$z=x+yi\left(x,y\in R\right)$，整理$\left|z\right|=\overline{z}+1-2i$得到方程组$\begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}=x+1\\ y+2=0\end{cases}$，解方程组即可解决问题.

【详解】

设$z=x+yi\left(x,y\in R\right)$，

因为$\left|z\right|=\overline{z}+1-2i$，所以$\sqrt{x^2+y^2}=x-yi+1-2i=\left(x+1\right)-\left(y+2\right)i$，

所以$\begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}=x+1\\ y+2=0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x=\dfrac{3}{2}\\ y=-2\end{cases}$，

所以复数z在复平面内对应的点为$\left(\dfrac{3}{2},-2\right)$，此点位于第四象限.

故选 **D**

【点睛】

本题主要考查了复数相等、复数表示的点知识，考查了方程思想，属于基础题.

2、**D**

【解析】

直接根据几何概型公式计算得到答案.

【详解】

根据几何概型：$p=\dfrac{S}{9}=\dfrac{80}{200}$，故$S=\dfrac{18}{5}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查了根据几何概型求面积，意在考查学生的计算能力和应用能力.

3、**B**

【解析】

先求出$\vec{a}+\vec{b}$，再利用$\vec{a}\cdot\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=0$求出$t$，再求$\left|\vec{b}\right|$.

【详解】

解：$\vec{a}+\vec{b}=\left(1,-2\right)+\left(-3,t\right)=\left(-2,t-2\right)$

由$\vec{a}\perp\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$，所以$\vec{a}\cdot\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=0$

$1\times\left(-2\right)+\left(-2\right)\times\left(t-2\right)=0$，

$t=1$，$\vec{b}=(-3,1)$，$|\vec{b}|=\sqrt{10}$

故选：B

【点睛】

考查向量的数量积及向量模的运算，是基础题.

4、B

【解析】

求出函数的导数，利用切线方程通过 $f'(0)$，求解即可；

【详解】

$f(x)$ 的定义域为（﹣1，+∞），

因为 $f'(x)=\dfrac{1}{x+1}-a$，曲线 $y=f(x)$ 在点（0，$f(0)$）处的切线方程为 $y=2x$，

可得 $1-a=2$，解得 $a=-1$，

故选：B.

【点睛】

本题考查函数的导数的几何意义，切线方程的求法，考查计算能力.

5、B

【解析】

根据交集的定义，$A\cap B=\{-2\}$，可知 $-2\in B$，代入计算即可求出 m.

【详解】

由 $A\cap B=\{-2\}$，可知 $-2\in B$，

又因为 $B=\{x\mid x^2+mx-12=0\}$，

所以 $x=-2$ 时，$(-2)^2-2m-12=0$，

解得 $m=-4$.

故选：B.

【点睛】

本题考查交集的概念，属于基础题.

6、B

【解析】

先设直线 PF_2 与圆 $E:\left(x-\dfrac{c}{2}\right)^2+y^2=\dfrac{b^2}{16}$ 相切于点 M，根据题意，得到 $EM//PF_1$，再由 $\dfrac{F_2E}{F_2F_1}=\dfrac{1}{4}$

，根据勾股定理求出$b=2a$，从而可得渐近线方程.

【详解】

设直线PF_2与圆$E:\left(x-\frac{c}{2}\right)^2+y^2=\frac{b^2}{16}$相切于点$M$，

因为ΔPF_1F_2是以圆O的直径F_1F_2为斜边的圆内接三角形，所以$\angle F_1PF_2=90^\circ$，

又因为圆E与直线PF_2的切点为M，所以$EM//PF_1$，

又$\frac{F_2E}{F_2F_1}=\frac{1}{4}$，所以$|PF_1|=4\cdot\frac{b}{4}=b$，

因此$|PF_2|=2a+b$，

因此有$b^2+(2a+b)^2=4c^2$，

所以$b=2a$，因此渐近线的方程为$y=\pm 2x$.

故选 **B**

【点睛】

本题主要考查双曲线的渐近线方程，熟记双曲线的简单性质即可，属于常考题型.

7、**C**

【解析】

四个答题板块中选三个捆绑在一起，和另外一个答题板块用插入法．注意按“阅读文章”分类．

【详解】

四个答题板块中选三个捆绑在一起，和另外一个答题板块用插入法，由于“阅读文章”不能放首位，因此不同的方法数为$A_4^3C_2^1A_2^2+A_4^3A_3^2=240$.

故选：**C**．

【点睛】

本题考查排列组合的应用，考查捆绑法和插入法求解排列问题．对相邻问题用捆绑法，不相邻问题用插入法是解决这类问题的常用方法．

8、**D**

【解析】

利用表格中的数据，可求解得到$\overline{x}=2.5$, 代入回归方程，可得$\overline{y}=5$，再结合表格数据，即得解.

【详解】

利用表格中数据，可得$\overline{x}=2.5$,

又$\overline{y}=2.1\overline{x}-0.25,\therefore \overline{y}=5$，

$\therefore m+3.2+4.8+7.5=20$．

解得$m=4.5$

故选：D

【点睛】

本题考查了线性回归方程过样本中心点的性质，考查了学生概念理解，数据处理，数学运算的能力，属于基础题.

9、B

【解析】

对函数$f(x)$化简可得$f(x)=\sin(2\omega x+\frac{\pi}{6})$，进而结合三角函数的最值、周期性、单调性、零点、对称性及平移变换，对四个命题逐个分析，可选出答案.

【详解】

因为$f(x)=1-2\cos^2(\omega x+\frac{\pi}{3})=-\cos(2\omega x+\frac{2\pi}{3})=\sin(2\omega x+\frac{\pi}{6})$，所以周期$T=\frac{2\pi}{2\omega}=\frac{\pi}{\omega}$.

对于①，因为$\left|x_1-x_2\right|_{\min}=\pi=\frac{1}{2}T$，所以$T=2\pi=\frac{\pi}{\omega}$，即$\omega=\frac{1}{2}$，故①错误；

对于②，函数$f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后得到的函数为$y=\sin(2\omega x-\frac{\omega\pi}{3}+\frac{\pi}{6})$，其图象关于$y$轴对称，则$-\frac{\omega\pi}{3}+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，解得$\omega=-1-3k(k\in\mathbf{Z})$，故对任意整数$k$，$\omega\notin(0,2)$，所以②错误；

对于③，令$f(x)=\sin(2\omega x+\frac{\pi}{6})=0$，可得$2\omega x+\frac{\pi}{6}=k\pi$ $(k\in\mathbf{Z})$，则$x=\frac{k\pi}{2\omega}-\frac{\pi}{12\omega}$，

因为$f(0)=\sin\frac{\pi}{6}>0$，所以$f(x)$在$\left[0,2\pi\right]$上第1个零点$x_1>0$，且$x_1=\frac{\pi}{2\omega}-\frac{\pi}{12\omega}$，所以第7个零点

$x_7=\frac{\pi}{2\omega}-\frac{\pi}{12\omega}+3T=\frac{\pi}{2\omega}-\frac{\pi}{12\omega}+\frac{3\pi}{\omega}=\frac{41\pi}{12\omega}$，若存在第8个零点$x_8$，则

$x_8=\frac{\pi}{2\omega}-\frac{\pi}{12\omega}+\frac{7}{2}T=\frac{\pi}{2\omega}-\frac{\pi}{12\omega}+\frac{7\pi}{2\omega}=\frac{47\pi}{12\omega}$，

所以$x_7\le 2\pi<x_8$，即$\frac{41\pi}{12\omega}\le 2\pi<\frac{47\pi}{12\omega}$，解得$\frac{41}{24}\le\omega<\frac{47}{24}$，故③正确；

对于④，因为$f(0)=\sin\frac{\pi}{6}$，且$0\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right]$，所以$\begin{cases}2\omega\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{6}\ge-\frac{\pi}{2}\\2\omega\times\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\le\frac{\pi}{2}\end{cases}$，解得$\omega\le\frac{2}{3}$，又$\omega>0$，所以

$0<\omega\le\frac{2}{3}$，故④正确.

故选：B.

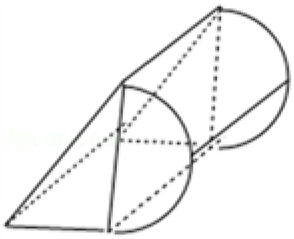
【点睛】

本题考查三角函数的恒等变换，考查三角函数的平移变换、最值、周期性、单调性、零点、对称性，考查学生的计算求解能力与推理能力，属于中档题.

10、**D**

【解析】

解：根据几何体的三视图知，该几何体是三棱柱与半圆柱体的组合体，



结合图中数据，计算它的体积为：

$V=V_{三棱柱}+V_{半圆柱}=\frac{1}{2}\times2\times2\times1+\frac{1}{2}\bullet\pi\bullet1^2\times1=$（$6+1.5\pi$）$cm^1$.

故答案为 **$6+1.5\pi$.**

点睛：根据几何体的三视图知该几何体是三棱柱与半圆柱体的组合体，结合图中数据计算它的体积即可.

11、**A**

【解析】

求得抛物线的准线方程和双曲线的渐近线方程，解得两交点，由三角形的面积公式，计算即可得到所求值.

【详解】

抛物线$\square^2=\square\square(\square>0)$的准线为$\square=-\frac{\square}{4}$，双曲线$\square:\frac{\square^2}{8}-\frac{\square^2}{4}=1$的两条渐近线为$\square=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\square$，可得两交点为$\left(-\frac{\square}{4},-\frac{\sqrt{2}\square}{8}\right),\left(-\frac{\square}{4},\frac{\sqrt{2}\square}{8}\right)$，即有三角形的面积为$\frac{1}{2}\times\frac{\square}{4}\times\frac{\sqrt{2}\square}{4}=2\sqrt{2}$，解得$\square=8$，故选 A.

【点睛】

本题考查三角形的面积的求法，注意运用抛物线的准线方程和双曲线的渐近线方程，考查运算能力，属于基础题.

12、**A**

【解析】

分析：计算$\overline{z}_2=a-i$，由$z_1\overline{z}_2=3a+4+(4a-3)i$，是实数得$4a-3=0$，从而得解.

详解：复数 **$z_1=3+4i,z_2=a+i$,**

$\overline{z}_2=a-i$.

所以$z_1\overline{z}_2=(3+4i)(a-i)=3a+4+(4a-3)i$，是实数，