十七 变换和操作（B）

年级　　　班　　　姓名　　　得分

一、填空题

1．对于 324 和 612，把第一个数加上 3，同时把第二个数减 3，这算一次操作，操作_____次后两个数相等.

2. 对自然数 n,作如下操作：各位数字相加，得另一自然数，若新的自然数为一位数，那么操作停止，若新的自然数不是一位数，那么对新的自然数继续上面的操作，当得到一个一位数为止 ,现对 1,2,3…,1998 如此操作,最后得到的一位数是 7 的数一共有_____个.

3. 在 1,2,3,4,5,…,59,60 这 60 个数中,第一次从左向右划去奇数位上的数；第二次在剩下的数中，再从左向右划去奇数位上的数；如此继续下去，最后剩下一个数时，这个数是_____.

4. 把写有 1,2,3,…，25 的 25 张卡片按顺序叠齐，写有 1 的卡片放在最上面，下面进行这样的操作：把第一张卡片放到最下面，把第二张卡片扔掉;再把第一张卡片放到最下面，把第二张卡片扔掉；…按同样的方法，反复进行多次操作，当剩下最后一张卡片时，卡片上写的是_____.

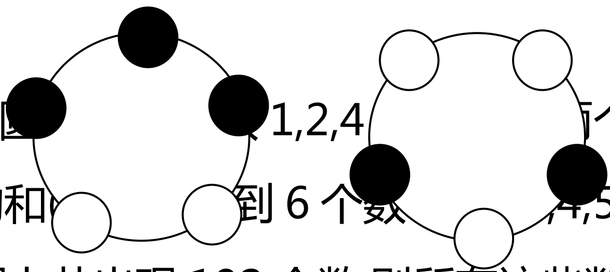
5. 一副扑克共 54 张,最上面的一张是红桃 K.如果每次把最上面的 4 张牌,移到最下面而不改变它们的顺序及朝向,那么,至少经过_____次移动,红桃 K 才会出现在最上面.

6. 写出一个自然数 A,把 A 的十位数字与百位数字相加,再乘以个位数字,把所得之积的个位数字续写在 A 的末尾,称为一次操作.

如果开始时 A=1999,对 1999 进行一次操作得到 19992，再对 19992 进行一次操作得到 199926，如此进行下去直到得出一个 1999 位数为止，这个 1999 位数的各位数字之和是_____.

7. 黑板上写有 1987 个数:1,2,3,…，1986，1987.任意擦去若干个数,并添上被擦去的这些数的和被 7 除的余数,称为一个操作.如果经过若干次这种操作,黑板上只剩下了两个数,一个是 987,那么,另一个数是_____.

8.下图中有 5 个围棋子围成一圈.现在将同色的两子之间放入一个白子,在异色的两子之间放入一个黑子,然后将原来的 5 个拿掉,剩下新放入的 5 个子中最多能有_____个黑子.



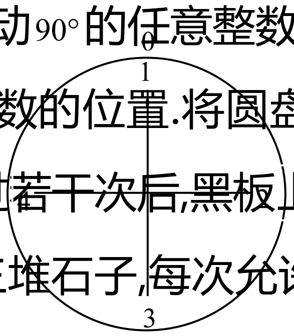
9. 在圆 1,2,4 两个相邻的数之间写上它们的和 到 6 个数 4,5)再重复这一过程 5 次,圆周上共出现 192 个数,则所有这些数的和是_____.

10. 在黑板上任意写一个自然数,然后用与这个自然数互质并且大于 1 的最小自然数替换这个数,称为一次操作,那么最多经过_____次操作,黑板上就会出现 2.

二、解答题

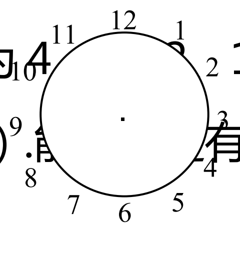
11．甲盒中放有 1993 个白球和 1994 个黑球，乙盒中放有足够多个黑球.现在每次从甲盒中任取两球放在外面,但当被取出的两球同色时,需从乙盒中取出一个黑球放入甲盒；当被取出的两球异色时，便将其中的白球再放回甲盒，这样经过 3985 次取、放之后，甲盒中剩下几个球？各是什么颜色的球？

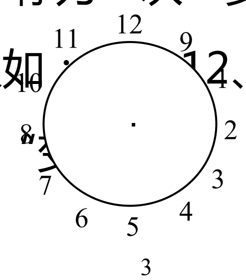
12．如图是一个圆盘，中心轴固定在黑板上，开始时，圆盘上每个数字所对应的黑板处均写着 0，然后转动圆盘，每次可以转动 90° 的任意整数倍，圆盘上的四个数将分别正对着黑板上写数的位置.将圆盘上的数加到黑板上对应位置的数上,问:经过若干次后,黑板上的四个数是否可能都是 1999?



13. 有三堆石子,每次允许由每堆中拿掉一个或相同数目的石子(每次这个数目不一定相同),或由任一堆中取一半石子(如果这堆石子是偶数个)放入另外任一堆中,开始时三堆石子数分别为 1989,989,89.如按上述方式进行操作,能否把这三堆石子都取光?如行,请设计一种取石子的方案,如不行,说明理由.

14. 如图,圆周上顺次排列着 1、2、3、……、12 这十二个数，我们规定：相邻的四个数 a1、a2、a3、a4 顺序颠倒为 a4、a3、a2、a1，称为一次“变换”（如：1、2、3、4 变为 4、3、2、1，又如：……12、1、2 变为 2、1、12、11）.能……有限次“





，将十二个数的顺序变为 9、1、2、3、……8、10、11、12（如图）？请说明理由.

——————————————————答案——————————————————

1. 48

每操作一次,两个数的差减少 6,经(612-324)÷6=48 次操作后两个数相等.

2. 222

由于操作后所得到的数与原数被 9 除所得的余数相同,因此操作最后为 7 的数一定是原数除以 9 余 7 的数,即 7,16,25,…，1996，一共有（1996-7）÷9+1=222（个）

3． 32

第一次操作后，剩下 2,4,6,…,60 这 30 个偶数；

第二次操作后，剩下 4,8,12,…,60 这 15 个数（都是 4 的倍数）;

第三次操作后，剩下 8,16,24,…,56 这 7 个数（都是 8 的倍数）;

第四次操作后，剩下 16,32,48 这 3 个数；

第五次操作后，剩下一个数,是 32.

4. 19

第一轮操作,保留 1,3,5,…，25 共 13 张卡片；

第二轮保留 3,7,11,15,19,23 这 6 张卡片；

第三轮保留 3,11,19 这 3 张卡片；

接着扔掉 11,3；

最后剩下的一张卡片是 19.

5. 27 次

因为[54,4]=108,所以移动 108 张牌,又回到原来的状况.又因为每次移动 4 张牌,所以至少移动 108÷4=27(次).

6. 66

按照操作的规则,寻找规律知,A=1999 时得到的 1999 位数为:1999266864600…0.其各位数字和为

1+9+9+9+2+6+6+8+6+4 +6=66

7. 0

黑板上的数的和除以 7 的余数始终不变.

(1+2+3+…+1987)□7=282154

又 1+2+3+ … +1987=$\frac{1987\times1988}{2}$=1987×994=1987×142×7 是 7 的倍数.

所以黑板上剩下的两个数之和为 7 的倍数.

又 987=7×141 是 7 的倍数,所以剩下的另一个数也应是 7 的倍数,又这个数是某些数的和除以 7 的余数,故这个数只能是 0.

8. 4 个

提示:因为 5 个子不可能黑白相间,所以永远不会得到 5 个全是黑子.

9. 5103

记第 i 次操作后,圆周上所有数的和为 a_i,依题意,得

$a_{i+1}=2a_i+a_i=3a_i$.

又原来三数的和为 $a_0=1+2+4=7$,所以

$a_1=3a_0=21$,$a_2=3a_1=63$,

$a_3=3a_2=189$,$a_4=3a_3=567$,$a_5=3a_4=1701$,$a_6=3a_5=5103$,即所有数的和为 5103.

10. 2

如果写的是奇数,只需 1 次操作；如果写的是大于 2 的偶数，经过 1 次操作变为奇数，再操作 1 次变为 2.

11. 由操作规则知，每次操作后，甲盒中球数减少一个，因此经过 3985 次操作后，甲盒中剩下 1993+1994-3985=2 个球.

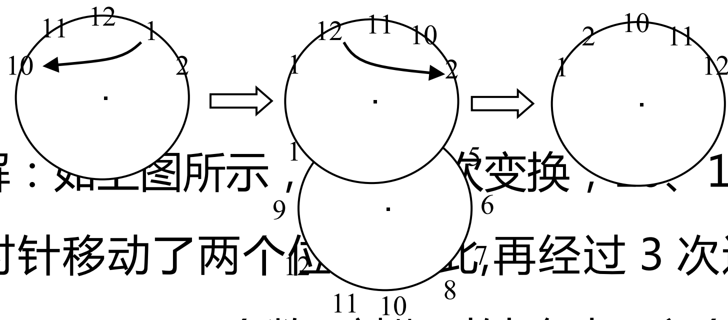
每次操作白球数要么不变,要么减少 2 个.因此,每次操作后甲盒中白球数的奇偶性不变；即白球数为奇数.因此最后剩下的 2 个球中,白球 1 个,故另一个必为黑球.

12. 每次加上的数之和是 1+2+3+4=10,所以黑板上的四个数之和永远是 10 的整数倍.因此,无论如何操作,黑板上的四个数不可能都是 1999.

13. 要把三堆石子都取光是不可能的.

按操作规则,每次拿出去的石子总和是 3 的倍数,即不改变石子总数被 3 除的余数.而 1989+989+89=3067 被 3 除余 1,三堆石子取光时总和被 3 除余 0.所以,三堆石子都取光是办不到的.

14.　能



解：如上图所示，次变换，11、12 三个数被顺时针移动了两个位比,再经过 3 次这样的两次变换,10、11、12 三个数又被顺时针移动了六个位置，变为下图，图中十二个数的顺序符合题意.

题目：客、货两车分别从 A、B 两地同时相对开出，已知客、货两车的速度比是 4　：5.两车在途中相遇后继续行驶。货车把速度提高 20%，客车速度不变，再行 4 小时后，货车到达 A 地，而客车离 B 地还有 112 千米。A、B 两地相距多少千米？

本题解法使用比例知识和分数知识的有关内容

比例知识:时间一定 ,行驶的路程和对应的速度成正比例，也就是行驶的路程的比等于对应的速度的比

分数知识：找 112 千米与单位“1”也就是全程的关系

列式为：解：设客车第二次行的路程与全程的关系为 X

X ：4/9 = 4 ：【5×（1+20%）】

X = 8/27

112÷（5/9－8/27）= 432（千米）

十七 变换和操作（A）

年级　　　班　　　姓名　　　得分

一、填空题

1. 黑板上写着 8,9,10,11,12,13,14 七个数,每次任意擦去两个数,再写上这两个数的和减 1.例如,擦掉 9 和 13,要写上 21.经过几次后,黑板上就会只剩下一个数,这个数是_____.

2. 口袋里装有 99 张小纸片,上面分别写着 1~99.从袋中任意摸出若干张小纸片,然后算出这些纸片上各数的和,再将这个和的后两位数写在一张新纸片上放入袋中.经过若干次这样的操作后,袋中还剩下一张纸片,这张纸片上的数是_____.

3. 用 1~10 十个数随意排成一排.如果相邻两个数中,前面的大于后面的,就将它们变换位置.如此操作直到前面的数都小于后面的数为止.已知 10 在这列数中的第 6 位,那么最少要实行_____次交换.最多要实行_____次交换.

4. 一个自然数,把它的各位数字加起来得到一个新数,称为一次变换,例如自然数 5636,各位数字之和为 5+6+3+6=20,对 20 再作这样的变换得 2+0=2.可以证明进行这种变换的最后结果是将这个自然数,变成一个一位数.

对数 123456789101112…272829 作连续变换，最终得

到的一位数是_____.

5. 5 个自然数和为 100,对这 5 个自然数进行如下变换,找出一个最小数加上 2,找出一个最大数减 2.连续进行这种变换,直至 5 个数不发生变化为止,最后的 5 个数可能是_____.

6. 在黑板上写两个不同的自然数,擦去较大数,换成这两个数的差,我们称之为一次变换.比如(15,40),40-15=25,擦去 40,写上 25,两个数变成(15,25),对得到的两个数仍然可以继续作这样的变换,直到两个数变得相同为止,比如对(15,40)作这样的连续变换:

(15,40) $\longrightarrow$ (15,25) $\longrightarrow$ (15,10) $\longrightarrow$ (5,10) $\longrightarrow$ (5,5).

对(1024,$\underbrace{111\ldots1}_{20个1}$)作这样的连续变换，最后得到的两个相同的数是_____.

7. 在一块长黑板上写着 450 位数 123456789123456789…（将 123456789 重复 50 次）.删去这个数中所有位于奇数位上的数字:再删去所得的数中所有位于奇数位上的数字:再删去…,并如此一直删下去.最后删去的数字是_____.

8. 将 100 以内的质数从小到大排成一个数字串,依次完成以下五项工作叫做一次操作:

①将左边第一个数码移到数字串的最右边；

②从左到右两位一节组成若干这两位数；

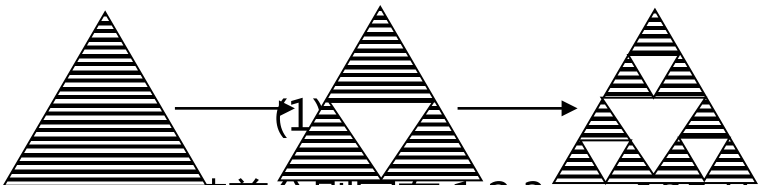
③划去这些两位数中的合数；

④所剩的两位质数中有相同者，保留左边的一个，其余划去；

⑤所余的两位质数保持数码次序又组成一个新的数字串。

经过 1997 次操作，所得的数字串是_____.

9. 一个三角形全涂上黑色,每次进行一次操作,即把全黑三角形分成四个全等的小三角形,中间的小正三角形涂上白色,经过 5 次操作后,黑色部分是整个三角形的_____.



10. 口袋里装着分别写有 1,2,3,…，135 的红色卡片各一张，从口袋里任意摸出若干张卡片，并算出这若干张卡片上各数的和除以 17 的余数，再把这个余数写在另一张黄色的卡片上放回口袋内.经过若干次这样的操作后，口袋内还剩下两张红色卡片和一张黄色卡片.已知这两张红色卡片上写的数分别是 19 和 97.那么这张黄色卡片上写的数是_____.

二、解答题

11．请说明例 1 中，对 1980 的连续变换中一定会出现重复.对其它的数作连续变换是不是也会如此?

12. 将 3×

3 方格纸的每一个方格添上奇数或偶数,然后进行如下操作:将每个方格里的数换成与它有公共边的几个方格里的数的和,问是否可以经过一定次数的操作,使得所有九个方格里的数都变成偶数?如果可以,需要几次?

13. 在左下图中,对任意相邻的上下或左右两格中的数字同时加 1 或减 1 算作一次操作,经过若干次操作后变为下图.问:下图 A 格中的数字是几?为什么?

0	1	0	1
1	0	1	0
0	1	0	1
1	0	1	0

1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1
A	1	1	1

14. 在[illegible]97 的[illegible]盘上每格都装有一盏灯和一个按钮,按钮每按一次,与它同一行和同一列方格中的灯泡都改变一次状态,即由亮变不亮,不亮变亮.如果原来每盏灯都是不亮的,请说明最少需要按多少次按钮才可以使灯全部变亮?

答案

1. 71

所剩之数等于原来的七个数之和减 6,故这个数是(8+9+10+11+12+13+14)-6=71.

2. 50

每次操作都不改变袋中所有数之和除以 100 的余数,所以最后一张纸片上的数等于 1~99 的和除以 100 的余数.

$(1+2+\ldots+99)\div100=\frac{(1+99)\times99}{2}\div100$

$$=4950 \div 100$$

$$=49 \times 100+50$$

故这张纸片上的数是 50.

3.　4 次；40 次.

当排列顺序为 1,2,3,4,5,10,6,7,8,9 时,交换次数最少,需交换 4 次；当排列顺序为 9，8，7，6，5，10，4，3，2，1 时，交换次数最多，需交换 40 次.

4.　3

一个整数被 9 除的余数等于它的各位数字之和被 9 除的余数,如果这个整数不是 9 的倍数,就可以根据这一点来确定题目要求的一位数.

(1+2+…+9)×3+1×10+2×10 被 9 除余 3 ,可见最终得到的一位数是 3.

5.　20,20,20,20,20,或 19,20,20,20,21

或 19,19,20,21, 21.

仿例 2，5 个数的差距会越来越小，最后最大与最小数最多差 2.最终的 5 个数可能是 20，20，20，20，20，或者 19，20，20，20，21 或 19，19，20，21，21.

6.　1

变换中的两个数,它们的最大公约数始终末变,是后得到的两个相同的数即为它们的最大公约数.因为 1024=210,而

11…1

20 个 1

没有质因子 2，它们是互质的.所以最后得到的两个相同的数是 1.

7．4

事实上,在第一次删节之后.留下的皆为原数中处于偶数位

置上的数；在第二次删节之后，留下的数在原数中所处的位置可被 4 整除；如此等等.于是在第八次删节之后,原数中只留下处于第 28×k=256k 号位置上的数,这样的数在所给的 450 位数中只有一个,即第 256 位数.由于 256=9×28+4,所以该数处于第 29 组“123456789”中的第 4 个位置上.即为 4.

8． 1731

第 1 次操作得数字串 711131131737；

第 2 次操作得数字串 11133173；

第 3 次操作得数字串 111731；

第 4 次操作得数字串 1173；

第 5 次操作得数字串 1731 第 6 次操作得数字串 7311；

第 7 次操作得数字串 3117；

第 8 次操作得数字串 1173；

以下以 4 为周期循环，即 4k 次操作均为 1173.

1996=4×499,所以第 1996 次操作得数字串 1173,因此第 1997 次操作得数字串 1731.

9. $\frac{234}{1024}$

每一次黑三角形个数为整个的$\frac{3}{4}$,所以 5 次变换为

$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{243}{1024}$

10.　3

卡片上的数字之和除以 17 的余数始终不变.

(1+2+3+…+135)÷17=9180÷17=540.

(19+97)÷17=116÷17=6……14，

因为黄色卡片上的数都小于 17，所以黄色卡片上的数是 17-14=3.

11.　对 1980 的连续变换中,每个数都不大于 1980+1991=3971,所以在 3971 步之内必定会出现重复,对其它的数作连续变换也会如此.

12.　如图,用字母 a,b,c,d,e,f,g,h,I 代表 9 个方格内的数字,0 代表偶数.

a b c　b+d　a+e+c　b+f　g+c　b+h a+i

d e f　a+e+g d+b+h+f c+e+i　d+f　0　d+f

g h i　d+h　g+e+i　h+f　a+i　b+h　g+c

d+f+b+h g+c+a+i b+h+d+f　0 0 0

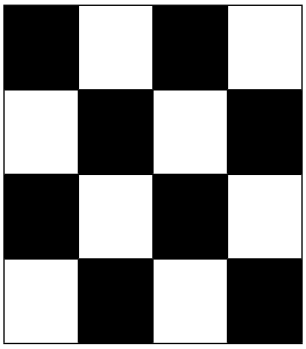
g+c+a+i　0　g+c+a+i　0 0 0

d+f+b+h a+I+g+c b+h+d+f　0 0 0

可见经过四次操作后,所有九个方格中的数全变为偶数.

13.

每次操作都是在相邻的两格,我们将相邻的两格染上不同的颜色(如右下图),因为每次操作总是一个黑格与一个白格同时加 1 或减 1,所以无论进行多少次操作,白格内的数字之和减去黑格内的数字之和总是常数.由原题左图知这个常数是 8,再由原题右图可得(A+7)-8=8,由此解得 A=9.



14.　1997 次

将第一列中的每一格都按一次,则除第一列外,每格的灯都只改变一次状态,由不亮变亮.而第一列每格的灯都改变 1997 次状态,由不亮变亮.

如果少于 1997 次,则至少有一列和至少有一行没有被按过,位于这一列和这一行相交处的灯保持原状,即不亮的状态.

十六 追及问题(B)

年级　　　　班　　　　姓名　　　　得分

一、填空题

1．狗追狐狸，狗跳一次前进 1.8 米,狐狸跳一次前进 1.1 米.狗每跳两次时狐狸恰好跳 3 次.如果开始时狗离狐狸有 30 米,那么狗跑　　　米才能追上狐狸.

2.B 处的兔子和 A 处的狗相距 56 米,兔子从 B 处逃跑,狗同时从 A 处跳出追兔子,狗一跳前进 2 米,狗跳 3 次时间与兔子跳 4 次时间相同,兔子跳出 112 米到达 C 处,狗追上兔子,问兔子一跳前进多少米?

3.甲、乙两地相距 60 千米.小王骑车以每小时行 10 千米的速度上午 8 点钟从甲地出发去乙地.过了一会儿,小李骑车以每小时 15 千米的速度也从甲地去乙地.小李在途中 M 地追上小王,通知小王立即返回甲地.小李继续骑车去乙地.各自分别到达甲、乙两地后都马上返回,两人再次见面时,恰好还在 M 地.小李是

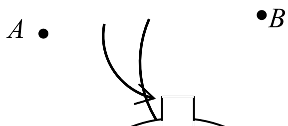
时出发的.

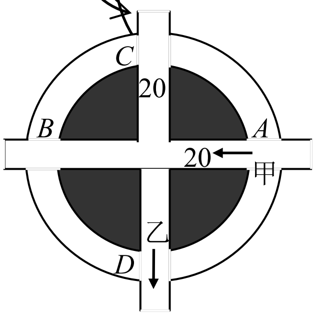
4.甲、乙两地相距 20 公里，A、B、C 三人同时从甲地出发走往乙地(他们速度保持不变),当 A 到达乙地时,B、C 两人离乙地分别还有 4 公里和 5 公里,那么当 B 到达乙地时,C 离乙地还有　　　公里.

5.甲、乙二人在周长是 120 米的圆形池塘边散步,甲每分走 8 米,乙每分走 7 米.现在从同一地点同时出发,相背而行,出发后到第二次相遇用了多少时间?

6.右图的两个圆只有一个公共点 A,大圆直径 48 厘米,小圆直径 30 厘米.两只甲虫同时从 A 点出发,按箭头所指的方向以相同速度分别沿两个圆爬行.

当小圆上的甲虫爬了　　　圈时,两只甲虫相距最远.


A
B

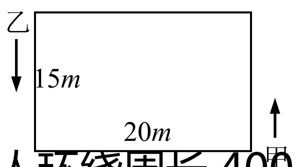

C
20
B
A
20
甲
乙
D

7.如图是一座立交桥俯视图.中心部分路面宽 20 米,AB=CD=100 米.阴影部分为四个四分之一圆形草坪.现有甲、乙两车分别在 A，D 两处按箭头方向行驶.甲车速 56 千米/小时,乙车速 50 千米/小时.甲车要追上乙车至少需要分钟.(圆周率取 3.1)

8．有甲、乙、丙三人同时同地出发，绕一个花圃行走，乙、丙二人同方向行走，甲与乙、丙相背而行.甲每分钟走 40 米,乙每分钟走 38 米,丙每分钟走 36 米.出发后,甲和乙相遇后 3 分钟和丙相遇.这花圃的周长是　　　米.

9.一个圆的周长为 1.26 米,两只蚂蚁从一条直径的两端同时出发沿圆周相向爬行.这两只蚂蚁每秒分别爬行 5.5 厘米和 3.5 厘米.它们每爬行 1 秒,3 秒,5 秒……(连续的奇数),就调头爬行.那么,它们相遇时,已爬行的时间是　　　秒.

10.甲乙两个同学分别在长方形围墙外的两角(如下图所示).如果他们同时开始绕着围墙反时针方向跑,甲每秒跑 5 米,乙每秒跑 4 米,那么甲最少要跑　　　秒才能看到乙.



二、解答题

11．甲、乙两人环绕周长 400 米的跑道跑步，如果两人从同一地点出发背向而行，那么经过 2 分钟相遇，如果两人从同一地点出发同向而行，那么经过 20 分钟两人相遇，已知甲的速度比乙快，求甲、乙两人跑步的速度各是多少？

12 .小强和小江进行百米赛跑.已知小强第 1 秒跑 1 米,以后每秒都比前面 1 秒多跑 0.1 米；小江则从始至终按每秒 1.5 米的速度跑,问他们二人谁能取胜?简述思维过程.

13.A,B 两地相距 105 千米,甲、乙两人骑自行车分别从两地同时相向而行,出发后经$1\frac{3}{4}$小时相遇,接着二人继续前进,在他们相遇 3 分钟后,一直以每小时 40 千米速度行驶的甲在途中与迎面而来的丙相遇,丙在与甲相遇后继续前进,在 C 地赶上乙.如果开始时甲的速度比原速每小时慢 20 千米,而乙的速度比原速度每小时快 2 千米,那么甲、乙就会在 C 地相遇.求丙的骑车速度是每小时多少千米?

14.甲、乙两名运动员在周长 400 米的环形跑道上进行 10000 米长跑比赛，两人从同一起跑线同时起跑，甲每分跑 400 米，乙每分跑 360 米，当甲比乙领先整整一圈时，两人同时加速，乙的速度比原来快$\frac{1}{4}$，甲每分比原来多跑 18 米，并且都以这样的速度保持到终点.问:甲、乙两人谁先到达终点?

答案

1. 360

狗跳 2 次前进 $1.8\times2=3.6$(米),狐狸跳 3 次前进 $1.1\times3=3.3$(米),它们相差 $3.6-3.3=0.3$(米),也就是说狗每跑

3.6 米时追上 0.3 米.30□0.3=100,即狗跳 100×

2=200(次)后能追上狐狸.所以,狗跑

1.8×200=360(米)才能追上狐狸.

2.　1

根据追及问题可知，兔跳 112 米时，狗跳 56+112=168(米).

因此,狗一共跳了 168□2=84(次).由狗跳 3 次的时间与兔跳 4 次的时间相同的条件,可知兔跳了 4×(84□3)=112(次)

所以,兔跳一次前进 112□112=1(米).

3.　8 点 48 分.

从小李追上小王到两人再次见面,共行了 60×2=120(千米),共用了 120□(15+10)=4.8(小时),所以,小王从乙地到 M 点共用了 4.8□2=2.4(小时),

甲地到 M 点距离 2.4×10=24(千米)

小李行这段距离用了 24□15=1.6(小时)

比小王少用了 2.4-1.6=0.8(小时)

所以,小李比小王晚行了 0.8 小时,即在 8 点 48 分出发.

4.　$1\frac{1}{4}$(公里)

当 A 到达乙地时,A 行了 20 公里,B、C 两人离乙地分别还有 4 公里和 5 公里，也就是 B 行了(20-4)=16 公里,C 行了(20-5)=15 公里,所以 C 的速度是 B 的$\frac{15}{16}$.当 B 行完最后剩下的 4 公里时,C 行了$4\times\frac{15}{16}=3\frac{3}{4}$

(公里),这时 C 距乙地还有 5-$3\frac{3}{4}=1\frac{1}{4}$(公里).

5. 16

第二次相遇两人共行两周,需 120×2÷(8+7)=16(分钟).

6. 4

圆内的任意两点,以直径两端点的距离最远.如果沿小圆爬行的甲虫爬到 A 点,沿大圆爬行的甲虫恰好爬到 B 点,二甲虫的距离便最远.小圆周长为$\pi\times$30=30π,大圆周长为 48π,一半便是 24π.问题便变为求 30π和 24π的最小公倍数问题了.

30π和 24π的最小公倍数，相当于 30 与 24 的最小公倍数再乘以π.

30 与 24 的最小公倍数是 120,

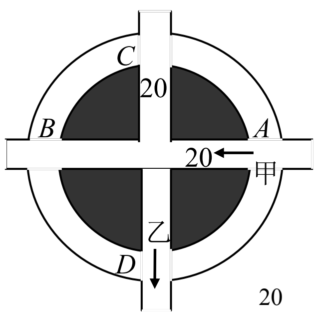
120÷30=4　　120÷24=5.

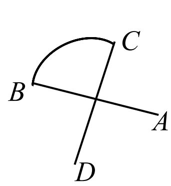
所以小圆上甲虫爬 4 圈后,大圆上爬行了 5 个$\frac{1}{2}$圆周长,即是爬到了 B 点.

7. 2.62

依交通规则甲车行进路线为 A　　B　　C　　D(其中表示沿狐线行进),因而两车初始相距.

$200+\frac{1}{2}\pi\times\frac{100-20}{2}$=200+3.1×20=262 米.





现甲车每小时比乙车多行 6 千米,所以每分钟甲车可追及乙车 $\frac{6000}{60}$ =100 米.

所以,262÷100=2.62 分.

即甲车至少需要经过 2.62 分钟才能追及乙车.

8.　8892

依题意作下图.

由已知可知,甲先与乙相遇,后与丙相遇.当甲与乙相遇时,他们三人所在位置情况如下图所示；

由图示可知乙、丙[illegible](甲、乙相遇时间)里，所行路程之差等于甲、丙在[illegible]相向行程的路程之和.

(40+36)÷3=76÷3=228(米)

这样,根据乙、丙在同一时间(甲、乙相遇时间)是所行路程之差与它们单位时间内速度之差,求出甲、乙相遇时间.

228÷(38-36)=228÷2=114(分钟)

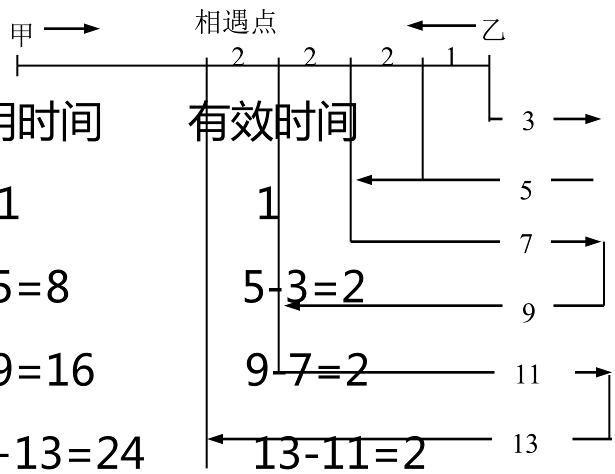
所以,花圃的周长为(40+38)×114=78×114=8892(米).

9.　49

根据相向行程问题若它们一直保持相向爬行直至相遇所需的时间是

100×1.26× $\frac{1}{2}$ ÷(5.5+3.5)=7(秒)

由爬行规则可知第一轮有效前进时间是 1 秒钟,第二轮有效前进时间是 5-3=2(秒),……，如下图所示：



所用时间	有效时间
1	1
3+5=8	5-3=2
7+9=16	9-7=2
11+13=24	13-11=2

由上表可知实际耗时为 1+8+16+24=49(秒)

相遇有效时间为 $1+2\times3=7$(秒)

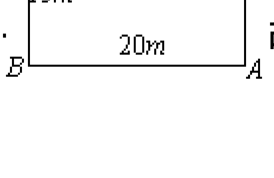
所以,它们相遇时爬行的时间是 49 秒.

10.　17

甲要看到乙,甲乙间的最大距离为 20 米,即甲最少要比乙多跑 15 米,这需跑

$\frac{15}{5-4}=15$(秒)

但还须验证:甲跑 15 秒时是刚好处于 B 点或 D 点(如下图所示),实际上,甲跑 15 秒时跑了 75 米,这时他在 AB 边上,距 B 点 10 米处.因此甲只要再跑 2 秒即可到达 B 点,此时甲乙间的距离已小于 20 米,乙在 BC 边上,所以甲最少要跑 17 秒才能看到乙.



11.　由两人从同一点出发反方向而行,经过 2 分钟相遇知两人每分钟共行

400□2=200(米)

由两人从同一地点出发同向而行,经过 20 分钟相遇知甲每分钟比乙多走

400□20=20 (米)

根据和差问题的解法可知甲的速度是每分钟(200+20)□2=110(米)

乙的速度为每分钟 110-20=90(米).

12.　小江每秒跑 1.5 米,所以,小江跑 100 米需

100□1.5= $66\frac{2}{3}$ (秒)

小强第十一秒跑 1+0.1×10=2(米)

小强前 11 秒的平均速度为每秒

(1+1.1+1.2+……+1.9+2)□11=1.5(米)

所以,前 11 秒钟小强跑的路程与小江前 11 秒钟跑的路程相等.11 秒以后,小江仍以每秒 1.5 米的速度前进,但小强第十二秒跑(2+0.1)=2.1 米,第十三秒跑(2.1+0.1)=2.2 米,第十四秒跑(2.2+0.1)=2.3 米,……,小强越跑越快,大大超过小江的速度,故小强一定能取胜.

13.　乙的速度为 105□$1\frac{3}{4}$-40=20(千米/时).

如上图所示，D 为甲、乙相遇点，E 为甲、丙相遇点.

D 距 A:　40□$1\frac{3}{4}=70$ (千米),

C 距 A:　105□[(40-20)+(20+2)]□20=50(千米),

E 距 A:　70+40□60□3=72(千米).

甲、丙在 E 相遇时，乙在丙前面(20+40)□60□3=3(千米),

丙在 C 处赶上乙,所以丙的速度是

20□$\frac{22}{19}=23\frac{3}{19}$(千米/时).

14.　从起跑到甲比乙领先一圈,所经过的时间为

400□(400-360)=10(分).

甲到达终点还需要跑的时间为

(10000-400□10)□(400+18)=$14\frac{74}{209}$(分)；

乙追上甲一圈所需的时间为

400□[360□($1+\frac{1}{4}$)-418]=12.5(分).

因为 12.5<$14\frac{74}{209}$,所以乙先到达终点.

十六 追及问题（A）

年级　　　班　　　姓名　　　得分

一、填空题

1．当甲在 60 米赛跑中冲过终点线时，比乙领先 10 米、比丙领先 20 米，如果乙和丙按原来的速度继续冲向终点，那么当乙到达终点时将比丙领先　　　米.

2.一只兔子奔跑时,每一步都跑 0.5 米；一只狗奔跑时,每一步都跑 1.5 米.狗跑一步时,兔子能跑三步.如果让狗和兔子在 100 米跑道上赛跑,那么获胜的一定是 .

3.骑车人以每分钟 300 米的速度,从 102 路电车始发站出发,沿 102 路电车线前进,骑车人离开出发地 2100 米时,一辆 102 路电车开出了始发站,这辆电车每分钟行 500 米,行 5 分钟到达一站并停车 1 分钟.那么需要 分钟,电车追上骑车人.

4.亮亮从家步行去学校,每小时走 5 千米.回家时,骑自行车,每小时走 13 千米.骑自行车比步行的时间少 4 小时,亮亮家到学校的距离是 .

5.从时针指向 4 点开始,再经过 分钟,时钟与分针第一次重合.

6.甲、乙两人在 400 米长的环形跑道上跑步.甲以每分钟 300 米的速度从起点跑出 1 分钟时,乙从起点同向跑出,从这时起甲用 5 分钟赶上乙.乙每分钟跑 米.

十五 相遇问题(A)

年级 班 姓名 得分

一、填空题

1. 两列对开的火车途中相遇,甲车上的乘客从看到乙车到乙车从旁边开过去,共用 6 秒钟.已知甲车每小时行 45 千米,乙车每小时行 36 千米,乙车全长_____米.

2.

甲、乙两地间的路程是 600 千米,上午 8 点客车以平均每小时 60 千米的速度从甲地开往乙地.货车以平均每小时 50 千米的速度从乙地开往甲地.要使两车在全程的中点相遇,货车必须在上午______点出发.

3. 甲乙两地相距 450 千米,快慢两列火车同时从两地相向开出,3 小时后两车在距中点 12 千米处相遇,快车每小时比慢车每小时快______千米.

4. 甲乙两站相距 360 千米.客车和货车同时从甲站出发驶向乙站,客车每小时行 60 千米,货车每小时行 40 千米,客车到达乙站后停留 0.5 小时,又以原速返回甲站,两车对面相遇的地点离乙站______千米.

5. 列车通过 250 米长的隧道用 25 秒,通过 210 米长的隧道用 23 秒,又知列车的前方有一辆与它行驶方向相同的货车,货车车身长 320 米,速度为每秒 17 米,列车与货车从相遇到离开需______秒.

6. 小冬从甲地向乙地走,小青同时从乙地向甲地走,当各自到达终点后,又立刻返回,行走过程中,各自速度不变,两人第一次相遇在距甲地 40 米处,第二次相遇在距乙地 15 米处.甲、乙两地的距离是______米.

7. 甲、乙二人分别从 A,B 两地同时相向而行,乙的速度是甲的速度的 $\frac{2}{3}$,二人相遇后继续行进,甲到 B 地、乙到 A

地后都立即返回.已知二人第二次相遇的地点距第一次相遇的地点是 20 千米,那么 A,B 两地相距______千米.

8. A,B 两地间的距离是 950 米.甲、乙两人同时由 A 地出发往返锻炼.甲步行每分走 40 米,乙跑步每分行 150 米,40 分后停止运动.甲、乙二人第____次迎面相遇时距 B 地最近,距离是______米.

9. A,B 两地相距 540 千米.甲、乙两车往返行驶于 A,B 两地之间,都是到达一地之后立即返回,乙车比甲车快.设两辆车同时从 A 地出发后第一次和第二次相遇都在途中 P 地.那么,到两车第三次相遇为止,乙车共走了______千米.

10. 甲、乙两个运动员分别从相距 100 米的直跑道两端同时相对出发,甲以每秒 6.25 米,乙以每秒 3.75 米的速度来回匀速跑步,他们共同跑了 8 分 32 秒,在这段时间内两人多次相遇(两人同时到达同一地点叫做相遇).他们最后一次相遇的地点离乙的起点有______米.甲追上乙_____次,甲与乙迎面相遇_____次.

二、解答题

11. 甲、乙两地相距 352 千米.甲、乙两汽车从甲、乙两地对开.甲车每小时行 36 千米,乙车每小时行 44 千米.乙车因事,在甲车开出 32 千米后才出发.两车从各自出发起到相遇时,哪辆汽车走的路程多?多多少千米?

12. 甲、乙两车从 A,B 两城市对开,已知甲车的速度是乙车

的$\frac{5}{6}$.甲车先从A城开 55 千米后,乙车才从B