陕西省咸阳市2023届高三三模理科数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：____________

一、单选题

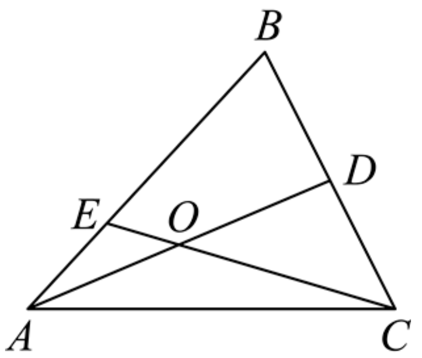
1．设集合 A□{x□N* |□1 □x □3}，则集合 A的真子集个数是（　　）

A．6　　　　B．7　　　　C．8　　　　D．15

2．已知复数 z□$\frac{2□3i}{i}$，则复数 z的共轭复数的虚部是（　　）

A．□2　　　　B．□2i　　　　C．2　　　　D．3

3.如图，在VABC中，点D为BC边的中点， O为线段AD的中点，连接CO并延长交AB于点E，设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$， $\overrightarrow{AC}$□$\vec{b}$，则$\overrightarrow{CE}$□（　　）



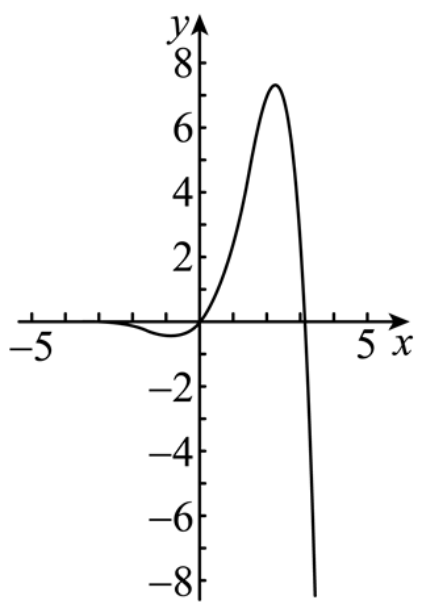
A．$\frac{1}{4}\vec{a}$□$\frac{3}{4}\vec{b}$　　　　B．$\frac{1}{4}\vec{a}$□$\vec{b}$

C．$\frac{1}{3}\vec{a}$□$\vec{b}$　　　　D．$\frac{1}{3}\vec{a}$□$\frac{3}{4}\vec{b}$

4．已知方程sin2□□2sin□cos□□2sin□□4cos□□0，则cos2□□sin□cos□□（　　）

A．□$\frac{4}{5}$　　　　B．$\frac{3}{5}$　　　　C．$-\frac{3}{5}$　　　　D．$\frac{4}{5}$

5．已知函数f (x) 的部分图象如图所示，则它的解析式可能是（）



A． f (x) □$\frac{e^x}{\sin x}$　　　　B． f (x) □$\frac{e^x}{\cos x}$

C． f (x) □ex cos x　　　　D． f □x□□ex sin x

6．已知正三棱锥 A□BCD的所有棱长均为2，点 M，N 分别为棱 AD 和 BC 的中点，点

E 为棱 AB 上一个动点，则三角形 MEN 的周长的最小值为（　）

A．3　　B．2□$\sqrt{2}$　　C．1□$\sqrt{2}$□$\sqrt{3}$　　D．4□$\sqrt{2}$

7．已知函数 f□x□□x² □ax□b 的两个零点分别在区间 □0,1□ 和 □1,2□ 上，则 f□□1□ 的取值范围为（　）

A．□1,5□　　B．□1,5□

C．□2,6□　　D．□2,6□

8．已知函数 f□x□□2sin□□x□$\frac{\pi}{6}$□(□□0)，对任意 x□R，恒有 f□x□□f□$\frac{\pi}{3}$□，且 f(x) 在 □0,$\frac{\pi}{4}$□ 上单调递增，则下列选项中不正确的是（　）

A．□□2

B．函数 f(x) 的对称轴方程为 x□$\frac{k\pi}{2}$□$\frac{\pi}{3}$□k□Z□

C．y□f□x□$\frac{\pi}{12}$□为奇函数

D．f(x) 在 □□$\frac{\pi}{4}$,$\frac{\pi}{4}$□ 上的最大值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9．已知实数 x,y□□0,2□，任取一点 □x,y□，则该点满足 □x□1□² □y² □2 的概率是（　）

A．$\frac{\pi}{8}$　　B．$\frac{1}{4}$□$\frac{\pi}{8}$

C．$\frac{3}{4}$□$\frac{\pi}{8}$　　D．$\frac{\pi}{4}$

10．已知 a□$\frac{1}{2023}$，b□e□$\frac{2022}{2023}$，c□$\frac{\cos\frac{1}{2023}}{2023}$，则（　）

A．a□b□c　　B．b□a□c

C．b□c□a　　D．a□c□b

11．已知等差数列 □a_n□，□b_n□ 的前 n 项和分别为 S_n，T_n，若 □2n□3□S_n□nT_n，则 $\frac{a_5}{b_6}$□（　）

A．$\frac{9}{25}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{9}{21}$　　D．$\frac{11}{25}$

12．已知抛物线 y□$\frac{1}{4}$x² (y□8)，把该抛物线绕其对称轴旋转一周得到一个几何体，在该几何体中放置一个小球，若使得小球始终与该几何体的底部相接，则小球体积的最大值为（　）

A．4π　　B．$\frac{4}{3}\pi$　　C．$\frac{32}{3}\pi$　　D．$\frac{256}{3}\pi$

二、填空题

13．若一数列为2，7，14，23，$\square\square\square$，则该数列的第8个数是________.

14．已知三角形ABC的三个内角A、B、C所对的边分别是a、b、c，若

$a\cos C \square c\cos A \square 3$，且$a^2 \square c^2 \square 9 \square ac$，则$VABC$面积的最大值为______.

15．已知$f(x)$是定义在R上的偶函数，当$x \square 0$时，$f(x) \square e^x \square \cos x$，则不等式

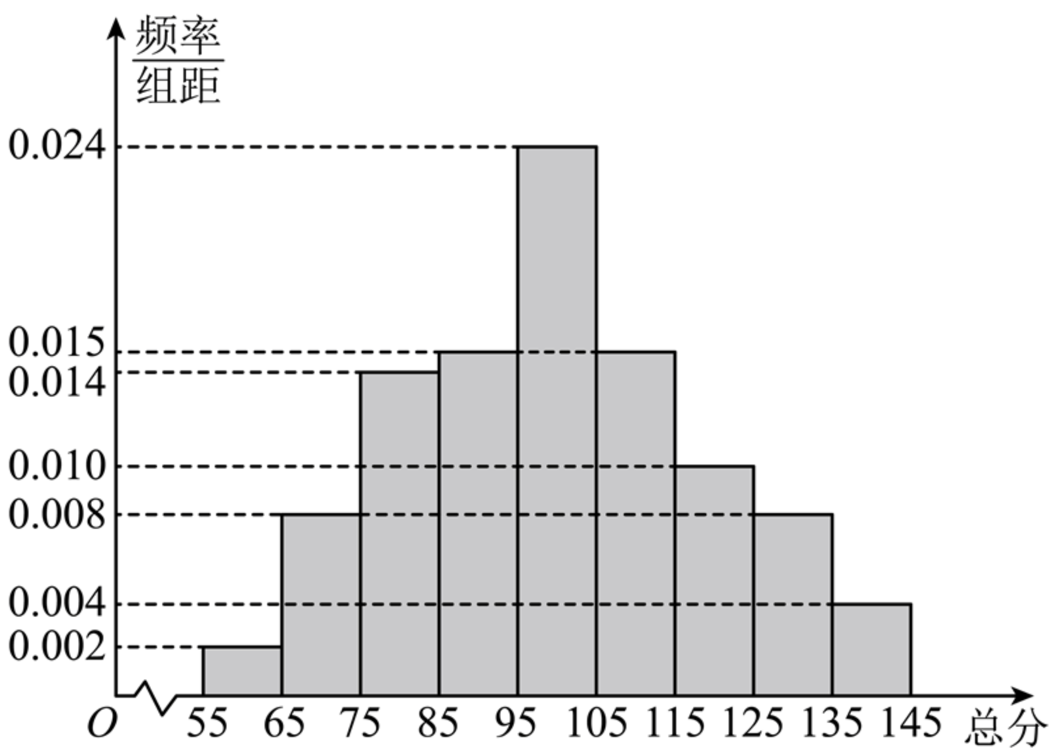
$f(x \square 1) \square 1 \square e^{\pi}$的解集是________.

16．已知F_1，F_2是双曲线$C:\frac{x^2}{5} \square \frac{y^2}{4} \square 1$的左，右焦点，点M是双曲线C在第一象限上一点，设I，G分别为$\triangle MF_1F_2$的内心和重心，若IG与y轴平行，则$\overrightarrow{MF_1} \square \overrightarrow{MF_2} \square$

________.

三、解答题

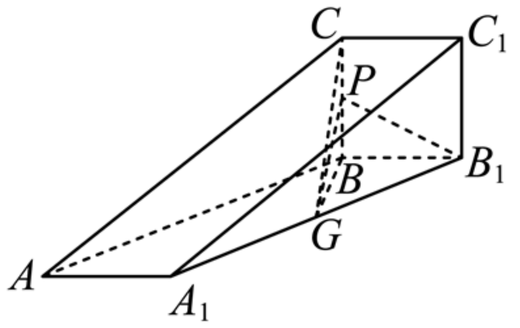
17．从某市统考的学生数学考试卷中随机抽查100份，分别统计出这些试卷总分，由总分得到如下的频率分布直方图.



(1)求这100份数学试卷的样本平均分（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；

(2)在样本中，从数学成绩不低于125分的试卷中，随机抽取3份进行答卷情况分析，设X为抽取的试卷成绩不低于135分的试卷份数，求X的分布列及数学期望.

18．如图，三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的侧面BB_1C_1C是边长为1的正方形，平面$BB_1C_1C \square$平面AA_1B_1B，$AB \square 4$，$\square A_1B_1B \square 60\square$，G是$A_1B_1$的中点.



(1)求证：平面 GBC □平面 BB_1C_1C；

(2)在线段 BC 上是否存在一点 P，使得二面角 P□GB$_1$□B 的平面角为 30°？若存在，求 BP 的长；若不存在，请说明理由.

19．已知数列□a_n□满足 $a_{n□1}$ □2a_n □n□1，且 a_1 □1.

(1)求数列□a_n□的通项公式；

(2)数列□a_n□的前 n 项和为 S_n，若 S_n □2023，求 n 的最大值.

20．已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}$□$\frac{y^2}{b^2}$□1（a □b □0）的左，右焦点分别为 F_1，F_2，M 为椭圆 C 上的一个动点，□F_1MF_2 的最大值为 120□，且点 M 到右焦点 F_2 距离的最大值为 2□$\sqrt{3}$.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)已知过点 F_2 的直线 l 交椭圆 C 于 A，B 两点，当 VF_1AB 的面积最大时，求此时直线 l 的方程.

21．已知函数 f□x□□e^x□1□a□x□ln□ax□（a □0）.

(1)当 a □1 时，求曲线 y □f□x□在点□1, f□1□□处的切线方程；

(2)若对于任意的 x □0，有 f□x□□0，求正数 a 的取值范围.

22．直线 l：□x □a □2t，□y □□1 □t（t 为参数），圆 C：□□2$\sqrt{2}$sin(□□$\frac{\pi}{4}$)（极轴与 x 轴的非负半轴重合，且单位长度相同）.

(1)求圆心 C 到直线 l 的距离；

(2)若直线 l 被圆 C 截得的弦长为 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$，求 a 的值.

23．已知定义在 R 上的函数 f(x) □|x □1| □|x □2| 的最小值为 p.

(1)求 p 的值；

(2)设 a,b,c □R，a^2 □2b^2 □3c^2 □2p，求证：|a □2b □3c| □6.

参考答案：

1．B

【分析】由题意列举出集合 A 中的元素，再用真子集个数公式 2^n-1（n 为集合中元素个数）计算即可．

【详解】因为 $A=\{x\in N^*|-1<x\le 3\}$，

所以 $A=\{1,2,3\}$，

所以集合 A 的真子集个数是 $2^3-1=7$，

故选：B．

2．C

【分析】由复数的乘法、除法运算化简复数，再由共轭复数的定义求解即可．

【详解】$z=\frac{2-3i}{i}=\frac{2i+3}{-1}=-3-2i$，

则复数 z 的共轭复数为 $\bar{z}=-3+2i$，则 $\bar{z}=-3+2i$ 的虚部为 2．

故选：C．

3．C

【分析】设 $\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}$，再根据平面向量基本定理分别表示 $\overrightarrow{CO},\overrightarrow{CE}$，进而根据向量共线设 $\overrightarrow{CE}=\mu\overrightarrow{CO}$，代入向量可得 $\begin{cases}\lambda=\frac{1}{3}\\ \mu=\frac{4}{3}\end{cases}$，进而得到 $\overrightarrow{CE}$．

【详解】设 $\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}$，则 $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AC}=\lambda\vec{a}-\vec{b}$，又

$\overrightarrow{CO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{4}\vec{a}-\frac{3}{4}\vec{b}$，

设 $\overrightarrow{CE}=\mu\overrightarrow{CO}$，则 $\lambda\vec{a}-\vec{b}=\mu\left(\frac{1}{4}\vec{a}-\frac{3}{4}\vec{b}\right)$，

故 $\begin{cases}\lambda=\frac{\mu}{4}\\ 1=\frac{3\mu}{4}\end{cases}$，即 $\begin{cases}\lambda=\frac{1}{3}\\ \mu=\frac{4}{3}\end{cases}$，

故 $\overrightarrow{CE}=\frac{4}{3}\overrightarrow{CO}=\frac{1}{3}\vec{a}-\vec{b}$．

故选：C

4．B

【分析】由 $\sin^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha-2\sin\alpha+4\cos\alpha=0$，变形为 $(\sin\alpha-2\cos\alpha)(\sin\alpha-2)=0$，得

到 $\tan\alpha=-2$，再由 $\cos^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{\cos^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}$，利用商数关系求解.

【详解】解：因为方程 $\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-2\sin\alpha-4\cos\alpha=0$，

所以 $\sin\alpha(\sin\alpha+2\cos\alpha)-2(\sin\alpha+2\cos\alpha)=0$，

即 $(\sin\alpha+2\cos\alpha)(\sin\alpha-2)=0$，则 $\sin\alpha+2\cos\alpha=0$ 或 $\sin\alpha-2=0$（舍去），

所以 $\tan\alpha=-2$，

所以 $\cos^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{\cos^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}$，

$=\dfrac{1-\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}=\dfrac{1-(-2)}{1+(-2)^2}=\dfrac{3}{5}$，

故选：B

5．D

【分析】利用排除法，结合函数图象，利用函数的定义域和导数研究函数的单调性，依次判断选项即可.

【详解】由图象可知，函数 f（x）的定义域为 R.

A：$f(x)=\dfrac{e^x}{\sin x}$，函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x|x\neq k\pi,k\in Z\}$，所以 A 不符题意；

B：$f(x)=\dfrac{e^x}{\cos x}$，函数 $f(x)$ 的定义域为 $\left\{x\middle|x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z\right\}$，所以 B 不符题意；

C：当 $0<x<\pi$ 时，$f(x)=e^x\cdot\cos x$，则 $f'(x)=e^x\cdot\cos x-e^x\cdot\sin x=e^x(\cos x-\sin x)$，

当 $0<x<\dfrac{\pi}{4}$ 时，$f'(x)>0$，当 $\dfrac{\pi}{4}<x<\pi$ 时，$f'(x)<0$，

所以 $f(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right)$ 上递增，在 $\left(\dfrac{\pi}{4},\pi\right)$ 上递减，所以 $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ 是函数的极大值，

结合图形，$f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ 不是极大值，故 C 不符题意；

D：当 $0<x<\pi$ 时，$f(x)=e^x\cdot\sin x$，

则 $f'(x)=e^x\cdot\cos x+e^x\cdot\sin x=e^x(\cos x+\sin x)$，

当 $0<x<\dfrac{3\pi}{4}$ 时，$f'(x)>0$，当 $\dfrac{3\pi}{4}<x<\pi$ 时，$f'(x)<0$，

所以 $f(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{3\pi}{4}\right)$ 上递增，在 $\left(\dfrac{3\pi}{4},\pi\right)$ 上递减，结合图形，D 符合题意；

故选：D.

6．B

【分析】将侧面ABC和侧面ABD展开为一个平面，求出$ME+NE$最短时的长度，再计算出MN的长度即可.

【详解】根据题意，将正三棱锥$A-BCD$的侧面ABC和侧面ABD展开为一个平面，如图所示，

当点M，N，E在同一直线上时，$ME+NE$最短，

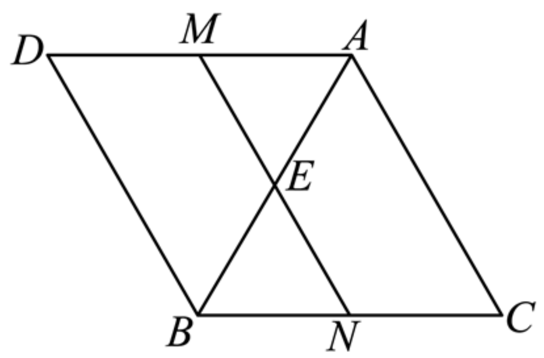
因为正三棱锥$A-BCD$的所有棱长均为2，

所以$AD=DB=BC=AC$，即四边形ADBC为菱形，

又因为点M，N分别为棱AD和BC的中点，

所以四边形AMNC为平行四边形，

所以$MN=AC=2$，



下面求MN的长；

连接DN，过点A和点N作$AO\perp$平面ABC，$MP\perp$平面ABC，垂足为点O和点P，

因为三棱锥$A-BCD$为正三棱锥，

所以点O和点P在底面ABC的中线DN上，且点O为等边三角形ABC的中心，

则$CN=\frac{1}{2}BC=1$，$DN=\sqrt{CD^2-CN^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

所以$NP=DO=\frac{2}{3}DN=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

因为$AO\perp$平面ABC，$MP\perp$平面ABC，$OD\subset$平面ABC，

所以$AO//MP$，$AO\perp OD$，则$MP\perp OD$，

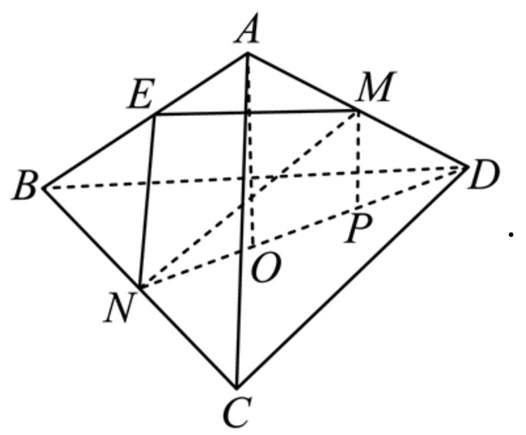
又因为点M为AD中点，所以$MP=\frac{1}{2}AO$，

在$Rt\triangle AOD$中，$AO=\sqrt{AD^2-DO^2}=\sqrt{2^2-(\frac{2\sqrt{3}}{3})^2}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，则$MP=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

在Rt△MPN中，$MN=\sqrt{MP^2+NP^2}=\sqrt{(\frac{\sqrt{6}}{3})^2+(\frac{2\sqrt{3}}{3})^2}=\sqrt{2}$，

所以三角形MEN的周长的最小值为$NE+ME+MN=2+\sqrt{2}$，

故选：B.

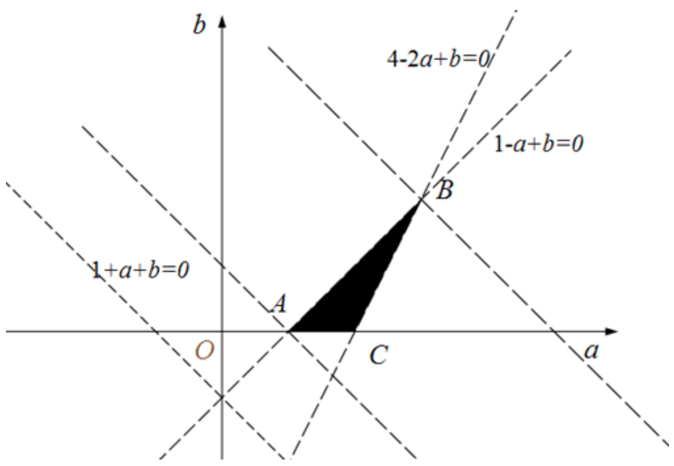


7．C

【分析】由题意可得 $\begin{cases} b>0 \\ 1-a+b<0 \\ 4-2a+b>0 \end{cases}$ ，画出可行域及目标函数，利用 z 的几何意义求出最值，即可求解.

【详解】由题意可得 $\begin{cases} f(0)>0 \\ f(1)<0 \\ f(2)>0 \end{cases}$ ，即 $\begin{cases} b>0 \\ 1-a+b<0 \\ 4-2a+b>0 \end{cases}$

则表示的可行域如图阴影部分（三角形内部，不包含边）所示：



其中 $A(1,0)$，$B(3,2)$，

$f(-1)=1+a+b$，令 $z=1+a+b$，即 $b=-a-1+z$

作出直线 $1+a+b=0$，平移直线 $1+a+b=0$，由图可知:

过点 A 时，z 有最小值 2；

过点 B 时，z 有最大值 6；

$\therefore f(-1)\in(2,6)$.

故选：C

8．D

【分析】根据三角函数的对称性和单调性求得 $\omega=2$，进而求得 $f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，利用整体代换法，结合奇偶函数的定义和三角函数的最值依次判断选项即可

【详解】A：由题意，$\forall x\in R$，恒有 $f(x)\le\left|f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right|$,

所以 $x=\frac{\pi}{3}$ 是函数 $f(x)$ 的一个最高点，即 $\frac{\pi}{3}\omega+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in Z$,

得 $\omega=2+3k, k\in Z$.

又函数 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ 上单调递增，则 $0<x<\frac{\pi}{4}\Rightarrow\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\omega+\frac{\pi}{6}\right)$,

又函数 $y=\sin x$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right], k\in Z$,

所以 $\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\omega+\frac{\pi}{6}\right)\subseteq\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right], k\in Z$,

即 $\begin{cases}-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le\frac{\pi}{6}\\ \frac{\pi}{2}+2k\pi\ge\frac{\pi}{4}\omega+\frac{\pi}{6}\end{cases}, k\in Z$，解得 $\begin{cases}k\le\frac{1}{6}\\ k\ge\frac{\omega}{8}-\frac{1}{3}\end{cases}, k\in Z$,

当 $k=0$ 时，$\omega=2$，此时 $-\frac{1}{12}\le k\le\frac{1}{6}$，符合题意；

当 $k=1$ 时，$\omega=5$，此时 $\frac{7}{24}\le k\le\frac{1}{6}$，不成立，故不符合题意，

所以 $\omega=2$.所以 $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$.故 A 正确；

B：令 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in Z$，解得 $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k}{2}\pi, k\in Z$,

即函数的 $f(x)$ 的对称轴为 $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k}{2}\pi, k\in Z$，故 B 正确；

C：$f\left(x-\frac{\pi}{12}\right)=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{12}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=2\sin 2x$，令 $g(x)=f\left(x-\frac{\pi}{12}\right)=2\sin 2x$,

则 $g(-x)=2\sin(-2x)=-2\sin 2x=-g(x)$，即函数 $f\left(x-\frac{\pi}{12}\right)$ 为奇函数，故C 正确；

D：$-\frac{\pi}{4}<x<\frac{\pi}{4}\Rightarrow-\frac{2\pi}{3}<2x+\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{3}$,

因为函数 $y=\sin x$ 在 $\left(-\frac{2\pi}{3},-\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递减，在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{3}\right)$ 上单调递增，

所以函数 $f(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)$ 上，$-2\le f(x)<\sqrt{3}$，即函数 $f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{3}$，故 D 错误.

故选：D.

9．C

【分析】根据几何概型的方法，求出 $x,y\in[0,2]$ 表示的区域中满足 $(x-1)^2+y^2\le 2$ 的面积所占的比例即可.

【详解】作出图象， ,$y\in\left[0,2\right]$所示区域OEFG面积为$2\times 2=4$，

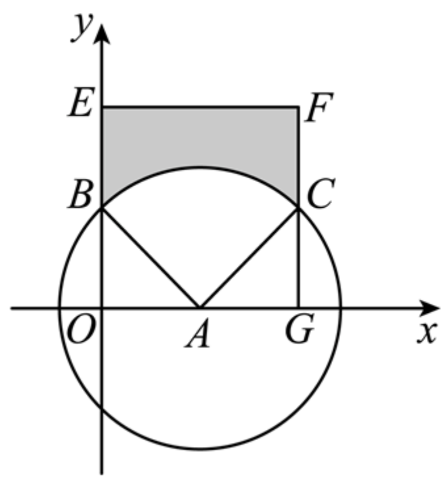
设圆$\left(x-1\right)^2+y^2=2$与OEFG交点分别为B,C，由$AB=AC=\sqrt{2}$，则

$OA=OB=GA=GC=1$，

故$\triangle OAB,\triangle GAC$均为等腰直角三角形，故$\angle BAC=90^\circ$，

故OEFG中$\left(x-1\right)^2+y^2\geq 2$的面积为$4-2\times\frac{1}{2}\times 1^2-\frac{1}{4}\pi\left(\sqrt{2}\right)^2=3-\frac{\pi}{2}$，

故所求概率为$\frac{3-\frac{\pi}{2}}{4}=\frac{3}{4}-\frac{\pi}{8}$.



故选：C.

10．B

【分析】构造函数$f\left(x\right)=e^x-x-1$，利用导数分析单调性即可得出$a<b$；由

$0<\cos\frac{1}{2023}<1$，可得$c=\frac{\cos\frac{1}{2023}}{2023}<\frac{1}{2023}=a$，进而求解.

【详解】设$f\left(x\right)=e^x-x-1$，

所以$f'\left(x\right)=e^x-1$，令$f'(x)<0\Rightarrow x<0$，令$f'(x)>0\Rightarrow x>0$，

所以函数$f(x)$在$(-\infty,0)$上单调递减，在$(0,+\infty)$上单调递增，

则$f(x)\geq f(0)=0$，即$e^x-x-1\geq 0$，得$e^x\geq x+1$.

所以$b=e^{-\frac{2022}{2023}}>-\frac{2022}{2023}+1=\frac{1}{2023}=a$，即$a<b$；

又$0<\cos\frac{1}{2023}<1$，所以$c=\frac{\cos\frac{1}{2023}}{2023}<\frac{1}{2023}=a$，即$c<a$，

所以$c<a<b$.

故选：B.

11．A