质，正是对基础知识和基本技能的深入考查.

(3)在命制情境化试题的过程中，很好地控制了文字数量和阅读理解难度，同时尽可能地降低计算量.试题设计的四个选项分为两项一组，分别讨论随机变量X 和Y的相关概率计算，选项A 和 B 关注概率$P(X>2)$，选项C 和 D关注概率$P(Y>2)$，不同选项的推理方法可以相互启发和借鉴.问题的设置既避免了重复与繁杂的计算，也能有效体现对学生数学思维的考查，减轻了学生的运算负担，符合“双减”政策的改革理念.

(4)重点考查学生的数学思想和数学探究等数学学科素养，有利于引导高中数学教学.试题首先使用样本估计总体，将应用题转化为数学问题后，考查的数学思想包括对称性和化一般为特殊，前者体现在正态密度曲线的对称性上，后者则体现在将一般正态分布化为标准正态分布上.通过题目的分析探讨，使学生理解化未知为已知的学习方法，引导学生在原有知识的基础上，理解新信息并将其纳入自身知识结构中，为其下一步的工作、学习打下坚实基础.试题的编制及内容的考查都反映了新课改的理念和精神，具有很好的选拔功能，实现高考“立德树人、服务选才、引导教学”的功能.

【试题出处】2024年高考数学(新课标I卷)第10题

【试题】

设函数$f(x)=(x-1)^2(x-4)$，则

A. $x=3$ 是$f(x)$ 的极小值点　　B. 当 $0<x<1$时，$f(x)<f(x^2)$

C. 当 $1<x<2$时，$-4<f(2x-1)<0$　　D. 当$-1<x<0$时，$f(2-x)>f(x)$

【参考答案】ACD

【考查目标】试题以三次函数为主干，考查函数的极值点、单调性和对称性等基础知识，考查学生的逻辑推理能力、运算求解能力以及综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力.

【试题分析】

解题思路

$f'(x)=3(x-1)(x-3)$. 解 $f'(x)=0$ 得 $x_1=1,x_2=3$. 当 $x<1$ 时，$f'(x)>0$, $f(x)$ 在区间$(-0,1)$单调递增；当$1<x<3$ 时，$f'(x)<0$, $f(x)$ 在区间$(1,3)$单调递减；当$x>3$时，$f'(x)>0$,$f(x)$ 在区间$(3,+0)$单调递增. 所以$x_1=1$ 是$f(x)$ 的极大值点，且$f(x)$ 的极大值为$f(1)=0$;$x_1=3$ 是$f(x)$ 的极小值点，且$f(x)$ 的极小值为$f(3)=-4$. 故选项A正确.

选项B 不正确. 解题思路如下：

思路1 当 $0<x<1$时，$0<x^2<1,x>x^2$, 故由$f(x)$ 在区间$(0,1)$单调递增知$f(x)>f(x^2)$.

思路2令函数$g(x)=(x+1)^2(x^2-4)-(x-4)$. 则 $f(x^2)-f(x)=(x-1)^2g(x)$,

$g'(x)=4x^3+6x^2-3x-9$. 当 $0<x<1$ 时，$g'(x)=4(x^3-1)+3(x^2-1)+3x(x-1)-2<0$, 故 $g(x)$ 在区间$(0,1)$单调递减，所以$g(x)<g(0)=0$, 即$f(x)>f(x^2)$.

选项C正确. 解题思路如下：

思路1 当 $1<x<2$时，$1<2x-1<3$, 由$f(x)$ 在区间$(1,3)$单调递减知$-4<f(2x-1)<0$.

思路2令函数$g(x)=4(x-1)^2(2x-5)$. 则当$1<x<2$时，$g'(x)=24(x-1)(x-2)<0$, 故 $g(x)$ 在区间$(1,2)$单调递减，又$g(1)=0$, $g(2)=-4$, 所以$-4<g(x)<0$, 即$-4<f(2x-1)<0$.

思路3 令函数$g(x)=f(2x-1)$. 则$g(x)$ 的图像可由$f(x)$ 图像上各

点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移$\frac{1}{2}$

个单位长度得到. 故$g(x)$ 在区间(1, 2)单调递减，又$g(1)=0,g(2)=-4$, 所以$-4<f(2x-1)<0$.

选项D 正确. 解题思路如下：

思路1 当$-1<x<0$时，$2<2-x<3$, 由$f(x)$ 在区间(-1, 0)单调递增，且在区间(2, 3)单调递减知$-20<f(x)<-4,-4<f(2-x)<0$, 故$f(2-x)>f(x)$.

思路2 函数$f(2-x)$ 的图像和函数$f(x)$ 的图像关于直线$x=1$ 对称，由$f(x)$ 在区间(-1, 0)单调递增，且在区间(2, 3)单调递减知$f(x)<-4,-4<f(2-x)$, 故当$-1<x<0$时，$f(2-x)>f(x)$.

思路3 令函数$g(x)=f(2-x)-f(x)=2(1-x)^3$. 则当$-1<x<0$时，$g(x)>0$, 故$f(2-x)>f(x)$.

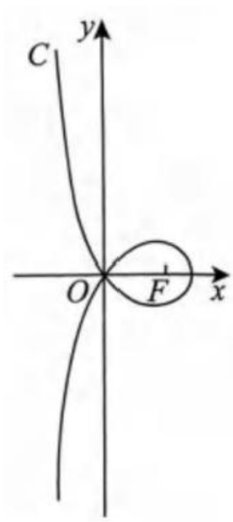
【试题亮点】本试题以学生熟悉的三次函数为载体，重点考查函数的极值点、单调性、对称性等核心基础知识，属于函数类型中的基本题，紧贴教材，契合高中课程标准. 试题一反以往需要学生通过求导才能判断零点个数的常规，给出可以直接得到零点的表达式，节约了学生因式分解的时间，也降低了学生因为烦琐计算产生错误的可能性. 第一个选项是后三个选项的基础，后三个选项虽然形式上和复合函数相似，但实则是从不同角度考查了学生对同一个三次函数单调性的理解. 计算简单明了，后三个选项的解题方法多种多样，比如最后一个选项既可以通过计算函数值所在区间比较大小，也可以通过对称性直接观察出大小，还可以通过构造新函数直接比较大小，体现了少算多想的命题指导思想.

本试题题干简洁，设问常规，计算量小，难度恰当，重点考查主干知识和思维的灵活性，有利于学生正常发挥，有助于提升学生的获得感，有利于区分不同思维层次的学生，有助于高校选拔人才.

【试题出处】2024年高考数学(新课标Ⅰ卷)第11题

【试题】

设计一条美丽的丝带，其造型卜可以看作图中的曲线C 的一部分. 已知C 过坐标原点0, 且C 上的点满足：横坐标大于－2;到点F(2,0) 的距离与到定直线x=a(a<0) 的距离之积为4. 则



A.a=-2

B. 点$(2\sqrt{2},0)$在C 上

C.C 在第一象限的点的纵坐标的最大值为1

D. 当 点(x_0,y_0) 在C上时，$y_0\leqslant\frac{4}{x_0+2}$

【参考答案】ABD

【考查目标】试题考查曲线与方程内容中求曲线的方程以及根据方程研究曲线的性质. 本题考查运算求解能力，数形结合和化归与转化的思想.

【试题分析】

解题思路

设(x_0,y_0) 为曲线C上的点，则有$|x_0-a|\sqrt{(x_0-2)^2+y2}=4$.

因为曲线C 过坐标原点0，所以0（0，0）符合上述方程，带入得 $|a|=2$，又 $a<0$，所以 $a=-2$. 又 C 上的点的横坐标大于-2，故曲线C 的方程为 $(x+2)\sqrt{(x-2)^2+y^2}=4$，选项A正确.

将点 $(2\sqrt{2},0)$ 带入方程 $(x+2)\sqrt{(x-2)^2+y^2}=4$ 中，有 $(2\sqrt{2}+2)\times(2\sqrt{2}-2)=8-4=4$，故点 $(2\sqrt{2},0)$ 在C 上，选项B 正确.

化简$(x+2)\sqrt{(x-2)^2+y^2}=4$，得$y^2=\frac{16}{(x+2)^2}-(x-2)^2\leqslant\frac{16}{(x+2)^2}$，因为C上的点$(x_0,y_0)$中的$x_0>-2$，所以$y_0\leqslant\frac{4}{x_0+2}$，选项D正确.

根据试题中的图像，过F(2,0)作x轴的垂线，交曲线C于两点，观察第一象限中的交点，可以发现交点的纵坐标为1,却不是最高点，故选项C不正确.当然由曲线C的方程也可知C在第一象限的点的纵坐标$y=\sqrt{\frac{16}{(x+2)^2}-(x-2)^2}$，设$f(x)=\frac{16}{(x+2)^2}-(x-2)^2$ 则$f'(x)=\frac{-2x}{(x+2)^3}(x^3+4x^2-16)$.. 设$g(x)=x^3+4x^2-16$，当$x>0$时，$g'(x)>0$,$g(x)$在区间$(0,+\infty)$单调递增.又$g(1)=-11<0$, $g(2)=8>0$，故$\exists x_1\in(1,2)$, $f'(x_1)=0$，且当$0<x<x_1$时，$f'(x)>0$,$f(x)$在区间$(0,x_1)$单调递增；

当$x_1<x<2$时，$f'(x)<0$, $f(x)$在区间$(x_1,2)$单调递减.设$h(x)=\sqrt{\frac{16}{(x+2)^2}-(x-2)^2}$，由$f(x)$的单调性可知，$h(x)$在区间$(0,x_1)$单调递增，在区间$(x_1,2)$单调递减.又$h(x_1)>h(2)=1$，所以C在第一象限的点的纵坐标的大于1,故选项C不正确.

【试题亮点】丝带的设计体现了数学美与设计美学的有机结合.试题正是以两者的结合作为出发点，体现了数学与实际问题的联系.平面图形的对称性是人们容易直观感受的，而对称是数学研究的重要内容，对称也是数学美的重要表现方式.初中时我们就学过等腰三角形、等边三角形、菱形、矩形、等腰梯形等具有对称性的图形，高中常见的空间对称图形有

球、圆锥、圆柱、正多面体、正棱锥和正棱柱等.在中学阶段，学生熟悉　的对称变换有反射或镜面反射(轴对称、面对称)、中心旋转或轴旋转.

几何学的有关知识，早在公元前就已经出现.然而，平面解析几何的出现与发展，却是十六七世纪以来的事情.但是，平面解析几何的出

现，极大地促进了几何学的发展，其中利用方程讨论平面内的几何对象及其性质也是教材中的重要内容.本试题对学生逻辑思维能力的考查到位，试题的设计不是知识的简单堆砌，而是不同程度思维能力的考查.整个题目站在落实“五育”方针的高度进行创意与设计.考查学生的理性思维能力、分析和解决问题的能力，自然是对学生“智育”的考查.试题在平面解析几何知识的基础上，设置了一个简单的数学问题，重点在于展示数学美与数学问题的结合，使得学生在解决问题的同时，感受到数学的价值.试题难度较低，有利于学生发挥自己的数学能力，展示学生的数学水平，有利于稳定学生的考试心态.

【试题出处】2024年高考数学(新课标I 卷)第12题

【试题】

设双曲线C: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$过$F_2$作平行于y 轴的直线交C 于A, B 两点.若 $|F_1A|=13$, $|AB|=10$, 则C 的离心率为___________.

【参考答案】 $\frac{3}{2}$

【考查目标】试题主要考查双曲线离心率的定义，以及学生对双曲线的对称性和双曲线的定义的理解.学生需要先通过条件推出点F_1,F_2 的坐标以及点A,B 的坐标(A,B 的坐标可能互换).接下来，学生可以直接使用双曲线的定义和双曲线焦点的定义求出a 和 c,

从而求出 离心率；也可以先通过双曲线焦点的定义求出c, 再用解方程的方式求出 a，从而求出离心率. 另外，学生也可以用准线作为辅助，不求c，而是 直接得到a 和c的比例关系，从而求出离心率.

【试题分析】

解题思路

思路1 双曲线的对称性和双曲线的定义.

由双曲线的对称性知 $|F_2A|=5$, 由勾股定理得 $|F_1F_2|=\sqrt{13^2-5^2}=12$. 由双曲线的定义知 $2a=13-5=8$, $2c=12$, 故 $e=\frac{c}{a}=\frac{2c}{2a}=\frac{3}{2}$.

因此答案为 $\frac{3}{2}$.

思路2解圆锥曲线的方程.

由题意，设 $F_1(-c,0)$, $F_2(c,0)$, $A(c,y_1)$, $B(c,y_2)$. 由 $\frac{c^2}{a^2}-\frac{y_1^2}{b^2}=1=\frac{c^2}{a^2}-\frac{y_2^2}{b^2}$ 知 $y^2=y^2$, 结合 $y_1\neq y_2$ 得 $y_1=-y_2$.

由 $|AB|=10$ 得 $|2y_1|=10$, 故 $y_1=5, y_2=-5$ 或 $y_1=-5, y_2=5$. 由 $|F_1A|=13$ 得 $\sqrt{(2c)^2+5^2}=13$, 故 $c=6$, 因此 $a^2+b^2=36$.

将A点的坐标代入双曲线方程得 $\frac{36}{a^2}-\frac{25}{b^2}=1$; 将 $a^2+b^2=36$ 代入得 $\frac{36}{a^2}-\frac{25}{36-a^2}=1$; 通分得 $36(36-a^2)-25a^2=a^2(36-a^2)$, 整理得 $(a^2)^2-97a^2+1296=0$, 解得 $a^2=16$ 或 $a^2=81$ （舍去）, 即 $a=4$. 故 $e=\frac{c}{a}=\frac{3}{2}$.

因此答案为 $\frac{3}{2}$.

思路3 用准线作为辅助

由条件知点A的横坐标为c. 由双曲线的对称性知 $|F_2A|=5$.

由双曲线的定义，点A到左准线的距离和到左焦点的距离之比等于常数，它也等于点A到右准线的距离和到右焦点的距离之比. 因此

$$\frac{c+\frac{a^2}{c}}{13}=\frac{c-\frac{a^2}{c}}{5}.$$

通分并整理得$8c^2=18a^2$,故 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{\frac{18}{8}}=\frac{3}{2}$.

因此答案为$\frac{3}{2}$.

【试题亮点】试题考查了由已知条件求双曲线的离心率的问题.圆锥曲线是高考中的重点考查内容，本题涉及的由已知条件求解圆锥曲线是学生熟悉的内容，做法也较多.对双曲线定义较为熟悉的学生可以通过思路1直接得到结果；熟悉拓展内容准线的学生可以通过思路3直接得到结果；能力稍弱的学生也可以通过思路2,按部就班地解双二次方程求出双曲线的标准方程，再求出离心率.本题是填空题的第1小题，试题以学生熟悉的知识呈现，且做法较多，有利于学生稳定发挥.

【试题出处】2024年高考数学(新课标I卷)第13题

【试题】

若曲线$y=e^x+x$在点(0, 1)处的切线也是曲线$y=\ln(x+1)+a$的切线，则a=___________.

【参考答案】$\ln 2$

【考查目标】本题以两条曲线的切线为背景，考查求导法则、导数的几何意义，考查导数在研究曲线的切线中的应用，考查化归与转化的思想以及学生灵活运用知识分析问题、解决问题的能力.

【试题分析】

解题思路

思路1 因为$y'=e^x+1$,所以曲线$y=e^x+x$在点(0,1)处的切线方程