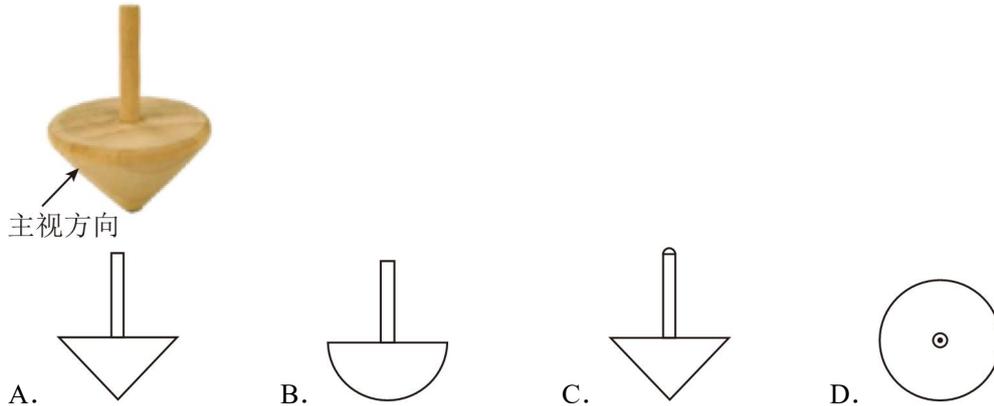


2024 年湖南师大附中教育集团中考数学一模试卷

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) 下列选项中，比 -2°C 低的温度是 ()
- A. -3°C B. -1°C C. 0°C D. 1°C
2. (3 分) 如图，原木旋转陀螺是一种传统益智玩具，是圆锥与圆柱的组合物体 ()



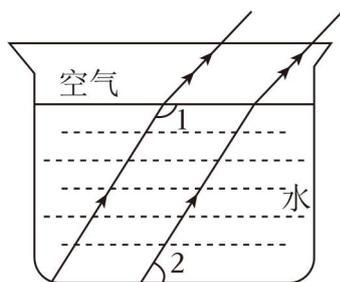
3. (3 分) 下列运算中，正确的是 ()
- A. $(-3a)^2 = 6a^2$ B. $(a^3)^2 = a^5$
- C. $(a+1)^2 = a^2+1$ D. $6a^3b^2 \div 3a = 2a^2b^2$
4. (3 分) 在平面直角坐标系中，若点 A 的坐标为 $(1, 2)$ ，则点 A 在 ()
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
5. (3 分) 在 2024 甲辰龙年春节联欢晚会上，长沙分会场压轴亮相，展现了长沙潮流底色、文化底蕴，让全国观众欣赏到了一场朝气蓬勃的演出，更是令游客对长沙心驰神往。这也让长沙在 2024 春节热门目的地排名进入前十，除夕至大年初八，长沙市纳入监测范围的景区八天累计接待 167.53 万人次，“167.53 万”用科学记数法表示为 ()
- A. 16.753×10^5 B. 1.6753×10^5
- C. 16.753×10^6 D. 1.6753×10^6

6. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} 3x+2 > 5 \\ 5-2x \geq 1 \end{cases}$ 的解在数轴上表示为 ()



7. (3 分) 光线在不同介质中的传播速度是不同的，因此当光线从水中射向空气时，要发生折射，所以在

水中平行的光线，在空气中也是平行的. 如图， $\angle 2$ 的度数为 ()



- A. 32° B. 58° C. 68° D. 78°

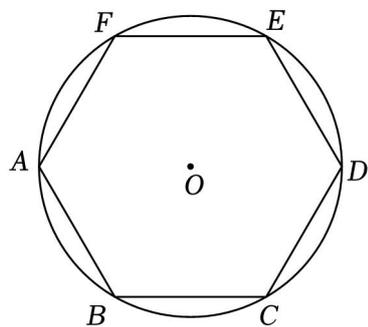
8. (3分) 某中学举行了数学素养大赛，赛后小强想提前知道自己的成绩，老师告诉了他两条信息：①其他五名学生的成绩(单位：分)，87，90，95；②你的成绩在这六个分数中既是众数，请你思考，小强的成绩是 ()

- A. 85 B. 87 C. 90 D. 93

9. (3分) 2024年4月12日下午，湖南师大附中举行了庆祝建校119周年春季马路赛跑活动，赛程全长4.12千米，已知小军每小时能比小娟多跑1千米，他们同时起跑，求小军的速度. 在这个问题中，若设小娟每小时能跑 x 千米 ()

- A. $\frac{4.12}{x} = \frac{4.12}{x+1} + 2$ B. $\frac{4.12}{x} = \frac{4.12}{x+1} - 2$
 C. $\frac{4.12}{x} = \frac{4.12}{x+1} + \frac{2}{60}$ D. $\frac{4.12}{x} = \frac{4.12}{x+1} - \frac{2}{60}$

10. (3分) 我国魏晋时期数学家刘徽在《九章算术注》中提到了著名的“割圆术”，即利用圆的内接正多边形逼近圆的方法来近似估算，指出“割之弥细，以至于不可割，则与圆周合体，他用这种思想得到了圆周率 π 的近似值为3.1416. 圆的半径为1，运用“割圆术”，可得 π 的估计值为3. 如图，若用半径为1的圆的内接正六边形面积作近似估计 ()

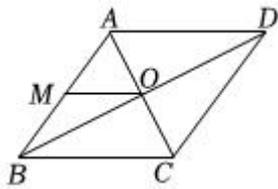


- A. 3 B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$

二、填空题(本大题共6个小题，每小题3分，共18分)

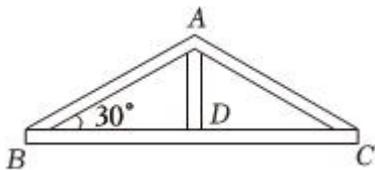
11. (3分) 若式子 $\frac{1}{x+1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 _____.

12. (3分) 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线交于点 O , 点 M 为 AB 的中点, 则 OM 的长为 _____.

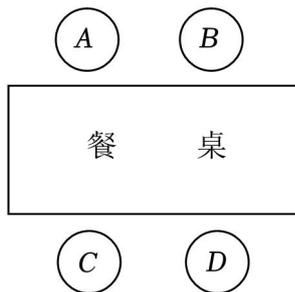


13. (3分) 若扇形的圆心角为 120° , 半径为 2, 则该扇形的面积是 _____ (结果保留 π).

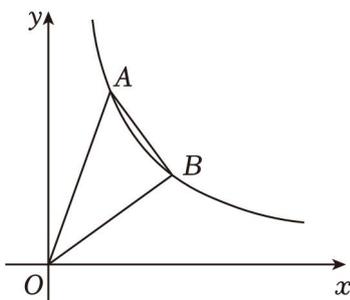
14. (3分) 如图, 厂房屋顶人字形钢架 (等腰三角形) 的中柱 AD (D 为底边中点), $\angle B = 30^\circ$, 则它的跨度 BC 为 _____ m .



15. (3分) 自《学校食品安全与营养健康管理规定》发布后, 多地提出“校长陪餐制”, 即校长陪学生吃午餐. 如图是某校一张餐桌的示意图, 校长和学生乙在 A, B, C 三个座位中随机选择两个座位 _____.



16. (3分) 如图, 平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = \frac{12}{x}$ ($x > 0$) 上, $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点. 若 $\triangle ABO$ 的面积为 6, 则 $\frac{x_2}{x_1} + \frac{y_2}{y_1}$ 的值为 _____.



三、解答题 (本大题共 9 个小题, 第 17、18、19 题每题 6 分, 第 20、21 题每题 8 分, 第 22、23 题每题 9 分, 第 24、25 题每题 10 分, 共 72 分)

17. (6分) 计算: $(\frac{2}{3})^{-1} - \cos 60^\circ + |2 - \sqrt{5}| + (2024 - \pi)^0$.

18. (6分) 先化简, 再求值 $\frac{a-3}{a-2} \div (a+2 - \frac{5}{a-2})$, 其中 $a = -2$.

19. (6分) 下面是小华同学设计的“过直线外一点作已知直线的平行线”的尺规作图过程.

已知: 如图 1, 直线 l 和直线 l 外一点 P . 求作: 直线 PM , 使直线 $PM \parallel$ 直线 l .

作法: 如图 2,

①在直线 l 上任取一点 A , 作射线 AP ;

②以 P 为圆心, PA 为半径作弧, 交直线 l 于点 B ;

③以 P 为圆心, PB 长为半径作弧, 交射线 AP 于点 C , C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}BC$, 在 AC 的右侧两弧交于点 M ;

④作直线 PM ;

所以直线 PM 就是所求作的直线.

根据上述作图过程, 回答问题:

(1) 根据上述作图过程可知: 射线 PM 平分 $\angle CPB$, 这种作角的角平分线的方法的依据是 _____ (填序号).

①SSS; ②SAS; ③ASA

(2) 完成下面的证明:

证明: 由作图可知 PM 平分 $\angle CPB$,

$$\therefore \angle CPM = \angle \underline{\hspace{2cm}} = \frac{1}{2} \angle CPB.$$

又 $\because PA = PB$,

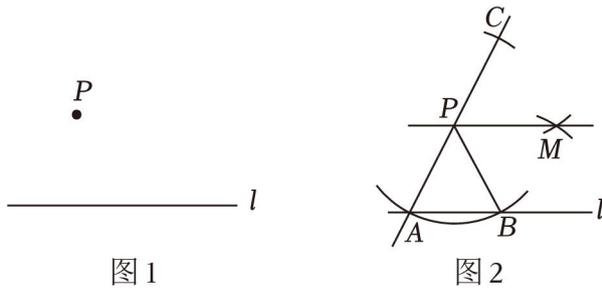
$$\therefore \angle PAB = \angle \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\because \angle CPB = \angle PAB + \angle PBA,$$

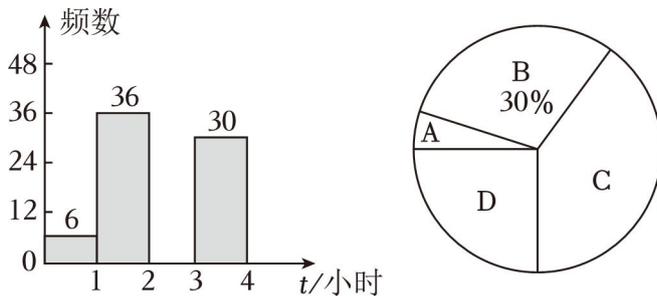
$$\therefore \angle PAB = \angle PBA = \frac{1}{2} \angle CPB.$$

$$\therefore \angle CPM = \angle PAB,$$

\therefore 直线 $PM \parallel$ 直线 l . (_____) (填写推理依据)



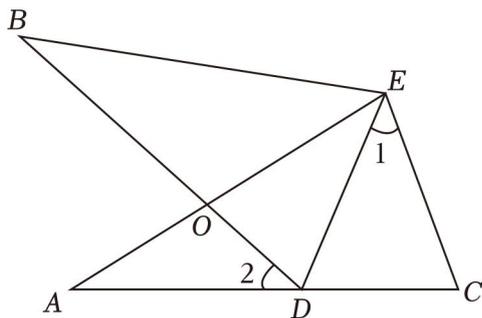
20. (8分) 运动是一切生命的源泉, 运动使人健康、使人聪明、使人快乐, 运动不仅能改变人的体质, 某中学为了解学生一周在家运动时长 t (单位: 小时) 的情况, 并将收集的数据整理分析, 共分为四组 ($A. 0 \leq t < 1$, $B. 1 \leq t < 2$, $C. 2 \leq t < 3$, $D. 3 \leq t < 4$, 其中每周运动时间不少于 3 小时为达标)



根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 在这次抽样调查中, 共调查了 _____ 名学生;
 - (2) 请补全频数分布直方图, 并计算在扇形统计图中 C 组所对应扇形的圆心角的度数;
 - (3) 若该校有学生 2000 人, 试估计该校学生一周在家运动时长不足 2 小时的人数.
21. (8分) 如图, $\angle A = \angle B$, $AE = BE$, $\angle 1 = \angle 2$, AE 和 BD 相交于点 O

- (1) 求证: $\triangle AEC \cong \triangle BED$;
- (2) 若 $\angle 1 = 38^\circ$, 求 $\angle BDE$ 的度数.



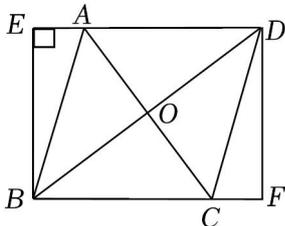
22. (9分) “阅读陪伴成长, 书香润泽人生”, 某中学为营造书香校园, 调查发现, 若购买甲种书柜 5 个, 共需要资金 1380 元; 若购买甲种书柜 4 个, 共需资金 1440 元.

- (1) 甲、乙两种书柜每个的价格分别是多少元?
- (2) 若该校计划购进这两种规格的书柜共 24 个, 其中购买乙种书柜的费用不少于购买甲种书柜的费用, 问: 学校应如何购买, 最少资金是多少?

23. (9分) 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 O, F 分别在 DA, BC 的延长线上, $CF=AE$.

(1) 求证: 四边形 $EBFD$ 是矩形;

(2) 若 $AE=3, \tan \angle OBC = \frac{1}{2}$, 求菱形 $ABCD$ 的边长.



24. (10分) 若抛物线 $L: y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 与直线 l 有两个不同的交点 A, B , 且其中一个交点 A 在 x 轴的负半轴上

(1) 下列抛物线中, 与直线 $y = x + 1$ 具有“友好”关系的有 _____.

① $y = x^2 - x - 2$; ② $y = x^2 + 3x + 2$; ③ $y = -x^2 + x$.

(2) 若直线 $y = kx + 3k$ 与抛物线 $y = ax^2 + 2ax + c$ 具有“友好”关系, 且当 $\frac{c}{a} \leq x \leq -\frac{c}{a}$ 时, 二次函数 $y = ax^2 + 2ax + c$ 有最小值为 -3 , 求 a 和 c 的值.

(3) 若直线 $y = kx + b$ ($k > 0$) 与抛物线 $y = ax^2 - 3ax - 4a$ ($a > 0$) 具有“友好”关系, 记抛物线与 x 轴的另一个交点为 C , 若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADC$ 相似, 求直线 $y = kx + b$ 的解析式.

25. (10分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 平分 $\angle ACB$ 交 $\odot O$ 于点 D , 满足 $\angle CDE = \angle CBD$.

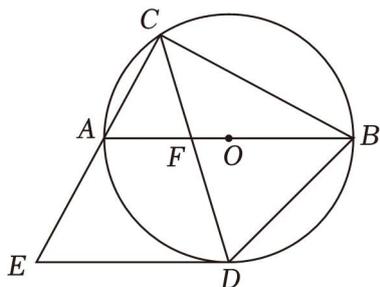
(1) 求证: DE 与 $\odot O$ 相切;

(2) 在下列两个等式中, 正确的请在相应的括号中打“√”, 错误的打“×”;

① $\frac{1}{AC} + \frac{1}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{FC}$ _____; ② $\frac{1}{AC \cdot BC} + \frac{1}{BD^2} = \frac{1}{CF \cdot FD}$ _____;

(3) 设 $\triangle CED$ 的面积为 S_1 , $\triangle CDB$ 的面积为 S_2 , 若 $\tan \angle E = x, y = 4 \cdot \frac{ED}{AB} - \frac{S_1}{S_2}$, 试求 y 关于 x 的函数

关系式, y 的值最大.



2024 年湖南师大附中教育集团中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

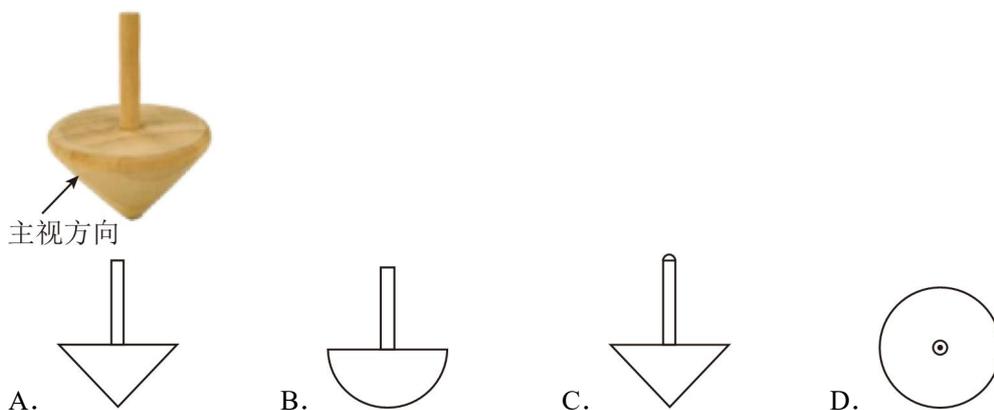
1. (3 分) 下列选项中，比 -2°C 低的温度是 ()

- A. -3°C B. -1°C C. 0°C D. 1°C

【解答】解：根据两个负数，绝对值大的反而小可知 $-3 < -2$ ，
所以比 -2°C 低的温度是 -3°C 。

故选：A.

2. (3 分) 如图，原木旋转陀螺是一种传统益智玩具，是圆锥与圆柱的组合物 ()



【解答】解：从上面看，可得选项 D 的图形。

故选：D.

3. (3 分) 下列运算中，正确的是 ()

- A. $(-3a)^2 = 6a^2$ B. $(a^3)^2 = a^5$
C. $(a+1)^2 = a^2+1$ D. $6a^3b^2 \div 3a = 2a^2b^2$

【解答】解： $(-3a)^2 = 9a^2$ ，故选项 A 错误，不符合题意；

$(a^3)^2 = a^6$ ，故选项 B 错误，不符合题意；

$(a+1)^2 = a^2+2a+1$ ，故选项 C 错误；

$6a^3b^2 \div 3a = 2a^2b^2$ ，故选项 D 正确，符合题意；

故选：D.

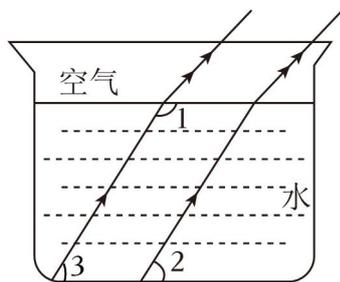
4. (3 分) 在平面直角坐标系中，若点 A 的坐标为 (1, 2)，则点 A 在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【解答】解：在平面直角坐标系中，若点 A 的坐标为 (1, 2)，则点 A 在第一象限，

$\therefore \angle 2 = \angle 4 = 58^\circ$.

故选：B.



8. (3分) 某中学举行了数学素养大赛，赛后小强想提前知道自己的成绩，老师告诉了他两条信息：①其他五名学生的成绩（单位：分），87，90，95；②你的成绩在这六个分数中既是众数，请你思考，小强的成绩是（ ）

A. 85 B. 87 C. 90 D. 93

【解答】解：原数据的中位数为90，当小强的成绩为90分时 $\frac{90+90}{2}=90$ ，符合题意，

所以小强的成绩为90分，

故选：C.

9. (3分) 2024年4月12日下午，湖南师大附中举行了庆祝建校119周年春季马路赛跑活动，赛程全长4.12千米，已知小军每小时能比小娟多跑1千米，他们同时起跑，求小军的速度. 在这个问题中，若设小娟每小时能跑 x 千米（ ）

A. $\frac{4.12}{x} = \frac{4.12}{x+1} + 2$

B. $\frac{4.12}{x} = \frac{4.12}{x+1} - 2$

C. $\frac{4.12}{x} = \frac{4.12}{x+1} + \frac{2}{60}$

D. $\frac{4.12}{x} = \frac{4.12}{x+1} - \frac{2}{60}$

【解答】解： \because 小军每小时能比小娟多跑1千米，且小娟每小时能跑 x 千米，

\therefore 小军每小时能跑 $(x+1)$ 千米.

根据题意得： $\frac{4.12}{x} = \frac{4.12}{x+1} + \frac{2}{60}$.

故选：C.

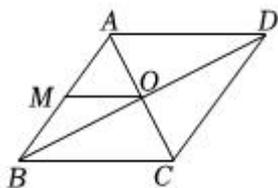
10. (3分) 我国魏晋时期数学家刘徽在《九章算术注》中提到了著名的“割圆术”，即利用圆的内接正多边形逼近圆的方法来近似估算，指出“割之弥细，以至于不可割，则与圆周合体，他用这种思想得到了圆周率 π 的近似值为3.1416. 圆的半径为1，运用“割圆术”，可得 π 的估计值为3. 如图，若用半径为1的圆的内接正六边形面积作近似估计（ ）

则 $x+2 \neq 0$,

解得 $x \neq -1$.

故答案为: $x \neq -6$.

12. (3分) 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线交于点 O , 点 M 为 AB 的中点, 则 OM 的长为 4.



【解答】解: \because 四边形 $ABCD$ 是菱形, 对角线 AC ,

$\therefore OA=OC$,

\therefore 点 O 为 AC 的中点,

\therefore 点 M 为 AB 的中点,

$\therefore OM$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore BC=8$,

$\therefore OM = \frac{1}{2}BC = 4$,

故答案为: 4.

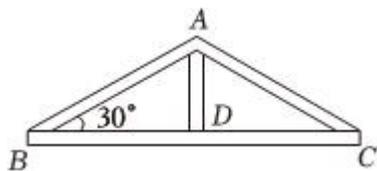
13. (3分) 若扇形的圆心角为 120° , 半径为 2, 则该扇形的面积是 $\frac{4}{3}\pi$ (结果保留 π).

【解答】解: $\because n=120^\circ$, $R=2$,

$\therefore S = \frac{120\pi \times 2^2}{360} = \frac{4\pi}{3}$.

故答案为 $\frac{4}{3}\pi$.

14. (3分) 如图, 厂房屋顶人字形钢架 (等腰三角形) 的中柱 AD (D 为底边中点), $\angle B=30^\circ$, 则它的跨度 BC 为 $10\sqrt{3}$ m.



【解答】解: $\because AB=AC$, D 为底边 BC 的中点,

$\therefore AD \perp BC$, $BD=CD$,

$\because \angle B=30^\circ$,

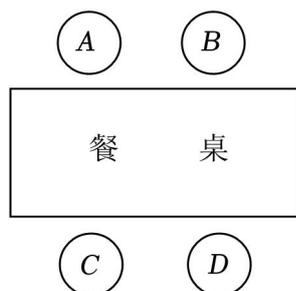
$\therefore AB=2AD=2 \times 8=16$ (m),

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{70^2 - 7^2} = 5\sqrt{7},$$

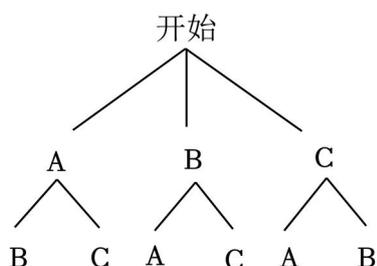
$$\therefore BC = 2BD = 10\sqrt{3}m,$$

故答案为: $10\sqrt{6}$.

15. (3分) 自《学校食品安全与营养健康管理规定》发布后, 多地提出“校长陪餐制”, 即校长陪学生吃午餐. 如图是某校一张餐桌的示意图, 校长和学生乙在 A, B, C 三个座位中随机选择两个座位 $\frac{1}{3}$.



【解答】解: 画树状图如下:



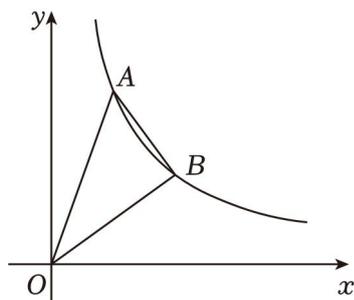
共有 6 种等可能的结果, 其中校长和学生乙坐在正对面的结果有: AC , 共 2 种,

\therefore 校长和学生乙坐在正对面的概率为 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$,

故答案为: $\frac{1}{3}$.

16. (3分) 如图, 平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = \frac{12}{x} (x > 0)$ 上, $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点. 若 $\triangle ABO$ 的

面积为 6, 则 $\frac{x_2}{x_1} + \frac{y_2}{y_1}$ 的值为 $\sqrt{5}$.



【解答】解: 如图, 作 $AD \perp x$ 轴, 垂足分别为 D, C ,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/705143033104011240>