结构力学

STRUCTURE MECHANICS

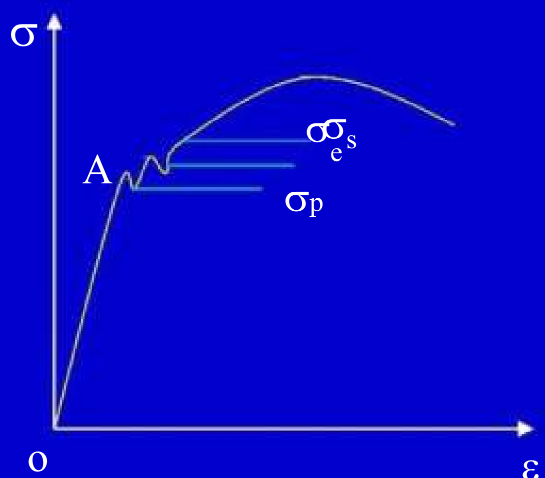
天津城市建设学院力学教研室

第15章　梁和刚架的极限荷载

15.1　概述

一、弹性分析

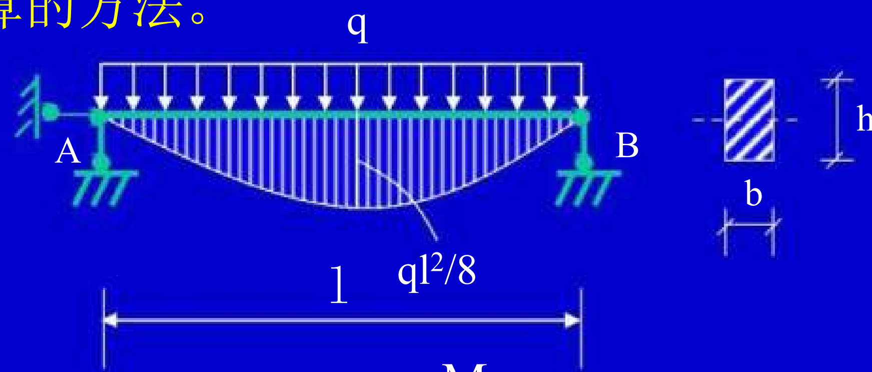
材料在比例极限内的结构分析（利用弹性分析计算内力），以许用应力为依据确定截面或进行验算的方法。



σ_s———流动极限（屈服极限）

σ_e———弹性极限

σ_p———比例极限



1、设计：　$W \geq \dfrac{M_{max}}{[\sigma]}$

2、验算：　$\sigma = \dfrac{M_{max}}{W} = \dfrac{M_{max}y}{I} \leq [\sigma]$

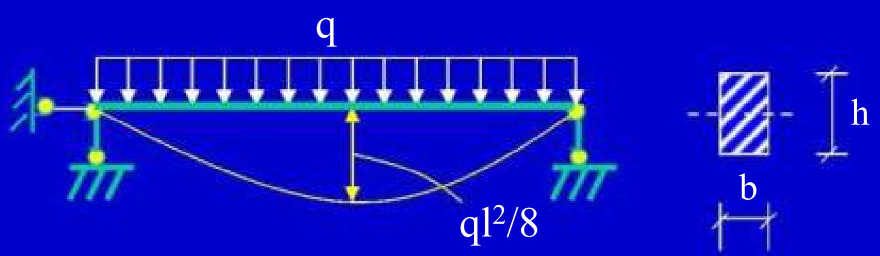
3、弹性分析缺陷：

（1）最大应力达到屈服极限时，截面并未全部进入流动状态；

（2）超静定结构某一局部应力达到屈服状态时，结构并不破坏。

二、塑性分析

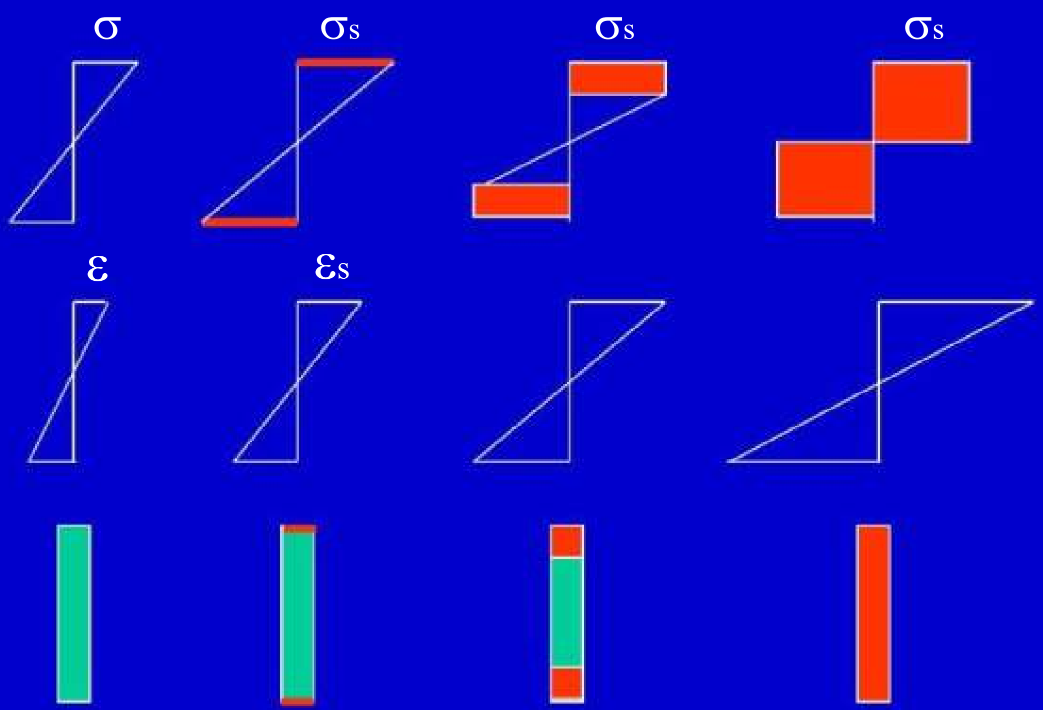
按照极限状**态进**行**结**构**设计**的方法。**结**构破坏瞬**时对应**的荷**载**称**为**“极限荷**载**”；相**应**的状**态**称**为**“极限状**态**”。



应 力

应 变

塑性区

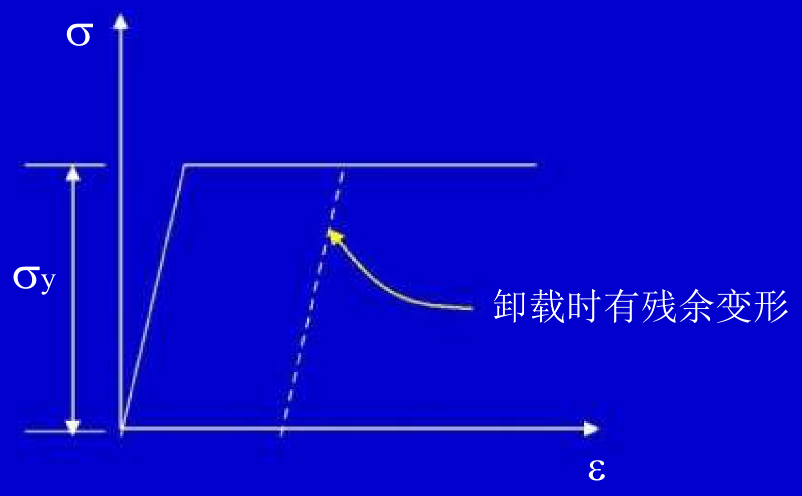


三、基本假 设

1、材料为“理想弹塑性材料” 。

2、拉压时，应力、应变关系相同。

3、满足平截面假定。即无论弹、塑性阶段，保持平截面不变。



15.2 极限弯矩、塑性铰、破坏机构

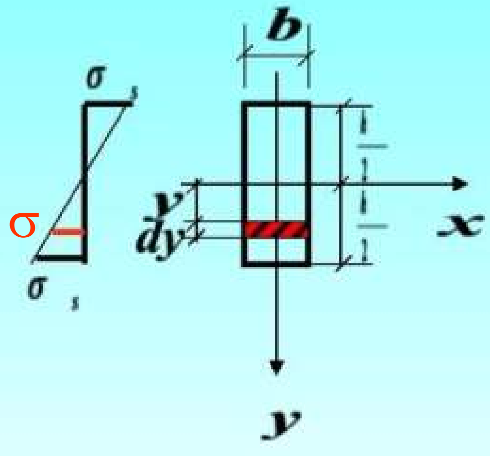
一、屈服弯矩与极限弯矩

1、屈服弯矩（M_s）：截面最外侧纤维的应力达到流动极限时对应的弯矩。

矩形截面：$$M_s=\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}(\sigma)\cdot bdy\cdot y=\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\left(\frac{y}{h/2}\cdot\sigma_s\right)\cdot bydy$$

$$=\frac{2b\sigma_s}{h}\cdot\frac{y^3}{3}\Bigg|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}=\frac{bh^2}{6}\sigma_s$$

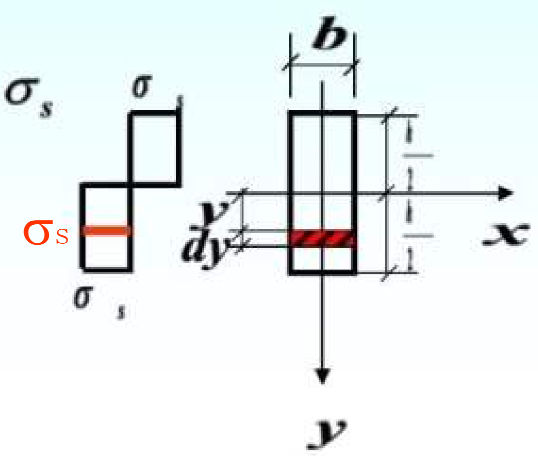
圆形截面：$$M_s=\frac{\pi d^3}{32}\sigma_s$$



2、极限弯矩（M_u）：整个截面达到塑性流动状态时，对应的弯矩。

矩形截面：$$M_u=\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}(\sigma_s)bdy\cdot y=\sigma_s b\cdot\frac{y^2}{2}\Bigg|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}=\frac{bh^2}{4}\sigma_s$$

圆形截面：$$M_u=\frac{d^3}{6}\sigma_s$$



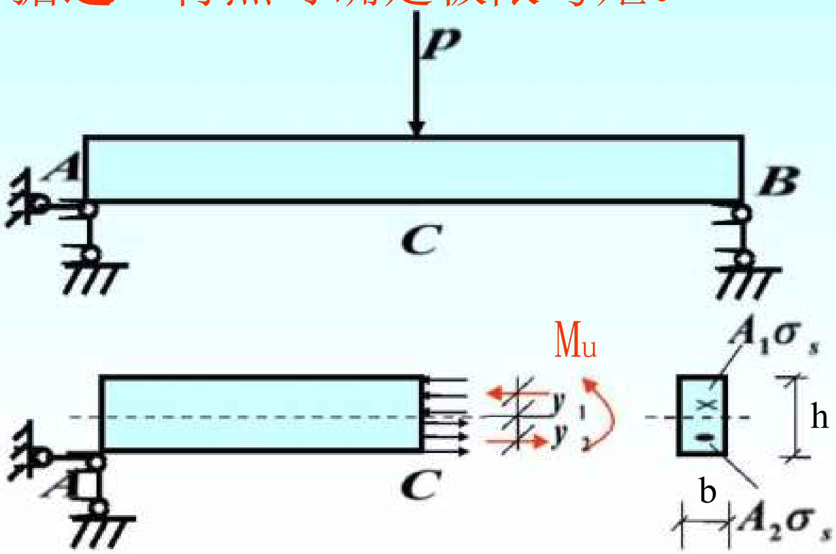
3、截面形状系数：极限弯矩与屈服弯矩之比

$$\boxed{\alpha = \frac{M_u}{M_s} = \frac{W_u}{W_s}}$$

$$\begin{cases} \text{矩形截面：} & \alpha = 1.5 \\ \text{圆形截面：} & \alpha = \dfrac{16}{3\pi} \\ \text{工字形截面：} & \alpha = 1.15 \end{cases}$$

4、截面达到极限弯矩**时**的特点

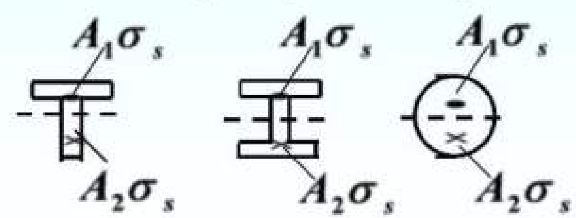
极限状**态时**，无**论**截面形状如何，中性**轴**两**侧**的拉**压**面**积**相等。依据**这**一特点可确定极限弯矩。



矩形截面：

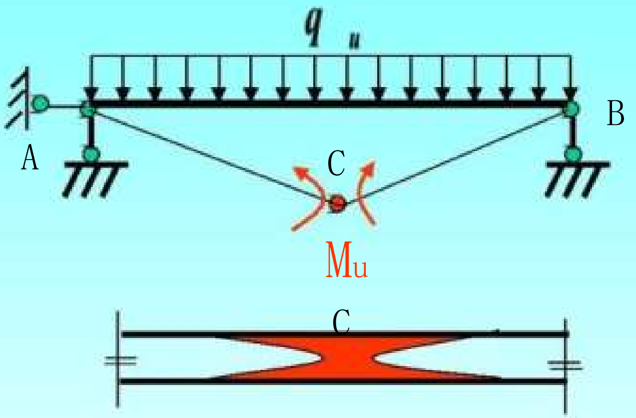
$$M_u = A_1 \cdot \sigma_s \cdot y_1 + A_2 \cdot \sigma_s \cdot y_2$$

$$= 2 \times (b \times \frac{h}{2} \times \frac{h}{4})\sigma_s = \frac{bh^2}{4}\sigma_s$$



二、塑性 铰

1、塑性铰的概念



2、塑性铰的特点（与机械铰的区别）

（1）普通铰不能承受弯矩，塑性铰能够承受弯矩；

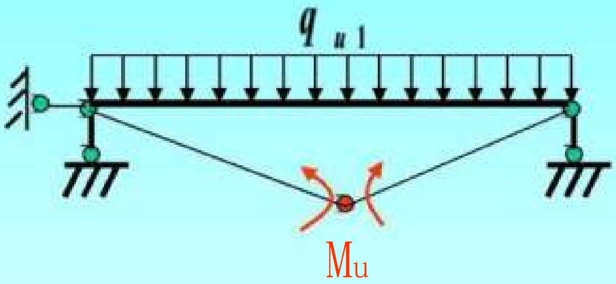
（2）普通铰双向转动，塑性铰单向转动；

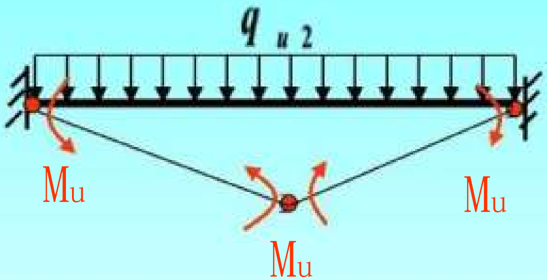
（3）卸载时机械铰不消失；当$q<q_u$，塑性铰消失。

三、破坏机构

由于足够多的塑性铰的出现，使原结构成为机构（几何可变体系），失去继续承载的能力，该几何可变体系称为“机构”。

1、不同结构在荷载作用下，成为机构，所需塑性铰的数目不同。

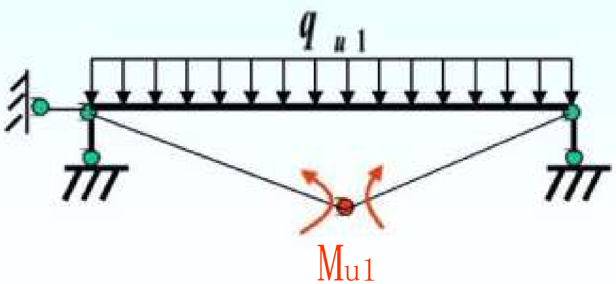




2、不同结构，只要材料、截面积、截面形状相同，塑性弯矩一定相同。

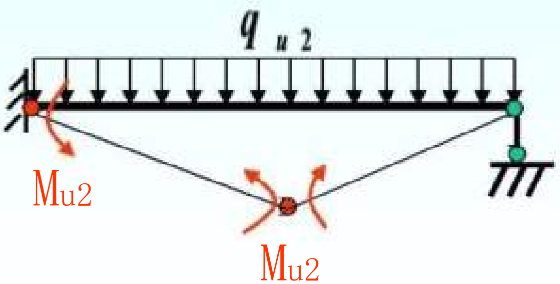
$$M_u = W_u \cdot \sigma_s$$

3、材料、截面积、截面形状相同的不同结构，q_u 不一定相同。



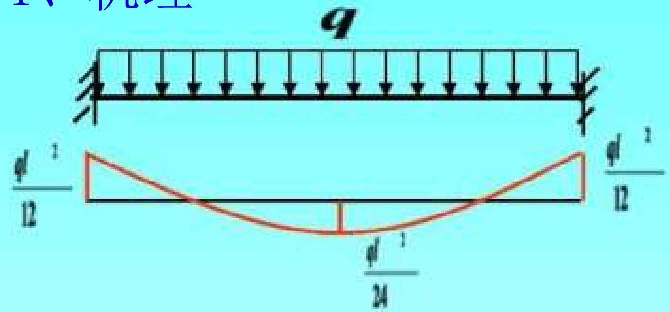
$$M_{u1} = M_{u2}$$

$$q_{u1} \neq q_{u2}$$

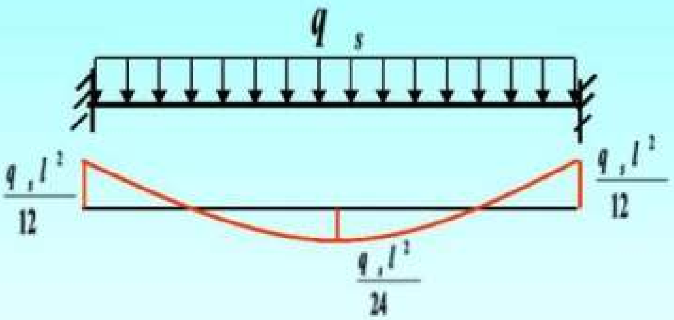


四、如何确定单跨梁的极限荷载

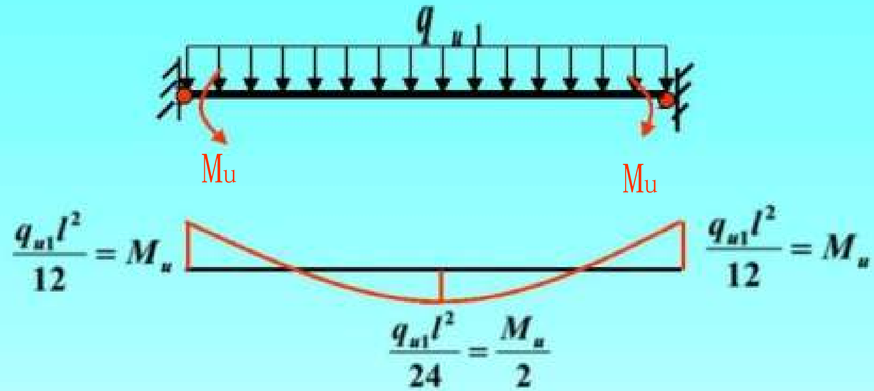
1、机理



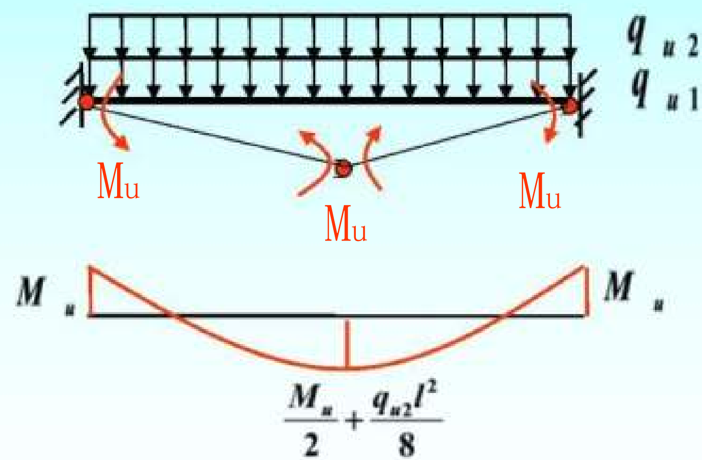
（1）弹性阶段



（2）弹性阶段末



（3）梁两端出现塑性铰



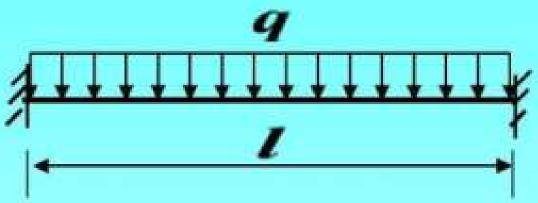
（4）极限状态

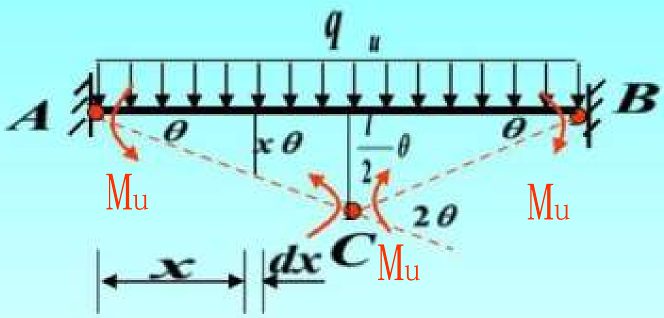
令 $\dfrac{M_u}{2}+\dfrac{q_{u2}l^2}{8}=M_u$　　可得: $q_{u2}=\dfrac{4M_u}{l^2}$

由情况（3），可知: $q_{u1}=\dfrac{12M_u}{l^2}$

于是 $q_u=q_{u1}+q_{u2}=\dfrac{12M_u}{l^2}+\dfrac{4M_u}{l^2}=\dfrac{16M_u}{l^2}$

2、确定**单**跨梁极限荷**载**的机**动**法





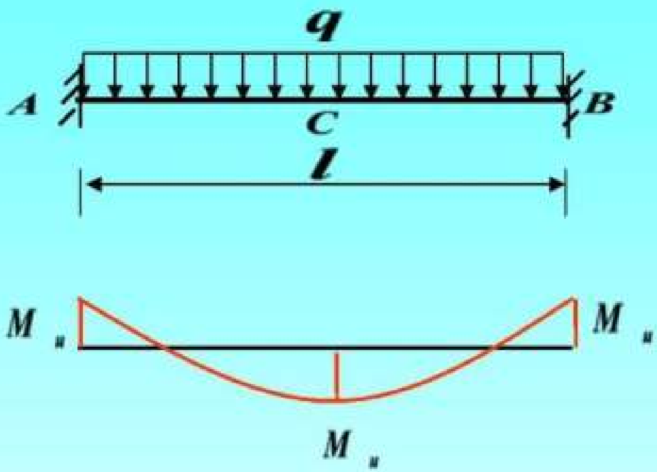
临界状态时，由虚功方程：

$$2\int_0^{\frac{l}{2}} x\theta \cdot q_u dx = M_u \cdot \theta + M_u \cdot \theta + M_u \cdot 2\theta$$

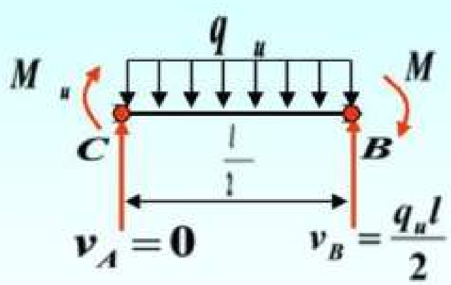
$$\frac{1}{4} l^2 \theta \cdot q_u = 4M_u \theta$$

$$\therefore \qquad q_u = \frac{16M_u}{l^2}$$

3、确定单跨梁极限荷载的静力法



极限状态弯矩图



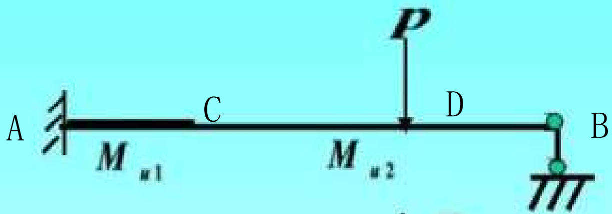
极限状态受力图

$$\sum y=0 \qquad V_B=\frac{q_u l}{2}$$

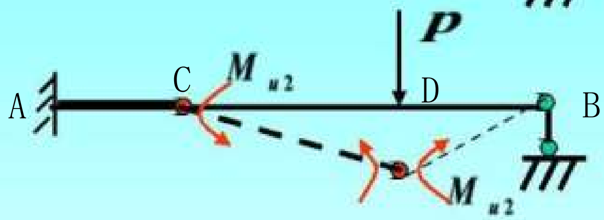
$$\sum M_B=0 \qquad M_u+M_u-q_u\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{l}{4}=0$$

$$\therefore \qquad q_u=\frac{16M_u}{l^2}$$

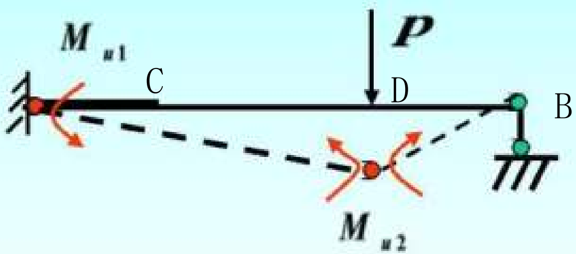
4、确定复杂结构极限荷载面临的问题



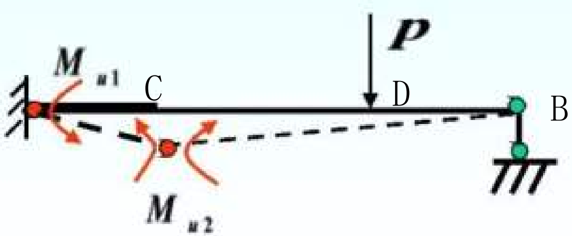
机构（一）



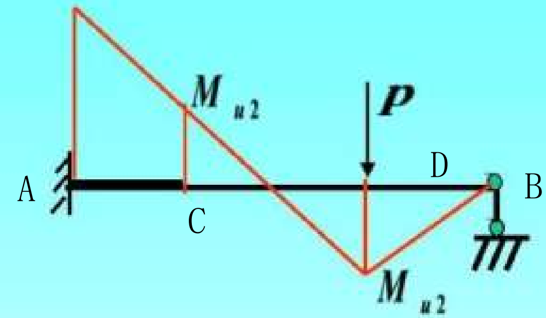
机构（二）



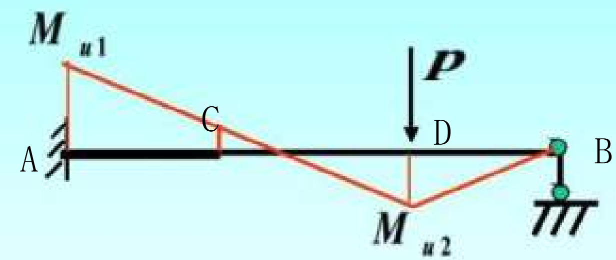
机构（三）



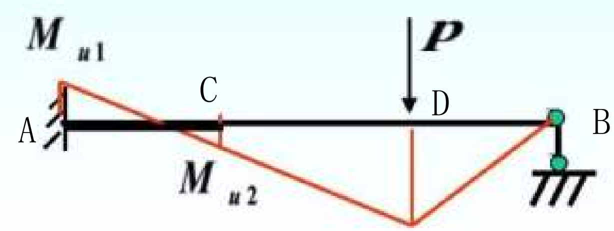
不可能出现，为什么？



情况（1）

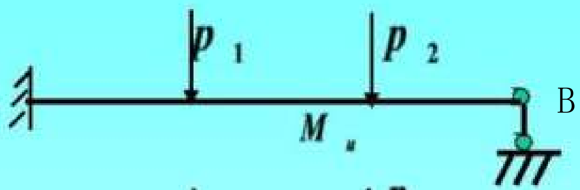


情况（2）

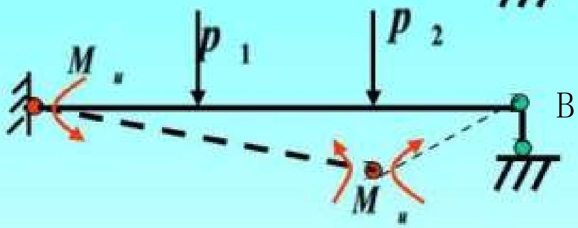


情况（3）

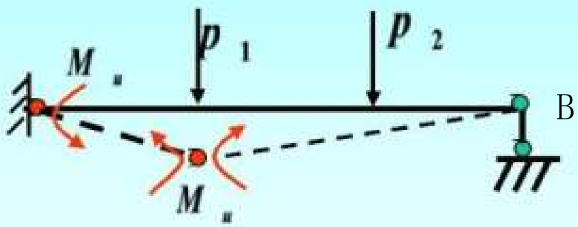
试确定图示单跨梁的极限荷载



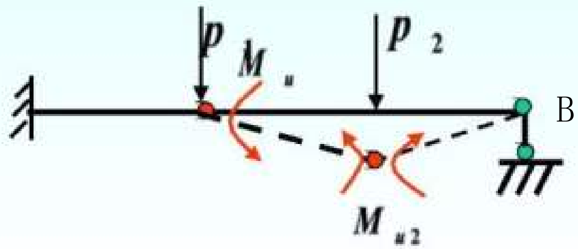
机构（一）



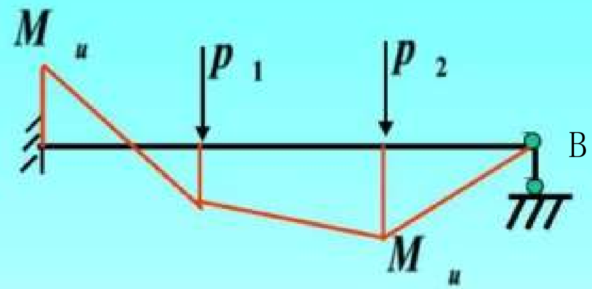
机构（二）



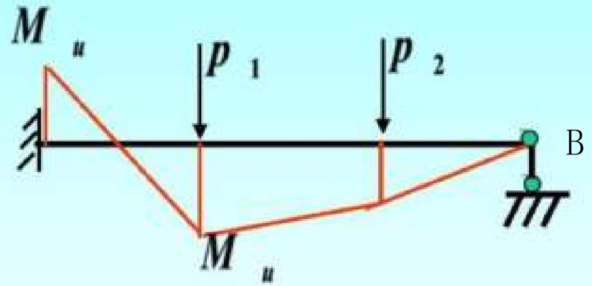
机构（三）



不可能出现，为什么？



机构（一）M 图情况



机构（二）M 图情况