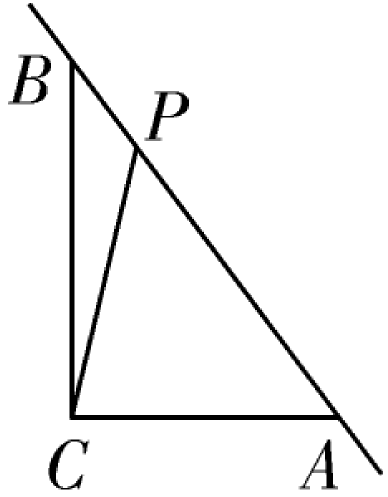
第一章　特殊平行四边形

专题2　特殊平行四边形中的最值问题

A级 基础训练

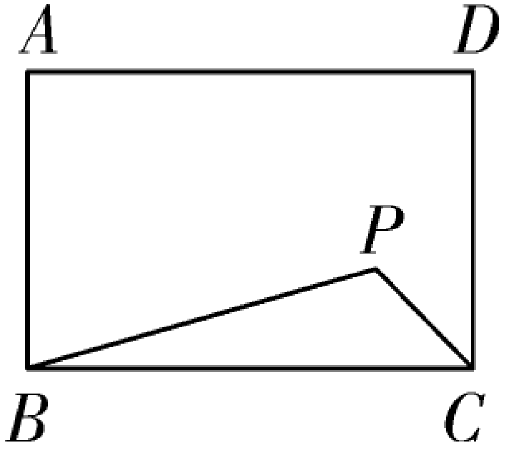
1. 如图，在$\triangle ABC$中，已知$\angle ACB=90°$，$AC=6$，$BC=8$，$AB=10$，点P为直线AB上一动点，连接PC，则线段PC长的最小值是（ D ）

A. 4　　B. 4.5　　C. 5　　D. 4.8



（第1题图）

2. 如图，在矩形$ABCD$中，已知$AB=2$，$AD=3$，动点P满足$S_{\triangle PBC}=\frac{1}{4}S_{矩形ABCD}$，则点$P$到$B$，$C$两点距离之和$PB+PC$的最小值为（　B　）



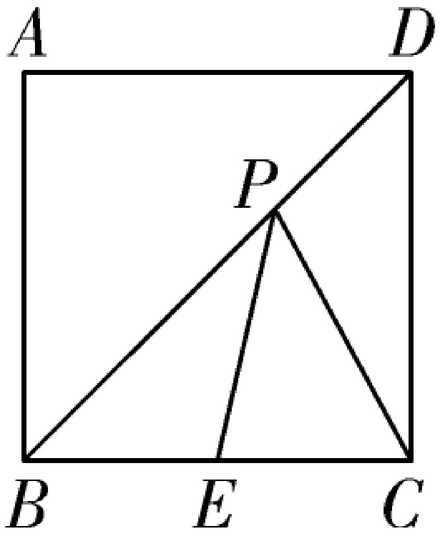
（第2题图）

A. $\sqrt{10}$　　B. $\sqrt{13}$　　C. $\sqrt{15}$　　D. $2\sqrt{3}$

3. 如图，已知正方形$ABCD$的边长为2，点E为边BC的中点，点P在对角线BD上移动，则$\triangle PCE$周长的最小值是（ C ）

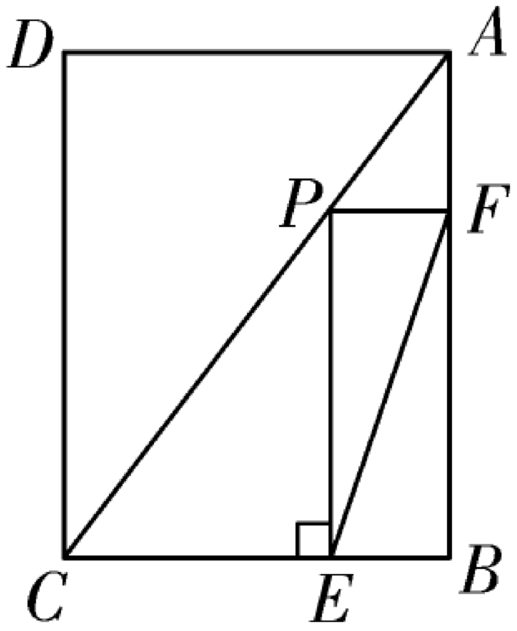
A. $\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{5}$

C. $\sqrt{5}+1$　　D. $2\sqrt{5}+2$



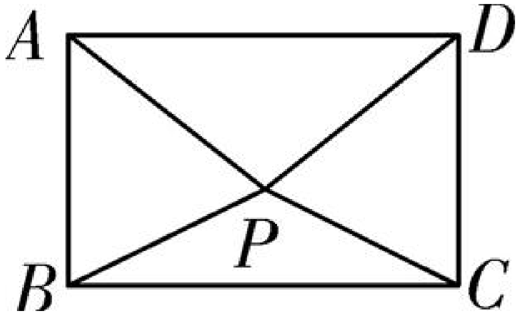
（第3题图）

4. 如图，在矩形$ABCD$中，已知$AD=3$，$CD=4$，点P是AC上一个动点（点P与点A，C不重合），过点P分别作$PE\perp BC$于点E，$PF\parallel BC$交AB于点F，连接EF，则EF的最小值为$\underline{\quad \frac{12}{5} \quad}$.



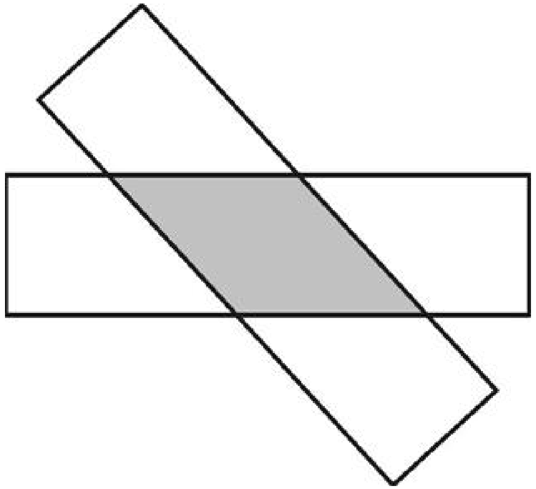
（第4题图）

5. 如图，在矩形$ABCD$中，已知$AB=4$，$BC=6$，点P是矩形$ABCD$内一动点，且$S_{\triangle PAB}=S_{\triangle PCD}$，则$PC+PD$的最小值为__$2\sqrt{13}$__.



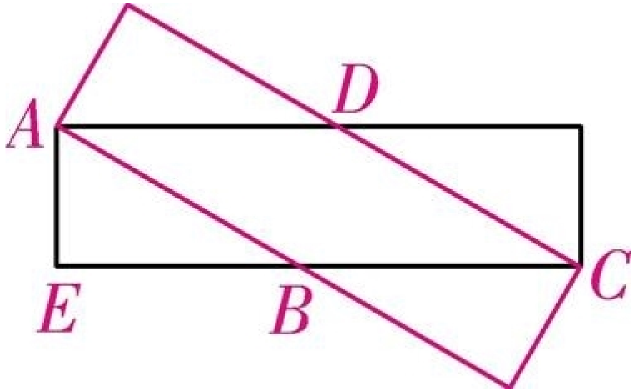
（第5题图）

6. 如图，将两张长为9、宽为3的矩形纸条交叉，使重叠部分是一个菱形，容易知道当两张纸条垂直时，菱形的面积有最小值9，则菱形面积的最大值是＿15＿.

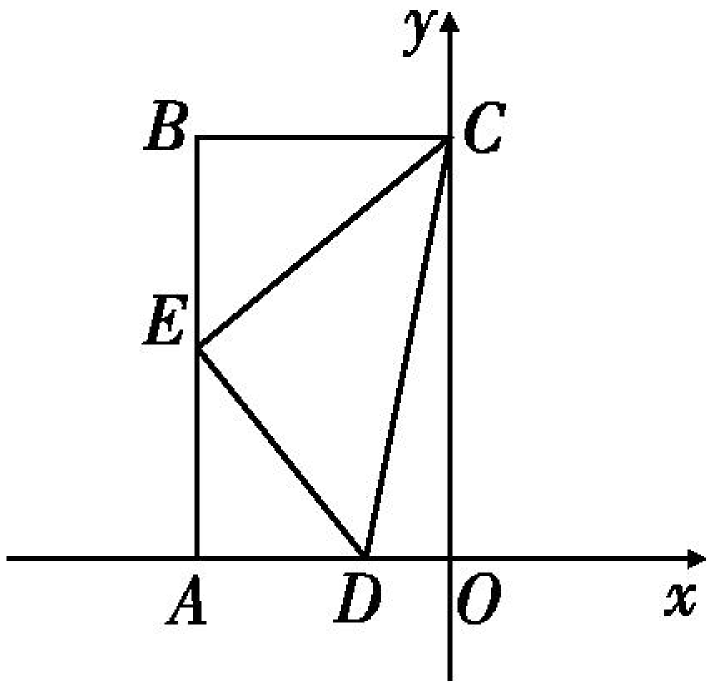


（第6题图）

【解析】如图，此时菱形$ABCD$的面积最大.设$AB=x$，则$EB=9-x$，$AE=3$.由勾股定理，得$3^2+(9-x)^2=x^2$.解得$x=5$.$S_{最大}=5\times3=15$.故答案为15.



7. 矩形$OABC$在平面直角坐标系中的位置如图所示，点B的坐标为（-3，5），点D在线段AO上，且$AD=2OD$，点E在线段AB上.当△CDE的周长最小时，求点E的坐标.



解：如答图，作点D关于直线AB的对称点D'，连接CD'交AB于点E'.此时$\triangle DCE'$的周长最小.

∵四边形$OABC$是矩形，且B（-3，5），

∴$OA=3$，$OC=5$.

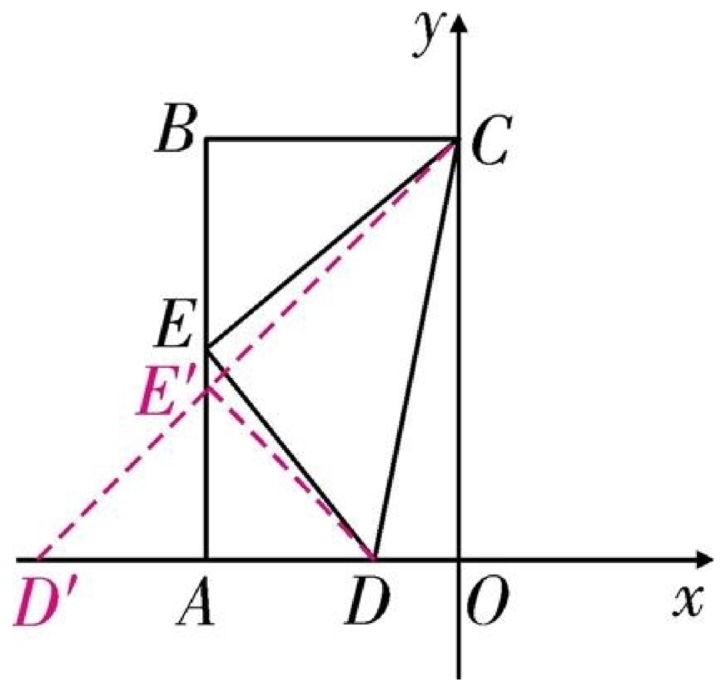
∵$AD=2OD$，

∴$AD=2$，$OD=1$.

∴$AD'=AD=2$.

∴D'（-5，0）.

又∵C（0，5），

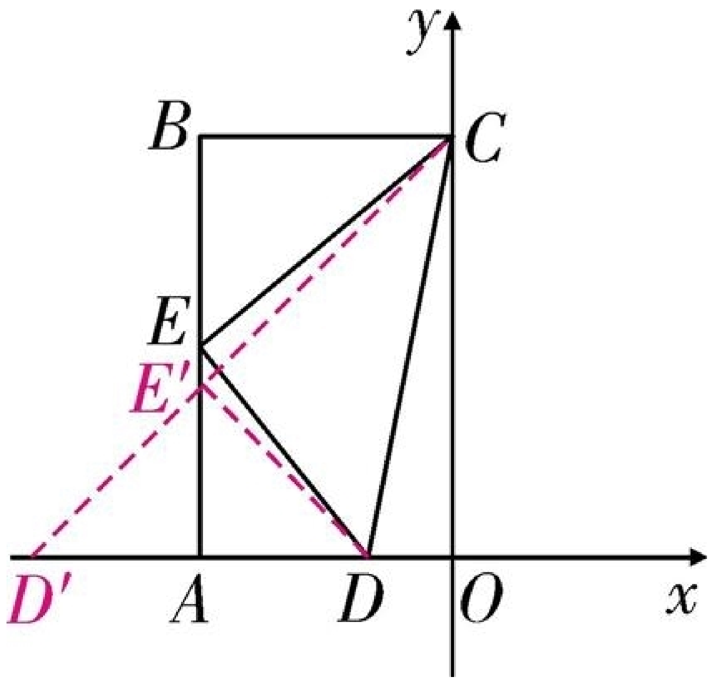


答图

∴直线CD'的函数表达式为$y=x+5$.

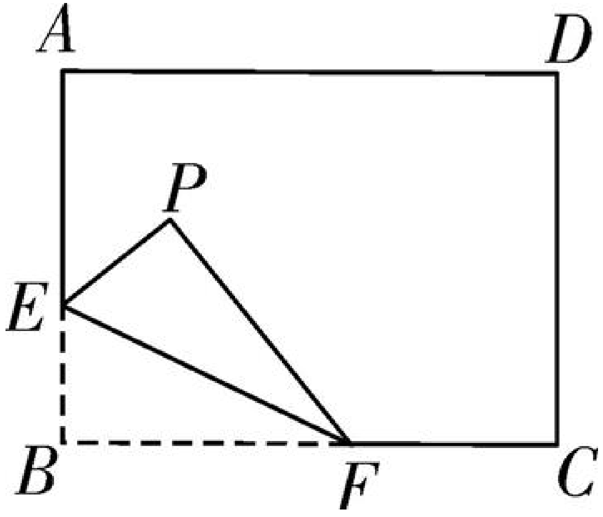
当$x=-3$时，$y=-3+5=2$.∴$E'(-3，2)$，

即当△CDE的周长最小时，点E的坐标为（-3，2）.



答图

8. 如图，在矩形$ABCD$中，已知$AD=12$，$AB=8$，点E是AB上一点，且$EB=3$，点F是BC上一动点.若将$\triangle EBF$沿EF翻折后，点B落在点P处，求点P到点D的距离的最小值.



解：如答图，连接PD，DE.

∵四边形$ABCD$是矩形，∴$\angle A=90°$.

∵$AB=8$，$BE=3$，∴$AE=5$.

∵$AD=12$，

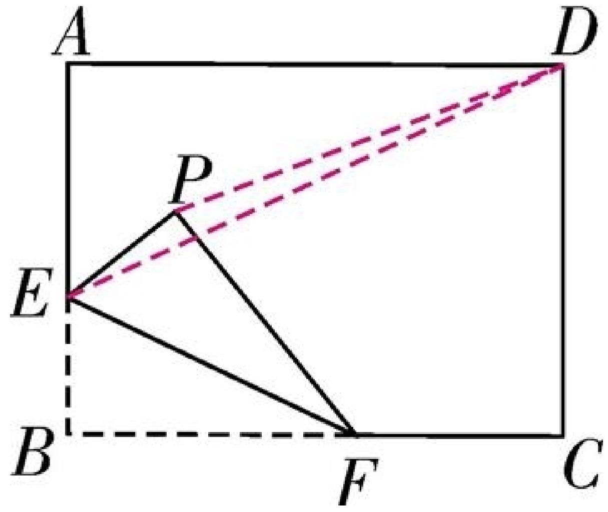
∴$DE=\sqrt{AE^2+AD^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$.

由折叠，得$EP=EB=3$.

∵$EP+DP\geq ED$，

∴当点E，P，D共线时，DP最小.

∴DP的最小值$=DE-EP=13-3=10$.



答图

B级 能力训练

9. 如图，在矩形$ABCD$中，已知$AB=4$，$AD=6$，点E是AB所在直线的一个动点，点F是对角线AC上的动点，且$AE=CF$，则$BF+CE$的最小值为__$2\sqrt{22}$__.