

2025 届天津市第 100 中学高三下学期期末模拟卷（一）数学试题

注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 函数 $f(x) = \sqrt{2x-3} + \frac{1}{x-3}$ 的定义域为 ()

A. $[\frac{3}{2}, 3) \cup (3, +\infty)$ B. $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$

C. $[\frac{3}{2}, +\infty)$ D. $(3, +\infty)$

2. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x$ ，集合 $A = \{x | f(x) \leq 0\}$ ， $B = \{x | f'(x) \leq 0\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

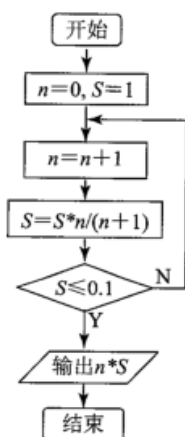
A. $[-1, 0]$

B. $[-1, 2]$

C. $[0, 1]$

D. $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$

3. 阅读下面的程序框图，运行相应的程序，程序运行输出的结果是 ()



A. 1. 1

B. 1

C. 2. 9

D. 2. 8

4. 已知 $\vec{AB} = (2, -1)$ ， $\vec{AC} = (1, \lambda)$ ，若 $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ，则实数 λ 的值是 ()

A. -1

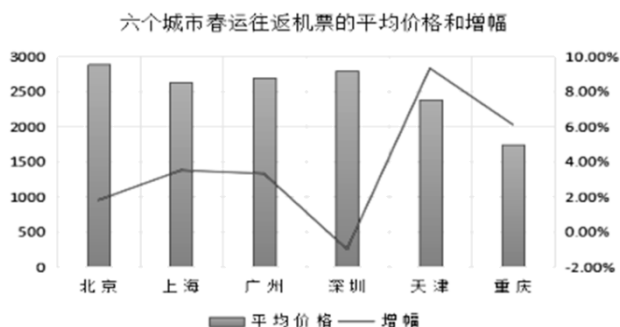
B. 7

C. 1

D. 1 或 7

5.

下图是民航部门统计的某年春运期间，六个城市售出的往返机票的平均价格（单位元），以及相比于上一年同期价格变化幅度的数据统计图，以下叙述不正确的是（ ）



- A. 深圳的变化幅度最小，北京的平均价格最高
 B. 天津的往返机票平均价格变化最大
 C. 上海和广州的往返机票平均价格基本相当
 D. 相比于上一年同期，其中四个城市的往返机票平均价格在增加

6. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_{2018} < S_{2020} < S_{2019}$ ，设 $b_n = a_n a_{n+1} a_{n+2}$ ，则数列 $\left\{\frac{1}{b_n}\right\}$ 的前 n 项和 T_n 取最大值时 n 的值为()

- A. 2020 B. 2019 C. 2018 D. 2017

7. 已知集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ， $B = \{x | x = n^2 - 1, n \in A\}$ ， $P = A \cap B$ ，则 P 的子集共有 ()

- A. 2个 B. 4个 C. 6个 D. 8个

8. 在 $\triangle ABC$ 中，“ $\tan B \tan C > 1$ ”是“ $\triangle ABC$ 为钝角三角形”的 ()

- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

9. 已知 $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{0.2}$ ， $b = 0.2^{-\frac{1}{2}}$ ， $c = \log_{\frac{1}{3}} 2$ ，则()

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $b > c > a$ D. $a > c > b$

10. 设集合 $A = \{y | y = 2^x - 1, x \in \mathbb{R}\}$ ， $B = \{x | -2 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{Z}\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

- A. $(-1, 3]$ B. $[-1, 3]$ C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$

11. 设平面 α 与平面 β 相交于直线 m ，直线 a 在平面 α 内，直线 b 在平面 β 内，且 $b \perp m$ 则“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $a \perp b$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 即不充分不必要条件

12. 函数 $f(x) = 4 \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 的最小正周期是 3π ，则其图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$

个单位长度后得到的函数的一条对称轴是 ()

- A. $x = \frac{\pi}{4}$ B. $x = \frac{\pi}{3}$ C. $x = \frac{5\pi}{6}$ D. $x = \frac{19\pi}{12}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. $(x+y)(2x-y)^5$ 的展开式中 x^3y^3 的系数为_____.

14. (5 分) 已知 x 为实数，向量 $a = (2, -1)$, $b = (1, x)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $|2a + b| =$ _____.

15. 已知向量 $\vec{a} = (2, m)$, $\vec{b} = (1, -2)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则实数 m 的值是_____.

16. 变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ x+y+1 \geq 0 \\ x-y+3 \geq 0 \end{cases}$, 则目标函数 $z = -2x + y$ 的最大值是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = \ln x - ax^2 + (a-b-1)x + b + 1 (a, b \in R)$.

(1) 若 $a = 0$, 试讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $0 < a < 2, b = 1$, 实数 x_1, x_2 为方程 $f(x) = m - ax^2$ 的两不等实根, 求证: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 4 - 2a$.

18. (12 分) 某超市计划按月订购一种酸奶, 每天进货量相同, 进货成本每瓶 4 元, 售价每瓶 6 元, 未售出的酸奶降价处理, 以每瓶 2 元的价格当天全部处理完. 根据往年销售经验, 每天需求量与当天最高气温 (单位: $^{\circ}\text{C}$) 有关. 如果最高气温不低于 25, 需求量为 500 瓶; 如果最高气温位于区间 $[20, 25)$, 需求量为 300 瓶; 如果最高气温低于 20, 需求量为 200 瓶. 为了确定六月份的订购计划, 统计了前三年六月份各天的最高气温数据, 得下面的频数分布表:

最高气温	[10, 15)	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)	[30, 35)	[35, 40)
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率估计最高气温位于该区间的概率.

(1) 求六月份这种酸奶一天的需求量不超过 300 瓶的概率;

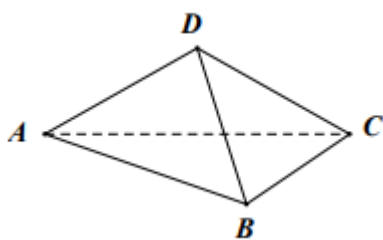
(2) 设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y (单位: 元), 当六月份这种酸奶一天的进货量为 450 瓶时, 写出 Y 的所有可能值, 并估计 Y 大于零的概率.

19. (12 分) 已知椭圆 C 的中心在坐标原点 O , 其短半轴长为 1, 一个焦点坐标为 $(1, 0)$, 点 A 在椭圆 C 上, 点 B 在直线 $y = \sqrt{2}$ 上, 且 $OA \perp OB$.

(1) 证明: 直线 AB 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切;

(2) 设 AB 与椭圆 C 的另一个交点为 D , 当 $\triangle AOB$ 的面积最小时, 求 OD 的长.

20. (12分) 如图, 在四面体 $DABC$ 中, $AB \perp BC$, $DA = DC = DB$.



(1) 求证: 平面 $ABC \perp$ 平面 ACD ;

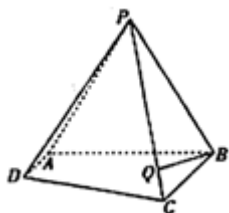
(2) 若 $AD = 2$, $AB = 2BC$, $\angle CAD = 30^\circ$, 求四面体 $ABCD$ 的体积.

21. (12分) 设 $x, y, z \in \mathbb{R}$, $z(x+2y) = m$.

(1) 若 $x^2 + 2y^2 + 3z^2$ 的最小值为 4, 求 m 的值;

(2) 若 $x^2 + 4y^2 + \frac{1}{2}z^2 \geq 1$, 证明: $m \leq -1$ 或 $m \geq 1$.

22. (10分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是直角梯形且 $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AB = BC = 2AD = 2$, 侧面 PAB 为等边三角形, 且平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$.



(1) 求平面 PAB 与平面 PDC 所成的锐二面角的大小;

(2) 若 $\vec{CQ} = \lambda \vec{CP}$ ($0 \leq \lambda \leq 1$), 且直线 BQ 与平面 PDC 所成角为 $\frac{\pi}{3}$, 求 λ 的值.

以上内容仅为本文档的试下载部分, 为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文, 请访问: <https://d.book118.com/716231103035010215>