第 09 讲 平面直角坐标系（精讲精练）

学习目标

1. 用有序数对表示物体的位置
2. 平面直角坐标系的有关概念
3. 画出直角坐标系；根据坐标描出点的位置、由点的位置写出它的坐标
4. 建立适当的直角坐标系，描述物体的位置
5. 对给定的正方形，选择适当的直角坐标系，写出它的顶点坐标
6. 在平面上，用方位角和距离刻画两个物体的相对位置
7. 在直角坐标系中，以坐标轴为对称轴，写出一个已知顶点坐标的多边形的对称图形的顶点坐标
8. 在直角坐标系中，以坐标轴为对称轴，对称点坐标之间的关系
9. 在直角坐标系中，一个点沿坐标轴方向平移后的坐标与原坐标之间的关系
10. 探索简单实例中的数量关系和变化规律，了解常量、变量的意义
11. 结合实例，了解函数的概念和三种表示法，能举出函数的实例。
12. 能结合图像对简单实际问题中的函数关系进行分析。
13. 能确定简单实际问题中函数自变量的取值范围，并会求出函数值。
14. 能用适当的函数表示法刻画简单实际问题中变量之间的关系
15. 结合对函数关系的分析，能对变量的变化情况进行初步讨论

考点导航

知识梳理

考点 1.1：平面直角坐标系中的坐标特征

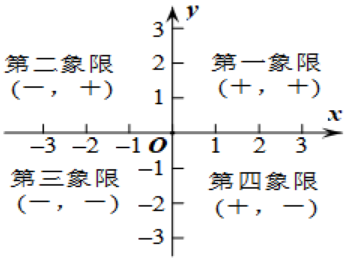
（1）各象限内点的坐标的符号特征（如图所示）：

点 $P(x,y)$在第一象限⇔$x\geq0$，$y\geq0$；

点 $P(x,y)$在第二象限⇔$x\leq0$，$y\geq0$；

点 $P(x,y)$在第三象限⇔$x\leq0$，$y\leq0$；

点 $P(x,y)$在第四象限⇔$x\geq0$，$y\leq0$.



（2）坐标轴上点的坐标特征：

①在横轴上⇔$y=0$；②在纵轴上⇔$x=0$；③原点⇔$x=0$，$y=0$.

（3）各象限角平分线上点的坐标

①第一、三象限角平分线上的点的横、纵坐标相等；

②第二、四象限角平分线上的点的横、纵坐标互为相反数

（4）点 P（a,b）的对称点的坐标特征：

①关于 x 轴对称的点 P_1 的坐标为$(a，-b)$；②关于 y 轴对称的点 P_2 的坐标为$(-a，b)$；

③关于原点对称的点 P_3 的坐标为$(-a，-b)$.

（5）点 M（x,y）平移的坐标特征：

$M(x,y)$　　$M_1(\boldsymbol{x+a,y})$　　$M_2(\boldsymbol{x+a,y+b})$

（6）与坐标轴平行的线段

与 x 轴平行的线段 AB，A、B 的纵坐标相等；与 y 轴平行的线段 CD，C、D 的横坐标相等

（7）到 y 轴距离=横坐标；到 x 轴距离=纵坐标

学霸笔记

例题精析

【例题精析1】 {各象限内点的坐标的符号特征★}对任意实数 x，点 $P(x,x^2+2x)$ 一定不在(　　)

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

【例题精析2】 {坐标轴上点的坐标特征★}点 $(a-1,2a)$ 在 x 轴上，则 a 的值为 ____.

【例题精析3】 {坐标轴上点的坐标特征★★}如果点 $P(m+3,m-1)$ 在直角坐标系的坐标轴上，则点 P 的坐标为 ____.

【例题精析4】 {各象限角平分线上点的坐标★}若点 $(6-a,a-2)$ 在第一、三象限角平分线上，则 $a=$____.

【例题精析5】 {各象限角平分线上点的坐标★★}已知点 P 的坐标为 $(3-2a,a-9)$，且点 P 到两坐标轴的距离相等，则点 P 的坐标为 ____.

【例题精析6】 {与坐标轴平行的线段★}已知线段 $AB=4$， $AB//x$ 轴，若点 A 坐标为 $(-1,2)$，且点 B 在第一象限，则 B 点坐标为 ____.

【例题精析7】 {与坐标轴平行的线段★★}在平面直角坐标系中，点 $A(-2,1)$， $B(2,4)$， $C(x,y)$， $BC//y$ 轴，当线段 AC 最短时，则此时点 C 的坐标为 ____.

【例题精析8】 {与坐标轴的距离★★}若点 $B(m+1,3m-5)$ 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离相等，则点 B 的坐标是(　　)

A．$(4,4)$ 或 $(2,2)$ B．$(4,4)$ 或 $(2,-2)$ C．$(2,-2)$　D．$(4,4)$

对点训练

【对点训练1】 {各象限内点的坐标的符号特征★}若点 $P(a,b)$ 在第三象限，则 $M(-ab,-a)$ 应在第 象限.

【对点训练2】 {坐标轴上点的坐标特征★}已知点 $P(m+2,2m-4)$ 在 y 轴上，则点 P 的坐标是 ____.

【对点训练3】 {各象限角平分线上点的坐标★★}已知点 $A(3a+5,a-3)A$ 到两坐标轴的距离相等，则 $a=$____.

【对点训练4】 {与坐标轴平行的线段★}已知点 A 的坐标是 $A(-2,3)$，线段 $AB//y$ 轴，且 $AB=4$，则 B 点的坐标是 ____.

【对点训练5】 {与坐标轴的距离★★} 已知平面直角坐标系中有一点$M(m-1,2m+3)$，若点M到x轴的距离为1，则点M的坐标为 ____.

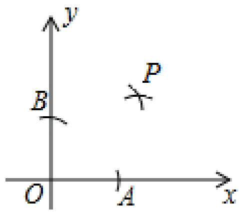
经典真题

【实战经典1】 （2020•黄冈）在平面直角坐标系中，若点$A(a,-b)$在第三象限，则点$B(-ab,b)$所在的象限是(　　)

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

【实战经典2】 （2021•西宁）在平面直角坐标系xOy中，点A的坐标是$(2,-1)$，若$AB//y$轴，且$AB=9$，则点B的坐标是 ____.

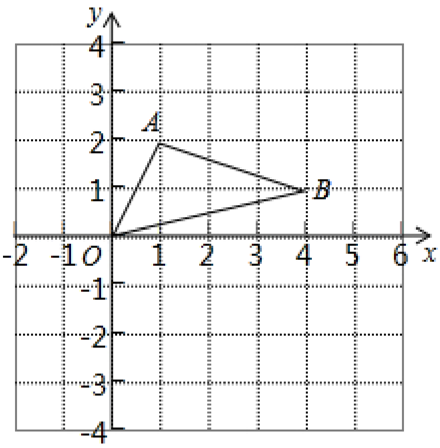
【实战经典3】 （2020•新疆）如图，在x轴，y轴上分别截取OA，OB，使$OA=OB$，再分别以点A，B为圆心，以大于$\frac{1}{2}AB$长为半径画弧，两弧交于点P．若点P的坐标为$(a,2a-3)$，则a的值为____.



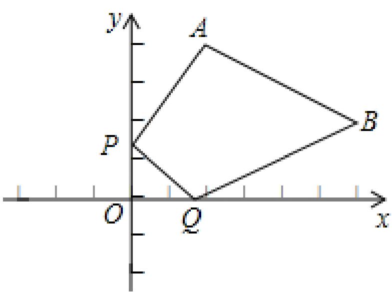
考点拓展

考点 1.2：坐标系中的几何问题

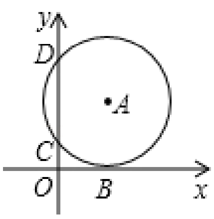
【拓展训练1】 ｛坐标系中的几何问题★｝如图，在ΔABO中，A，B两点的坐标分别为$(1,2)$，$(4,1)$，则ΔABO的面积为____.



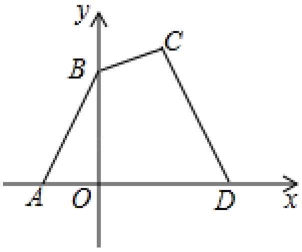
【拓展训练2】 ｛坐标系中的几何问题★★★｝如图，在平面直角坐标系中，点A的坐标是$(2,4)$，点B的坐标是$(6,2)$，在y轴和x轴上分别有两点P、Q，则A，B，P，Q四点组成的四边形的最小周长为____.



【拓展训练3】 ｛坐标系中的几何问题★★★｝如图，在平面直角坐标系中，点A在第一象限，$\odot A$与x轴相切于B，与y轴交于$C(0,1)$，$D(0,4)$两点，则点A的坐标是____.



【拓展训练4】　　{坐标系中的几何问题★★★}（2016春•青山区期中）如图，点$A(-1,0)$，点$B(0,3)$，点$C(2,4)$，点$D(3,0)$，点P是x轴上一点，直线CP将四边形$ABCD$的面积分成$1:2$两部分，则P点坐标为 ____.



【拓展训练5】　　{坐标系中的几何问题★★★}（2021•湘西州）已知点$M(x,y)$在第一象限，且$x+y=12$，点$A(10,0)$在x轴上，当ΔOMA为直角三角形时，点M的坐标为(　　)

A．$(10,2)$，$(8,4)$或$(6,6)$　　B．$(8,4)$，$(9,3)$或$(5,7)$

C．$(8,4)$，$(9,3)$或$(10,2)$　　D．$(10,2)$，$(9,3)$或$(7,5)$

【拓展训练6】　　{坐标系-新定义★★★}（2021•遵义）数经历了从自然数到有理数，到实数，再到复数的发展过程，数学中把形如$a+bi(a$，b为实数）的数叫做复数，用$z=a+bi$表示，任何一个复数$z=a+bi$在平面直角坐标系中都可以用有序数对$Z(a,b)$表示，如：$z=1+2i$表示为$Z(1,2)$，则$z=2-i$可表示为(　　)

A．$Z(2,0)$　　B．$Z(2,-1)$　　C．$Z(2,1)$　　D．$Z(-1,2)$

知识梳理

考点 2：函数自变量取值范围

（1）常量、变量：在一个变化过程中，数值始终不变的量叫做常量，数值发生变化的量叫做变量.

（2）函数：在一个变化过程中，有两个变量 x 和 y，对于 x 的每一个值，y 都有唯一确定的值与其对应，那么就称 x 是自变量，y 是 x 的函数．函数的表示方法有：列表法、图像法、解析法.

（3）函数自变量的取值范围：一般原则为：整式为全体实数；分式的分母不为零；二次根式的被开方数为非负数；使实际问题有意义.

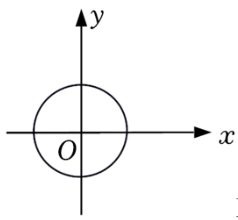
学霸笔记

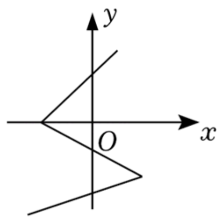
例题精析

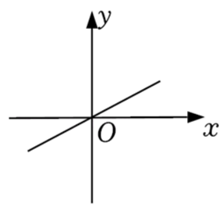
【例题精析1】　{常量、变量★}快餐店里的快餐每盒 12 元，买 n 盒需付 S 元，则其中常量是 __12__，变量是 ____.

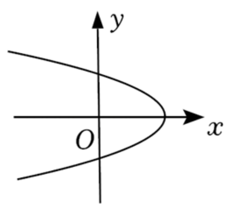
【例题精析2】　{常量、变量★}下列：① $y=x^2$；② $y=2x+1$；③ $y^2=2x(x\geq 0)$；④ $y=\pm\sqrt{x}(x\geq 0)$，具有函数关系（自变量为 x) 的是____.

【例题精析3】　{函数概念★}下列曲线中，表示 y 是 x 的函数的是(　　)

A. 

B. 

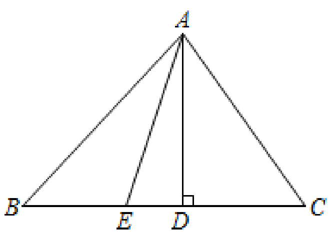
C. 

D. 

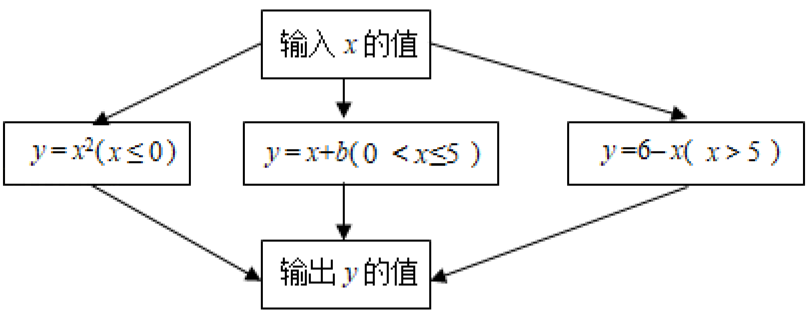
【例题精析4】　{函数自变量取值范围★}函数 $y=\dfrac{\sqrt{1-x}}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是(　　)

A．$x\geq 1$ 且 $x\neq 0$　　B．$x\neq 0$　　C．$x\leq 1$ 且 $x\neq 0$　　D．$x\leq 1$

【例题精析5】　{函数关系式★}如图，三角形 ABC 的高 $AD=4$，$BC=8$，点 E 在 BC 边上，连接 AE．若 BE 的长为 x，三角形 ACE 的面积为 y，则 y 与 x 之间的关系式为____.



【例题精析6】　{函数求值★}（2021 春•沙坪坝区校级期末）根据如图所示的程序计算变量 y 的值，若输入的 x 值是 2 或 8 时，输出的 y 值相等，则 b 等于 ____.

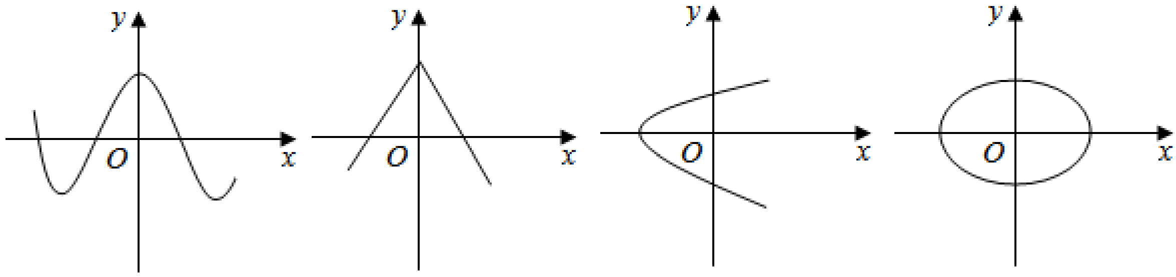


对点训练

【对点训练1】 {常量、变量★}（2021春•伍家岗区期末）若改变正方形的边长x，则正方形面积y随之改变．在这个问题中，____是自变量．

【对点训练2】 {函数的概念★}变量x，y有如下关系：①$x+y=10$；②$y=\frac{-5}{x}$；③$y=|x-3|$；④$y^2=8x$．其中y是x的函数的是____．

【对点训练3】 {函数的概念★}（多选）下列图象中，表示y是x的函数的有____．



A　　B　　C　　D

【对点训练4】 {函数关系式★}从A地向B地打长途，不超过3分钟，收费2.4元，以后每超过一分钟加收一元，若通话时间t分钟$(t\geqslant 3)$，则付话费y元与t分钟函数关系式是(　　)

A．$y=t-0.6(t\geqslant 3)$　　B．$y=2.4t+3(t\geqslant 3)$

C．$y=2.4+3t(t\geqslant 3)$　　D．$y=t+0.6(t\geqslant 3)$

【对点训练5】 {函数自变量取值范围★}函数$y=\frac{\sqrt{2-x}}{x+1}$中的自变量的取值范围是 ____．

经典真题

【实战经典1】 （2021•黄石）函数$y=\frac{1}{\sqrt{x+1}}+(x-2)^0$的自变量$x$的取值范围是(　　)

A．$x\geqslant -1$　　B．$x>2$　　C．$x>-1$且$x\neq 2$　　D．$x\neq -1$且$x\neq 2$

【实战经典2】 （2021•无锡）函数$y=\frac{1}{\sqrt{x-2}}$中自变量x的取值范围是(　　)

A．$x>2$　　B．$x\geqslant 2$　　C．$x<2$　　D．$x\neq 2$

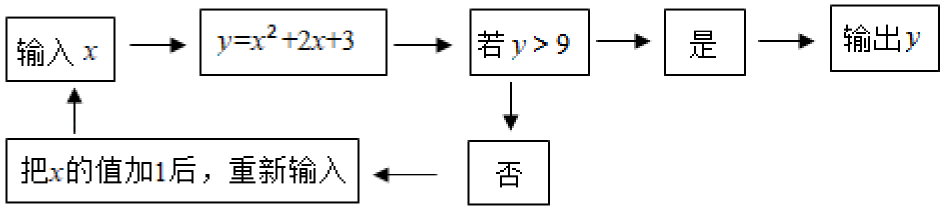
【实战经典3】 （2020•陕西）变量x，y的一些对应值如下表：

x	…	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	-8	-1	0	1	8	27	…

根据表格中的数据规律，当 $x=-5$ 时，y 的值是(　　)

A．75　　　　B．-75　　　　C．125　　　　D．-125

【实战经典4】　(2021•铜仁市)如图所示：是一个运算程序示意图，若第一次输入1，则输出的结果是 ____.



知识梳理

考点3：函数图像的分析与判断

（1）分析实际问题判断函数图象的方法：

①找起点：结合题干中所给自变量及因变量的取值范围，对应到图象中找对应点；

②找特殊点：即交点或转折点，说明图象在此点处将发生变化；

③判断图象趋势：判断出函数的增减性，图象的倾斜方向.

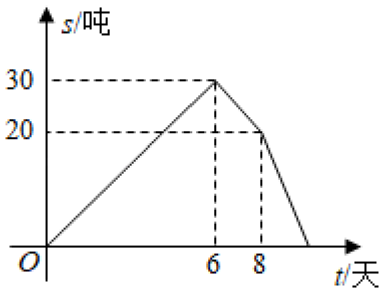
（2）以几何图形（动点）为背景判断函数图象的方法：

①设时间为 t（或线段长为 x），找因变量与 t(或 x)之间存在的函数关系，用含 t(或 x)的式子表示， 再找相应的函数图象.要注意是否需要分类讨论自变量的取值范围.

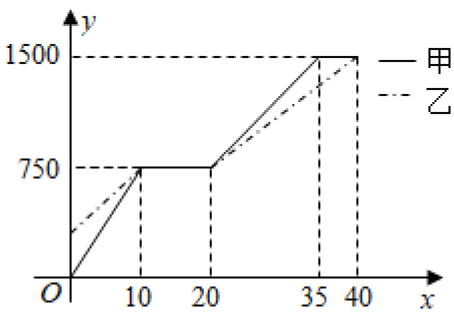
学霸笔记

例题精析

【例题精析1】　｛实际问题判断函数图象★★｝（2021•牡丹江）春耕期间，市农资公司连续 8 天调进一批化肥，并在开始调进化肥的第七天开始销售．若进货期间每天调进化肥的吨数与销售期间每天销售化肥的吨数都保持不变，这个公司的化肥存量 s（单位：吨）与时间 t（单位：天）之间的函数关系如图所示，则该公司这次化肥销售活动（从开始进货到销售完毕）所用的时间是 ____天．

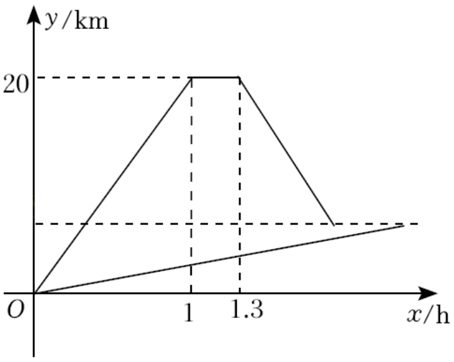


【例题精析2】　｛实际问题判断函数图象★★★｝甲、乙二人约好同时出发，沿同一路线去某博物馆参加科普活动，如图，x 表示的是行走时间（单位：分），y 表示的是到甲出发地的距离（单位：米），最后两人都到达了目的地．根据图中提供的信息，下面有四个结论：①甲、乙二人第一次相遇后，停留了 10 分钟；②甲先到达目的地；③甲停留 10 分钟之后提高了行走速度；④甲行走的平均速度要比乙行走的平均速度快．其中正确的是(　　)



A．①②④　　B．①②③　　C．①③④　　D．②③④

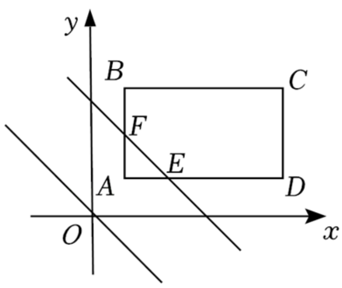
【例题精析3】　｛实际问题判断函数图象★★★｝小明家、公园、图书馆依次在一条直线上，周末，小明和妈妈准备去公园放风筝，但是因为小明要先去图书馆还书，所以他们同时从家出发，并约定 2 小时后在公园碰头．小明先骑自行车匀速前往图书馆，到达图书馆还书后按原路原速返回公园并按照约定时间准时到达公园，妈妈则匀速步行前往公园，结果迟到半小时．如图是他们离家的距离 $y(km)$ 与小明离家时间 $x(h)$ 的函数图象，下列说法中错误的是(　　)



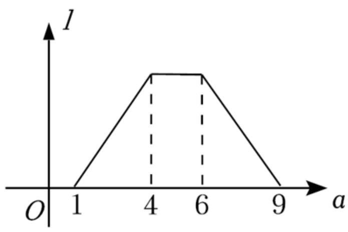
A．小明骑车的速度是 $20km/h$　　　　B．小明还书用了 $18min$

C．妈妈步行的速度为 $2.4km/h$　　　　D．公园距离小明家 $8km$

【例题精析4】　　**｛几何图形（动点）为背景判断函数图象★★★｝** 如图①，在平面直角坐标系中，矩形 $ABCD$ 在第一象限，且 $AB//y$ 轴．直线 $M:y=-x$ 沿 x 轴正方向平移，被矩形 $ABCD$ 截得的线段 EF 的长度 l 与平移的距离 a 之间的函数图象如图②，那么矩形 $ABCD$ 的面积为(　　)



图①



图②

A．10　　B．12　　C．15　　D．18

【例题精析5】　　**｛几何图形（动点）为背景判断函数图象★★★｝** 如图 1，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle B=60^{\circ}$，$BC=2AB$，动点 P 从点 A 出发，以每秒 1 个单位的速度沿线段 AB 运动到点 B 停止，同时动点 Q 从点 B 出发，以每秒 4 个单位的速度沿折线 $B-C-D$ 运动到点 D 停止．图 2 是点 P、Q 运动时，ΔBPQ 的面积 S 与运动时间 t 函数关系的图象，则 a 的值是(　　)

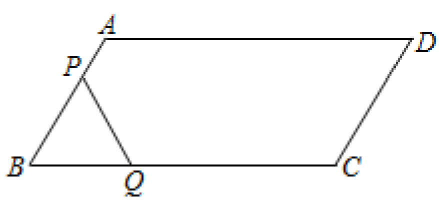


图 1

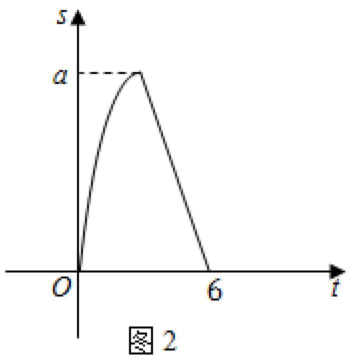
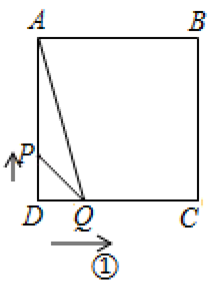
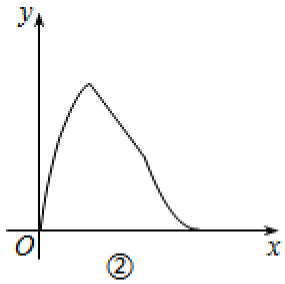


图 2

A．$6\sqrt{3}$　　B．$9\sqrt{3}$　　C．6　　D．12

【例题精析6】 ｛几何图形（动点）为背景判断函数图象★★★｝如图①，在正方形 $ABCD$ 中，点 P 从点 D 出发，沿着 $D\to A$ 方向匀速运动，到达点 A 后停止运动．点 Q 从点 D 出发，沿着 $D\to C\to B\to A$ 的方向匀速运动，到达点 A 后停止运动．已知点 P 的运动速度为 a，图②表示 P、Q 两点同时出发 x 秒后，ΔAPQ 的面积 y 与 x 的函数关系，则点 Q 的运动速度可能是(　　)

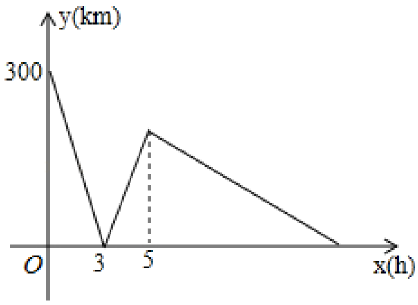




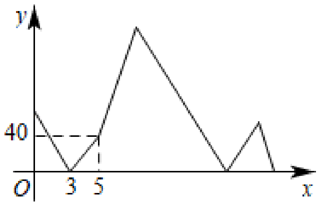
A．$\frac{1}{3}a$　　　　B．$\frac{1}{2}a$　　　　C．$2a$　　　　D．$3a$

对点训练

【对点训练1】 ｛实际问题判断函数图象★★★｝甲、乙两车分别从 A，B 两地同时相向匀速行驶．当乙车到达 A 地后，继续保持原速向远离 B 的方向行驶，而甲车到达 B 地后立即掉头，并保持原速与乙车同向行驶，经过一段时间后两车同时到达 C 地．设两车行驶的时间为 x（小时），两车之间的距离为 y（千米），y 与 x 之间的函数关系如图所示，当甲车到达 B 地时，乙车距离 A 地　100　千米．



【对点训练2】 ｛实际问题判断函数图象★★★｝小重和小庆相约从学校出发沿同一路线到“开心之洲”玩耍．小重出发 1 分钟后小庆才出发，小重出发 6 分钟后发现自己钱包没有带，于是立即掉头并将速度提高为原来的两倍跑步回学校，回学校取到钱包后保持跑步的速度立即赶往“开心之洲”，最终比小庆早 1 分钟到达．小重两次掉头的时间和取钱包的时间忽略不计，小庆全程保持匀速，小重、小庆相距的路程 y（米）和小庆出发的时间 t（分）之间的函数关系如图所示，则学校到“开心之洲”的路程为　　　米．



【对点训练3】　{实际问题判断函数图象★★★}如图1，在某个盛水容器内，有一个小水杯，小水杯内有部分水，现在匀速持续地向小水杯内注水，注满小水杯后，继续注水，小水杯内水的高度 $y(cm)$ 和注水时间 $x(s)$ 之间的关系满足如图2的图象，则至少需要 ____ s 能把小水杯注满．

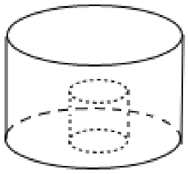


图1

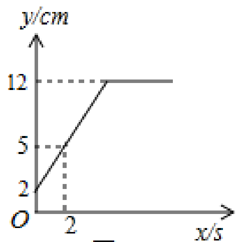
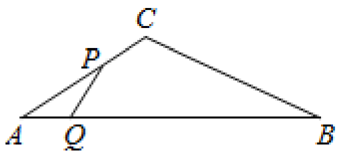
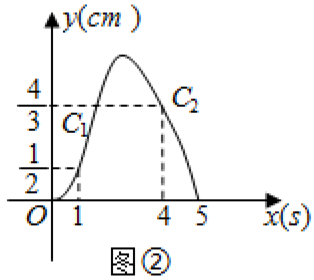


图2

【对点训练4】　{几何图形（动点）为背景判断函数图象★★★}如图①，ΔABC 中，$\angle A=30°$，点 P 从点 A 出发以 $2cm/s$ 的速度沿折线 $A\to C\to B$ 运动，点 Q 从点 A 出发以 $v\ cm/s$ 的速度沿 AB 运动，P，Q 两点同时出发，当某一点运动到点 B 时，两点同时停止运动，设运动时间为 $x(s)$，ΔAPQ 的面积为 $y(cm^2)$，y 关于 x 的函数图象由 C_1，C_2 两段组成，如图②所示，则 $\sin B=($　　$)$



图①



图②

A．$\frac{1}{3}$　　　　B．$\frac{2}{5}$　　　　C．$\frac{1}{4}$　　　　D．$\frac{3}{8}$

【对点训练5】　{几何图形(动点)为背景判断函数图象★★★}(2021•西宁)如图1，动点 P 从矩形 $ABCD$ 的顶点 A 出发，在边 AB，BC 上沿 $A\to B\to C$ 的方向，以 $1cm/s$ 的速度匀速运动到点 C，ΔAPC 的面积 $S(cm^2)$ 随运动时间 $t(s)$ 变化的函数图象如图2所示，则 AB 的长是(　　)