陕西省2023年中考数学试卷(A卷)

一、选择题（本大题共8小题，共24.0分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

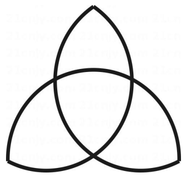
1．计算：$3-5=$（　　）

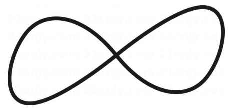
A．2　　　　B．-2　　　　C．8　　　　D．-8

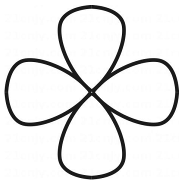
【解析】【解答】解：3-5=-2，

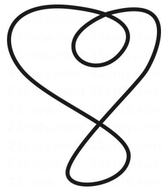
故答案为：-2.

2．下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A． 

B． 

C． 

D． 

【解析】【解答】 解：A、该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，A错误；

B、该图形是中心对称图形，不是轴对称图形，B错误；

C、该图形是轴对称图形，也是中心对称图形，C正确；

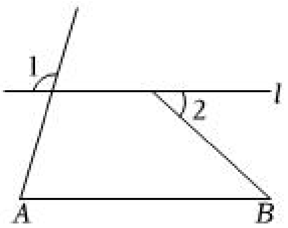
D、该图形既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，D错误.

故答案为：C.

如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形；

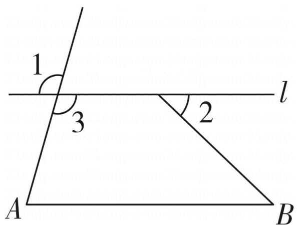
把一个图形绕着某一个点旋转$180°$，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形.

3．如图，$l//AB$，$\angle A=2\angle B$. 若$\angle 1=108°$，则$\angle 2$的度数为（　　）



A．$36°$　　　　B．$46°$　　　　C．$72°$　　　　D．$82°$

【解析】【解答】解：如图，



$\because \angle 1 = 108°$，

$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 108°$，

$\because l \parallel AB$，

$\therefore \angle A + \angle 3 = 180°$，$\angle 2 = \angle B$，

$\therefore \angle A = 180° - \angle 3 = 72°$，

$\because \angle A = 2\angle B$，

$\therefore \angle B = 36°$，

$\therefore \angle 2 = \angle B = 36°$.

故答案为：A.

4．计算：$6xy^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^3y^3\right) =$（　　）

A．$3x^4y^5$　　B．$-3x^4y^5$　　C．$3x^3y^6$　　D．$-3x^3y^6$

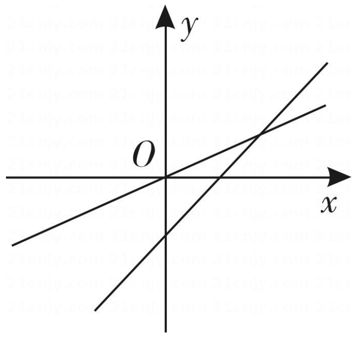
【解析】【解答】解：$6xy^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^3y^3\right) = 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot x^{1+3}y^{2+3} = -3x^4y^5$.

故答案为：B.

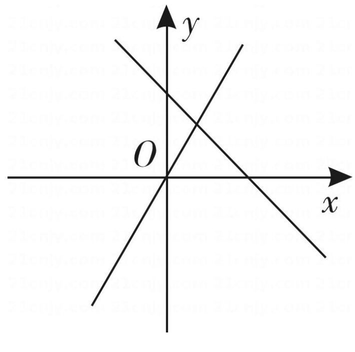
单项式与单项式相乘，把它们的系数、同底数幂分别相乘，其余字母连同它的指数不变，作为积的因式.

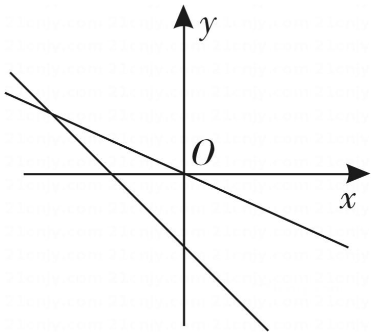
5．在同一平面直角坐标系中，函数 $y = ax$ 和 $y = x + a(a$ 为常数，$a < 0)$ 的图象可能是（　　）

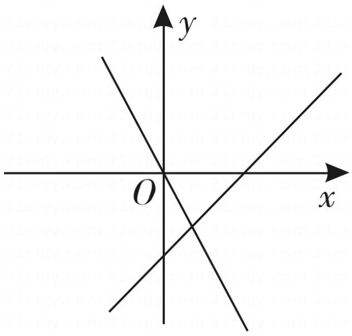
A.



B.



C. 

D. 

【解析】【解答】解：对于 $y=ax$

$\because k=a<0$，

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，

对于 $y=x+a$

$\because k=1>0$，

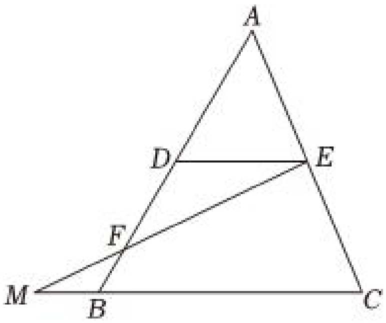
$\therefore y$ 随 x 的增大而增大，

当 $x=0$ 时，$y=a<0$，

$\therefore y=x+a$ 与 y 轴交点在 x 轴下方.

故答案为：D.

6．如图，DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，点 F 在 DB 上，$DF=2BF$. 连接 EF 并延长，与 CB 的延长线相交于点 M. 若 $BC=6$，则线段 CM 的长为（　　）



A．$\dfrac{13}{2}$　　B．7　　C．$\dfrac{15}{2}$　　D．8

【解析】【解答】解：$\because BC=6$，DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore DE \parallel BC$，$DE=\dfrac{1}{2}BC=3$，

$\therefore \angle FDE=\angle FBM$，$\angle FED=\angle FMB$，

$\therefore \triangle FDE \sim \triangle FBM$，

$\therefore \dfrac{DF}{BF}=\dfrac{DE}{BM}$，

$\because DF=2BF$，

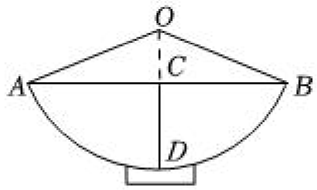
$\therefore BM=\frac{1}{2}DE=\frac{3}{2}$ ，

$\therefore CM=BM+BC=\frac{3}{2}+6=\frac{15}{2}$ ，

故答案为：C.

7. 陕西饮食文化源远流长，“老碗面”是陕西地方特色美食之一·图②是从正面看到的一个“老碗”(图①)的形状示意图．$\overset{\frown}{AB}$ 是⊙O 的一部分，D 是 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，连接 OD ，与弦 AB 交于点 C ，连接 OA ，OB. 已知 $AB=24cm$ ，碗深 $CD=8cm$ ，则⊙O 的半径 OA 为（　　）

图①



图②

A．$13cm$　　B．$16cm$　　C．$17cm$　　D．$26cm$

【解析】【解答】解：设半径 $OA=r$ ，

$\therefore OA=OD=r$ ，

$\because CD=8cm$ ，

$\therefore OC=OD-CD=(r-8)cm$ ，

$\because D$ 是 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，　$AB=24cm$ ，

$\therefore \angle OCA=90°$ ，　$AC=\frac{1}{2}AB=12cm$ ，

$\therefore OA^2=AC^2+OC^2$ ，

$r^2=(r-8)^2+12^2$ ，

$r=13$，

$\therefore OA=13cm$.

故答案为：A.

8. 在平面直角坐标系中，二次函数 $y=x^2+mx+m^2-m$(m 为常数)的图象经过点 $(0,6)$，其对称轴在 y 轴左侧，则该二次函数有（　　）

A．最大值 5　　B．最大值 $\frac{15}{4}$　　C．最小值 5　　D．最小值 $\frac{15}{4}$

【解析】【解答】解：把 $(0,6)$ 代入 $y=x^2+mx+m^2-m$ ，得

$m^2-m=6$ ，

$m_1=3$ ， $m_2=-2$ ，

$\because$ 二次函数对称轴在 y 轴左侧，

$\therefore -\frac{b}{2a}=-\frac{m}{2}<0$ ，

$\therefore m>0$ ，

$\therefore m=3$ ，

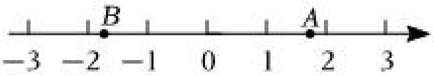
$\therefore y=x^2+3x+6=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{15}{4}$ ，

$\therefore$ 当 $x=-\frac{3}{2}$ 时，y 有最小值 $\frac{15}{4}$，

故答案为：D.

二、填空题（本大题共 5 小题，共 15.0 分）

9．如图，在数轴上，点 A 表示 $\sqrt{3}$，点 B 与点 A 位于原点的两侧，且与原点的距离相等，则点 B 表示的数是_________.



【解析】【解答】解： $\because$ 点 B 与点 A 位于原点的两侧，且与原点的距离相等 ，

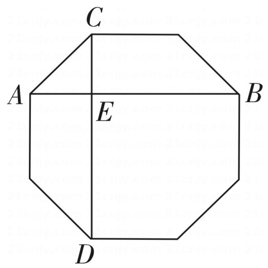
$\therefore A$ 、 B 互为相反数，

$\because$ 点 A 表示 $\sqrt{3}$ ，

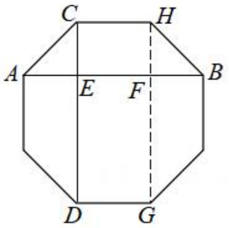
$\therefore$ 点 B 表示 $-\sqrt{3}$ ，

故答案为：$-\sqrt{3}$.

10．如图，正八边形的边长为 2 ，对角线 AB 、 CD 相交于点 E. 则线段 BE 的长为_________.



【解析】【解答】解：连接 GH ，



∵ 正八边形的边长为2，

$\therefore AC=CH=HB=2$ ，$AB\parallel CH$ ，$CD\parallel HG$ ，$AB\perp CD$ ，$\angle EAC=\angle ECA$ ，

∴四边形$CEFH$ 是平行四边形，$\angle AEC=\angle CEF=90°$ ，

$\therefore EF=CH=2$ ，$\angle EAC=\angle ECA=45°$ ，

$\therefore AE=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=\sqrt{2}$ ，

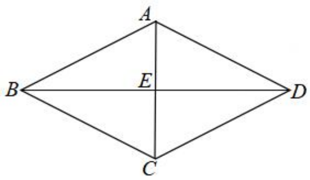
同理可得$BF=\sqrt{2}$，

$\therefore BE=EF+BF=2+\sqrt{2}$ ，

故答案为：$2+\sqrt{2}$.

11．点E是菱形$ABCD$的对称中心，$\angle B=56°$ ，连接AE，则$\angle BAE$的度数为_________.

【解析】【解答】解：如图，



∵四边形$ABCD$是菱形，$\angle ABC=56°$ ，

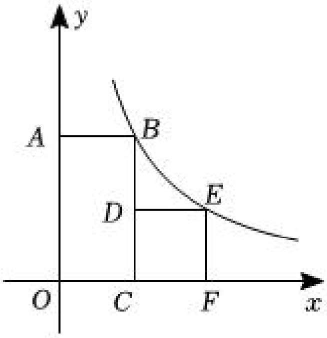
$\therefore \angle ABE=\frac{1}{2}\angle ABC=28°$ ，$\angle AEB=90°$ ，

$\therefore \angle BAE=180°-\angle AEB-\angle ABE=180°-90°-28°=62°$ ，

故答案为：$62°$.

$\angle ABE$ 和$\angle AEB$ 的度数，再通过三角形内角和得到 $\angle BAE$ 的度数.

12．如图，在矩形$OABC$和正方形$CDEF$ 中，点A在y轴正半轴上，点C，F 均在x轴正半轴上，点D在边BC上，$BC=2CD$ ，$AB=3$. 若点B，E在同一个反比例函数的图象上，则这个反比例函数的表达式是_________.



【解析】【解答】解：设$CF=a$，

∵四边形$DCEF$是正方形，

∴$CD=CF=EF=a$，

∵$BC=2CD$，

∴$BC=2a$，

∵四边形 $OABC$ 是矩形， $AB=3$，

∴$OC=AB=3$，

∴$B(3,2a)$，$E(3+a,\ a)$，

∵ 点B，E在同一个反比例函数的图象上，

∴$k=3\times 2a=a(3+a)$，

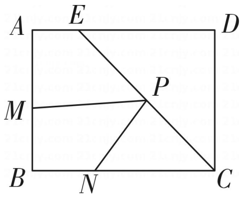
$a_1=0$(舍去)，$a_2=3$，

∴$k=3\times 2a=18$，

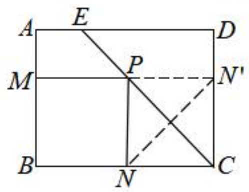
∴反比例函数的表达式 为$y=\dfrac{18}{x}$，

故答案为：$y=\dfrac{18}{x}$.

13．如图，在矩形$ABCD$中，$AB=3$，$BC=4$. 点E在边AD上，且$ED=3$，M、N分别是边AB、BC上的动点，且$BM=BN$，P是线段CE上的动点，连接PM，PN. 若$PM+PN=4$. 则线段PC的长为__________.



【解析】【解答】解：如图，作点N关于EC的对称点N'，连接PN'，



∵四边形 $ABCD$ 是矩形， $AB=3$，

∴ $CD=AB=3$， $AB\parallel CD$， $\angle B=\angle D=\angle BCD=90^\circ$，

∵ $ED=3$，

∴ $CD=DE$，

∴ $\angle DCE=45^\circ$，

∴ $\angle BCE=\angle DCE=45^\circ$，

∵点 N 、点 N' 关于 EC 对称，

∴点 N' 在 CD 上，$CN=CN'$， $PN=PN'$，

∵ $PM+PN=4$，

∴ $PM+PN'=4$，

∵ $BC=4$，

∴ $PM+PN'=BC$，即点 M 、 P 、N' 三点共线且 $MN'=BC$， $MN'\parallel BC$，

∴四边形 $MBCN'$ 是矩形，

∴ $BM=CN'$， $\angle PN'C=90^\circ$，

∵ $BM=BN$， $CN=CN'$，

∴ $BN=CN=\frac{1}{2}BC=2$，

∴ $PC=\sqrt{2}CN'=\sqrt{2}CN=2\sqrt{2}$，

故答案为：$2\sqrt{2}$.

三、解答题（本大题共 13 小题，共 81.0 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

14．解不等式：$\frac{3x-5}{2}>2x.$

【解析】

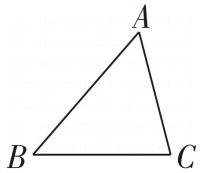
15．计算：$\sqrt{5}\times\left(-\sqrt{10}\right)-(\frac{1}{7})^{-1}+\left|-2^3\right|$.

【解析】

16．化简：$\left(\frac{3a}{a^2-1}-\frac{1}{a-1}\right)\div\frac{2a-1}{a+1}$.

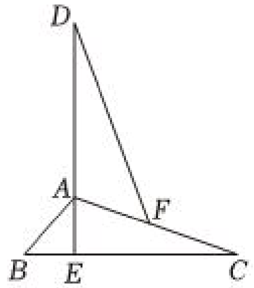
【解析】

17．如图·已知角$\triangle ABC$，$\angle B=48°$，请用尺规作图法，在$\triangle ABC$内部求作一点P.使$PB=PC$.且$\angle PBC=24°$.（保留作图痕迹，不写作法）



【解析】$PB=PC$，则点P在BC的垂直平分线上，而$\angle PBC=\frac{1}{2}\angle ABC$，故点$P$在$\angle ABC$的角平分线上，所以点$P$是$BC$的垂直平分线与$\angle ABC$的角平分线的交点.

18．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle B=50°$，$\angle C=20°$.过点A作$AE\perp BC$，垂足为E，延长EA至点D.使$AD=AC$.在边AC上截取$AF=AB$，连接DF.求证：$DF=CB$．



【解析】

19．一个不透明的袋子中装有四个小球，这四个小球上各标有一个数字，分别是1，1，2，3.这些小球除标有的数字外都相同.

（1）从袋中机摸出一个小球，则摸出的这个小球上标有的数字是1的概率为_________；

（2）先从袋中随机摸出一个小球，记下小球上标有的数字后，放回，摇匀，再从袋中随机摸出一个小球，记下小球上标有的数字，请利用画树状图或列表的方法、求摸出的这两个小球上标有的数字之积是偶数的概率.

【解析】【解答】解：(1) $P=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，

故答案为：$\frac{1}{2}$.

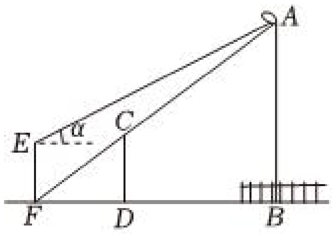
(2)本题的易错点在于前后两次摸球时，球的总数没变，借助树状图列出所有可能再求出概率.

20．小红在一家文具店买了一种大笔记本4个和一种小笔记本6个，共用了62元·已知她买的这种大笔记本的单价比这种小笔记本的单价多3元，求该文具店中这种大笔记本的单价.

【解析】

21．一天晚上，小明和爸爸带着测角仪和皮尺去公园测量一景观灯（灯杆底部不可到达）的高AB.如图所

示，当小明爸爸站在点 D 处时，他在该景观灯照射下的影子长为 DF，测得 $DF=2.4m$；当小明站在爸爸影子的顶端 F 处时，测得点 A 的仰角 α 为 $26.6°$. 已知爸爸的身高 $CD=1.8m$，小明眼睛到地面的距离 $EF=1.6m$，点 F、D、B 在同一条直线上，$EF\perp FB$，$CD\perp FB$，$AB\perp FB$. 求该景观灯的高 AB.(参考数据：$sin26.6°\approx0.45$，$cos26.6°\approx0.89$，$tan26.6°\approx0.50$)



【解析】

22．经验表明，树在一定的成长阶段，其胸径（树的主干在地面以上 $1.3m$ 处的直径）越大，树就越高·通过对某种树进行测量研究，发现这种树的树高 $y(m)$ 是其胸径 $x(m)$ 的一次函数·已知这种树的胸径为 $0.2m$ 时，树高为 $20m$；这种铜的胸径为 $0.28m$ 时，树高为 $22m$.

（1）求 y 与 x 之间的函数表达式；

（2）当这种树的胸径为 $0.3m$ 时，其树高是多少？

【解析】

(2)直接将 x 值代入表达式求 y 值即可.

23．某校数学兴趣小组的同学们从“校园农场“中随机抽取了 20 棵西红柿植株，并统计了每棵植株上小西红柿的个数·其数据如下：28，36，37，39，42，45，46，47，48，50，54，54，54，54，55，60，62，62，63，64. 通过对以上数据的分析整理，绘制了统计图表：

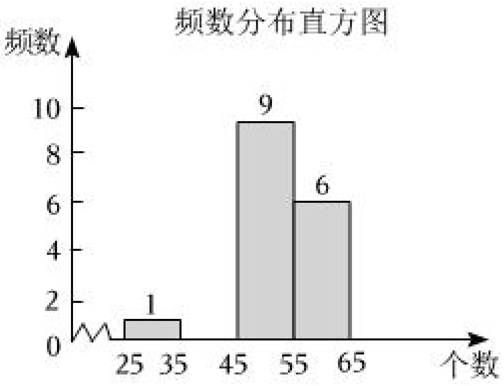
分组	频数	组内小西红柿的总个数
$25\le x<35$	1	28
$35\le x<45$	n	154
$45\le x<55$	9	452
$55\le x<65$	6	366

根据以上信息，解答下列问题：

（1）补全频数分布直方图：这 20 个数据的众数是__▲__；

（2）求这 20 个数据的平均数；

（3）“校园农场“中共有 300 棵这种西红柿植株，请估计这 300 棵西红柿植株上小西缸柿的总个数.

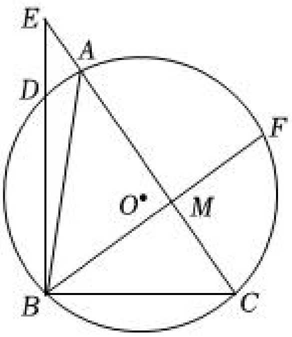


【解析】

(2)小西红柿的总个数除以植株总数的商就是数据的平均数.

(3)平均数与植株总数的乘积就是小西红柿的总个数.

24．如图，$\triangle ABC$ 内接于$\odot O$，$\angle BAC=45°$，过点B作BC的垂线，交$\odot O$于点D，并与CA的延长线交于点E，作$BF\perp AC$，垂足为M，交$\odot O$于点F.



（1）求证：$BD=BC$；

（2）若$\odot O$的半径$r=3$，$BE=6$，求线段BF的长.

【解析】$\triangle BCD$ 是等腰直角三角形.

(2)本题主要考查了相似三角形的判定与性质，先通过圆周角定理求出$\triangle BCD$的边长，再利用相似得到 BM、CM 的边长，然后根据圆周角关系得到$\triangle CMF$是等腰直角三角形，即可得到 BF 的长.

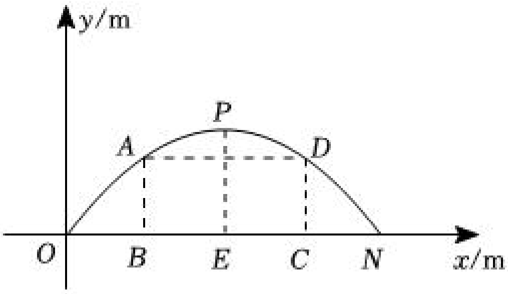
25．某校想将新建图书楼的正门设计为一个抛物线型门，并要求所设计的拱门的跨度与拱高之积为$48m^3$，还要兼顾美观、大方，和谐、通畅等因素，设计部门按要求价出了两个设计方案·现把这两个方案中的拱门图形放入平面直角坐标系中，如图所示：

方案一，抛物线型拱门的跨度$ON=12m$，拱高$PE=4m$. 其中，点N在x轴上，$PE\perp ON$，$OE=EN$.

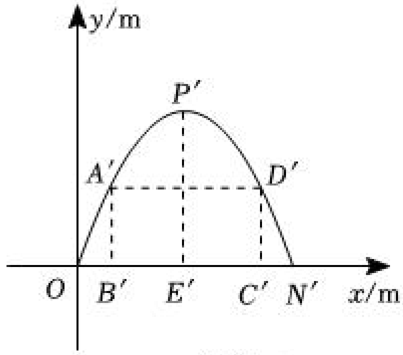
方案二，抛物线型拱门的跨度$ON'=8m$，拱高$P'E'=6m$. 其中，点N'在x轴上，$P'E'\perp O'N'$，$O'E'=E'N'$.

要在拱门中设置高为$3m$的矩形框架，其面积越大越好(框架的粗细忽略不计). 方案一中，矩形框架$ABCD$的面积记为S_1，点A、D在抛物线上，边BC在ON上；方案二中，矩形框架$A'B'C'D'$的面积

记为S_2，点A'，D'在抛物线上，边$B'C'$在ON'上·现知，小华已正确求出方案二中，当$A'B'=3m$时，$S_2=12\sqrt{2}m^2$，请你根据以上提供的相关信息，解答下列问题：



方案一



方案二

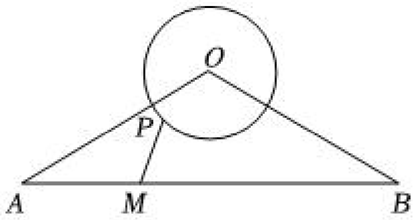
（1）求方案一中抛物线的函数表达式；

（2）在方案一中，当$AB=3m$时，求矩形框架$ABCD$的面积S_1并比较S_1，S_2的大小.

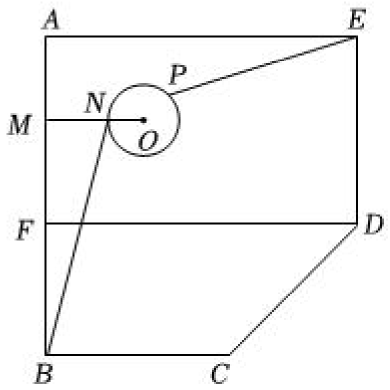
【解析】

(2)本题考查的是二次函数的实际应用，先利用高求出函数中对应点的横坐标，再求面积比较大小.

26.



图①



图②

（1）如图①，在$\triangle OAB$中，$OA=OB$，$\angle AOB=120°$，$AB=24$. 若$\odot O$的半径为4，点P在$\odot O$上，点M在AB上，连接PM，求线段PM的最小值；

（2）如图②所示，五边形$ABCDE$是某市工业新区的外环路，新区管委会在点B处，点E处是该市的一个交通枢纽·已知：$\angle A=\angle ABC=\angle AED=90°$，$AB=AE=10000m$，$BC=DE=6000m$. 根据新区的自然环境及实际需求，现要在矩形$AFDE$区域内（含边界）修一个半径为$30m$的圆型环道$\odot O$；过圆心$O$，作$OM\perp AB$，垂足为$M$，与$\odot O$交于点$N$. 连接$BN$，点$P$在$\odot O$上，连接$EP$. 其中，线段$BN$、$EP$及$MN$是要修的三条道路，要在所修迅路$BN$、$EP$之和最短的情况下，使所修道路$MN$最短，试求此时环道$\odot O$的圆心$O$到$AB$的距离$OM$的长.

【解析】