

# 2022 学年上学期高二期末限时训练试卷

## 数学

命题学校：广东实验中学 命题人：翁文 张淑华

本试卷分选择题和非选择题两部分，共 4 页，满分 150 分，考试用时 120 分钟。

注意事项：

1. 开考前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的校名、姓名、班级、考号等相关信息填写在答题卡指定区域内。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案；不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内的相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁。

### 第一部分 选择题（共 60 分）

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 集合  $A = \{x \mid 2\sin x = 1, x \in \mathbb{R}\}$ ， $B = \{x \mid x^2 - 3x \leq 0\}$ ，则  $A \cap B =$  ( )

A.  $[0, 3]$

B.  $\left\{\frac{\pi}{6}\right\}$

C.  $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$

D.  $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据三角函数的性质求出集合A，再解一元二次不等式求出集合B，即可求解

【详解】由  $2\sin x = 1$  得  $\sin x = \frac{1}{2}$  解得  $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$  或  $\frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ，

所以  $A = \left\{x \mid x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ 或 } \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ ，

又由  $x^2 - 3x \leq 0$  解得  $0 \leq x \leq 3$ ，所以  $B = \{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$ ，

所以  $A \cap B = \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ ，

故选:D.

2. 某地天气预报中说未来三天中该地下雪的概率均为 0.6，为了用随机模拟的方法估计未来三天中恰有两天下雪的概率，用计算机产生 1~5 之间的随机整数，当出现随机数 1, 2 或 3 时，表示该天下雪，其概率为 0.6，每 3 个随机数一组，表示一次模拟的结果，共产生了如下的 20 组随机数：

522	553	135	354	313	531	423	521	541	142
125	323	345	131	332	515	324	132	255	325

则据此估计该地未来三天中恰有两天下雪的概率为 ( )

- A.  $\frac{2}{5}$                       B.  $\frac{9}{20}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{7}{10}$

【答案】 B

【解析】

【分析】

根据条件找出三天中恰有两天下雪的随机数，再按照古典概型求概率.

【详解】 20 组数据中，其中 522,135,531,423,521,142,125,324,325 表示三天中恰有 2 天下雪，共有 9 组随机数，所以  $P = \frac{9}{20}$ .

故选： B

3. 设复数  $z$  满足  $|z-1| = |z-\bar{z}|$ ，则  $z$  在复平面上对应的图形是 ( )

- A. 两条直线                      B. 椭圆                      C. 圆                      D. 双曲线

【答案】 A

【解析】

【分析】 设  $z = x + yi$ ，根据模长相等列出方程，得到  $z$  在复平面上对应的图形是两条直线.

【详解】 设  $z = x + yi$ ，则  $\bar{z} = x - yi$ ，

$$|z-1| = |z-\bar{z}| \text{ 可得: } (x-1)^2 + y^2 = (2y)^2,$$

$$\text{化简得: } (x-1)^2 = 3y^2,$$

$$\text{即 } x-1 = 3y \text{ 或 } x-1 = -3y,$$

则  $z$  在复平面上对应的图形是两条直线.

故选： A

4. 在  $\triangle ABC$  中，已知  $a = 3$ ，  $A = \frac{\pi}{3}$ ，  $b = x$ ， 满足此条件的三角形只有一个，则  $x$  满足 ( )

- A.  $x = 2\sqrt{3}$                       B.  $x \in (0, 3)$

C.  $x \in \{2\sqrt{3}\} \cup (0, 3)$

D.  $x \in \{2\sqrt{3}\} \cup (0, 3]$

【答案】D

【解析】

【分析】结合正弦定理得  $x = 2\sqrt{3} \sin B$ ，满足条件的三角形只有一个，即  $x$  有唯一的角与其对应，即可确定  $B$  的范围，求得结果.

【详解】由正弦定理得  $\frac{3}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{x}{\sin B}$ ，则有  $x = \frac{3 \sin B}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3} \sin B$ ， $B \in (0, \pi - A) = (\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3})$ .

$\therefore$  满足条件的三角形只有一个，即  $x$  有唯一的角与其对应，则  $B \in (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}] \cup (\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$ ，故

$x = 2\sqrt{3} \sin B \in \{2\sqrt{3}\} \cup (0, 3]$ .

故选：D

5. 圆内接四边形  $ABCD$  中  $AD = 2$ ， $CD = 4$ ， $BD$  是圆的直径，则  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = ( \quad )$

A. 12

B. -12

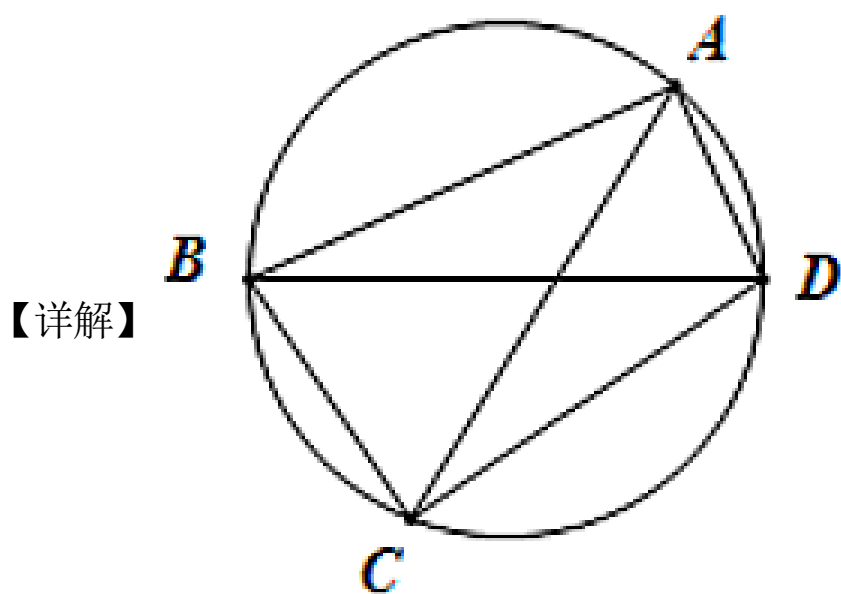
C. 20

D. -20

【答案】B

【解析】

【分析】根据圆内接四边形的性质及数量积的定义即求 .



【详解】

由题知  $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$ ， $AD = 2$ ， $CD = 4$

$\therefore \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BD}$

$= |\overrightarrow{AD}| |\overrightarrow{BD}| \cos \angle BDA - |\overrightarrow{DC}| |\overrightarrow{BD}| \cos \angle BDC = |\overrightarrow{AD}|^2 - |\overrightarrow{DC}|^2 = 4 - 16 = -12.$

故选：B.

6. 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列, 若  $a_2 + 3a_8 < 0$ ,  $a_6 \cdot a_7 < 0$ , 且数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和有最大值, 那么  $S_n$  取得最小正值时  $n$  为 ( )

A. 11

B. 12

C. 7

D. 6

【答案】A

【解析】

【分析】根据已知条件, 判断出  $a_6, a_7, a_6 + a_7$  的符号, 再根据等差数列前  $n$  项和的计算公式, 即可求得.

【详解】因为等差数列的前  $n$  项和有最大值, 故可得  $d < 0$ ,

因为  $a_2 + 3a_8 < 0$ , 故可得  $4a_1 + 22d < 0$ , 即  $a_1 + \frac{11}{2}d < 0$ ,

所以  $a_7 - \frac{1}{2}d < 0$ , 可得  $a_7 < \frac{1}{2}d < 0$ ,

又因为  $a_6 \cdot a_7 < 0$ ,

故可得  $a_6 > 0$ , 所以数列  $\{a_n\}$  的前 6 项和有最大值,

且  $a_6 + a_7 = 2a_1 + 11d < 0$ ,

又因为  $S_{12} = 12 \times \frac{a_1 + a_{12}}{2} = 6(a_1 + a_{12}) < 0$ ,  $S_{11} = \frac{11}{2} \times (a_1 + a_{11}) = 11 \times a_6 > 0$ ,

故  $S_n$  取得最小正值时  $n$  等于 11.

故选: A.

7. 已知过椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左焦点  $F(-1, 0)$  的直线与椭圆交于不同的两点  $A, B$ , 与  $y$  轴交于点  $C$ , 点  $C, F$  是线段  $AB$  的三等分点, 则该椭圆的标准方程是 ( )

A.  $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{5} = 1$

B.  $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

C.  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$

D.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

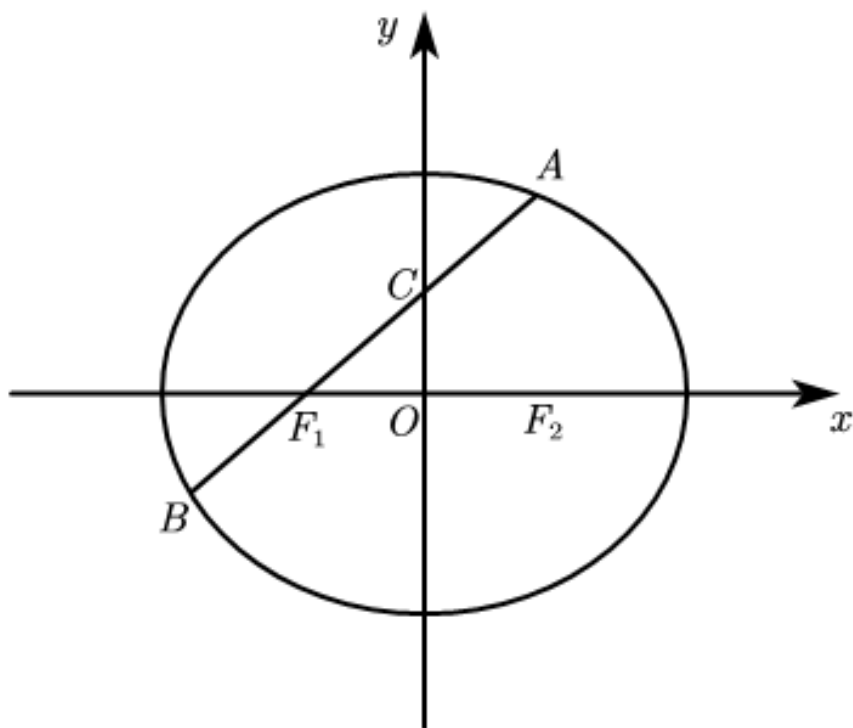
【答案】B

【解析】

【分析】不妨设  $A$  在第一象限, 由椭圆的左焦点  $F(-1, 0)$ , 点  $C, F$  是线段  $AB$  的三等分点, 易得

$A\left(1, \frac{b^2}{a}\right), B\left(-2, -\frac{b^2}{2a}\right)$  代入椭圆方程可得  $\frac{4}{a^2} + \frac{b^2}{4a^2} = 1$ , 又  $c^2 = a^2 - b^2 = 1$ , 两式相结合即可求解

【详解】



不妨设 A 在第一象限，由椭圆的左焦点  $F(-1,0)$ ，点 C，F 是线段 AB 的三等分点，

则 C 为  $AF_1$  的中点， $F_1$  为 BC 中点，所以  $x_A = 1$ ，所以  $\frac{1}{a^2} + \frac{y_A^2}{b^2} = 1$ ，则  $y_A = \frac{b^2}{a}$

即  $A\left(1, \frac{b^2}{a}\right)$ ，所以  $C\left(0, \frac{b^2}{2a^2}\right)$ ， $B\left(-2, -\frac{b^2}{2a}\right)$ ，

将点坐标代入椭圆方程得  $\frac{4}{a^2} + \frac{b^4}{4a^2 b^2} = 1$ ，即  $\frac{4}{a^2} + \frac{b^2}{4a^2} = 1$ ，

又  $a^2 - b^2 = 1$ ，所以  $a^2 = 5$ ， $b^2 = 4$ ，

所以椭圆的标准方程是  $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ 。

故选：B

8. 定义在  $(0, +\infty)$  的函数  $y = f(x)$  满足：对  $\forall x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ ，且  $x_1 \neq x_2$ ， $\frac{x_1 f(x_1) - x_2 f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$  成

立，且  $f(3) = 9$ ，则不等式  $f(x) > 3x$  的解集为 ( )

A.  $(9, +\infty)$

B.  $(0, 9)$

C.  $(0, 3)$

D.  $(3, +\infty)$

【答案】D

【解析】

【分析】构造函数  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ ，讨论单调性，利用单调性解不等式。

【详解】由  $\frac{x_1 f(x_1) - x_2 f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$  且  $\forall x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ ，

则两边同时除以  $x_1 x_2$  可得  $\frac{\frac{f(x_1)}{x_1} - \frac{f(x_2)}{x_2}}{x_1 - x_2} > 0$ ,

令  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ , 则  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$  在  $(0, +\infty)$  单调递增,

由  $f(x) > 3x$  得  $\frac{f(x)}{x} > 3$  且  $g(3) = \frac{f(3)}{3} = 3$ ,

即  $g(x) > g(3)$  解得  $x > 3$ ,

故选: D.

二、多项选择题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多个选项是符合题目要求的, 全部选对的得 5 分, 选对但不全的得 2 分, 有选错的得 0 分)

9. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的右焦点为  $F(c, 0)$ , 在线段  $OF$  上存在一点  $M$ , 使得  $M$  到

渐近线的距离为  $\frac{3}{4}c$ , 则双曲线离心率的值可以为 ( )

- A.  $\sqrt{7}$                       B. 2                      C.  $\frac{4}{3}$                       D.  $\sqrt{2}$

【答案】 AB

【解析】

【分析】 写出双曲线的渐近线方程, 利用点到直线距离列出不等式, 得到  $\frac{c}{a} > \frac{4\sqrt{7}}{7}$ , 判断出 AB 正确.

【详解】  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的一条渐近线方程为  $bx - ay = 0$ ,

设  $M(m, 0)$ ,  $0 < m < c$ ,

$$\frac{|bm|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{3}{4}c, \text{ 整理得: } |m| = \frac{3c^2}{4b},$$

因为  $0 < m < c$ , 所以  $\frac{3c^2}{4b} < c$ , 即  $3c < 4b = 4\sqrt{c^2 - a^2}$ ,

$$\text{解得: } \frac{c}{a} > \frac{4\sqrt{7}}{7},$$

$$\text{因为 } \sqrt{7} > \frac{4\sqrt{7}}{7}, 2 > \frac{4\sqrt{7}}{7}, \frac{4}{3} < \frac{4\sqrt{7}}{7}, \sqrt{2} < \frac{4\sqrt{7}}{7},$$

所以 AB 正确, CD 错误.

故选: AB

10. 已知正实数  $a, b$  满足  $ab+a+b=8$ , 下列说法正确的是 ( )

A.  $ab$  的最大值为 2

B.  $a+b$  的最小值为 4

C.  $a+2b$  的最小值为  $6\sqrt{2}-3$

D.  $\frac{1}{a(b+1)}+\frac{1}{b}$  的最小值为  $\frac{1}{2}$

【答案】BCD

【解析】

【分析】利用基本不等式和解一元二次不等式可判断 A,B,将  $b=\frac{8-a}{a+1}$  代入  $a+2b$ , 化简, 利用基本不等式求解可判断 C, 利用基本不等式“1”的妙用可判断 D.

【详解】对于 A, 因为  $ab+a+b=8 \geq ab+2\sqrt{ab}$ ,  
即  $(\sqrt{ab})^2+2\sqrt{ab}-8 \leq 0$ , 解得  $-4 \leq \sqrt{ab} \leq 2$ ,

又因为正实数  $a, b$ , 所以  $0 < \sqrt{ab} \leq 2$ ,

则有  $ab \leq 4$ , 当且仅当  $a=b=2$  时取得等号, 故 A 错误;

对于 B,  $ab+a+b=8 \leq \frac{(a+b)^2}{4}+(a+b)$ ,

即  $(a+b)^2+4(a+b)-32 \geq 0$ , 解得  $a+b \leq -8$  (舍)  $a+b \geq 4$ ,

当且仅当  $a=b=2$  时取得等号, 故 B 正确;

对于 C, 由题可得  $b(a+1)=8-a$  所以  $b=\frac{8-a}{a+1} > 0$ , 解得  $0 < a < 8$ ,

$a+2b=a+2\frac{8-a}{a+1}=a+\frac{18}{a+1}-2=a+1+\frac{18}{a+1}-3 \geq 2\sqrt{(a+1)\frac{18}{a+1}}-3=6\sqrt{2}-3$ ,

当且仅当  $a+1=\frac{18}{a+1}$  即  $a=3\sqrt{2}-1$  时取得等号, 故 C 正确;

对于 D,  $\frac{1}{a(b+1)}+\frac{1}{b}=\frac{1}{8}\left[\frac{1}{a(b+1)}+\frac{1}{b}\right][a(b+1)+b]$

$=\frac{1}{8}\left[2+\frac{b}{a(b+1)}+\frac{a(b+1)}{b}\right] \geq \frac{1}{8}(2+2)=\frac{1}{2}$ ,

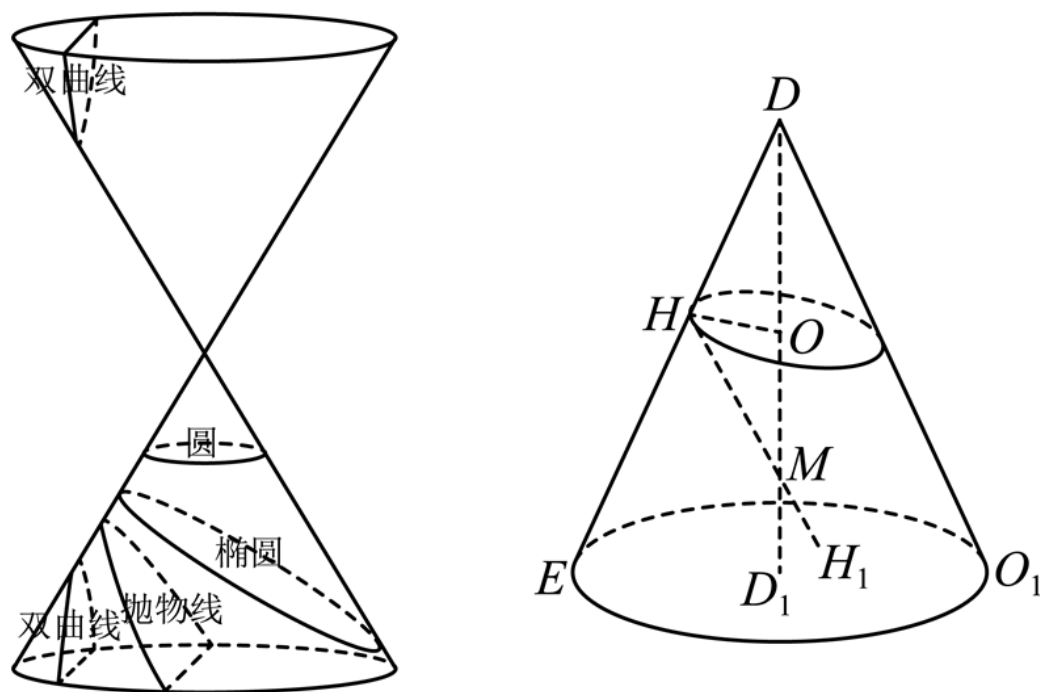
当且仅当  $\frac{b}{a(b+1)}=\frac{a(b+1)}{b} \Rightarrow a=\frac{b}{b+1} \Rightarrow b=4, a=\frac{4}{5}$  时取得等号, 故 D 正确,





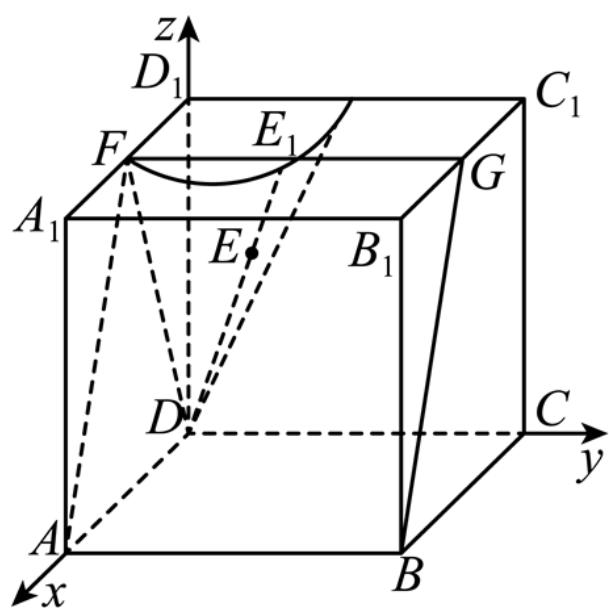


对于 B 项, 因为  $\sin \angle EDD_1 = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , 即  $\angle EDD_1$  为定值, 线段  $DD_1$  也为定值, 取  $A_1D_1$  的中点  $O_1$ , 故点  $E$  的轨迹是以  $DD_1$  为轴线,  $DO_1$  为母线的圆锥的侧面上的点. 设平面  $\alpha$  即为下图的圆  $O$  面, 过点  $H$  作  $DA_1$  的平行线交圆锥底面于点  $H_1$ , 交  $DD_1$  于点  $M$ , 从图形可得  $\angle DMH = \angle D_1DA = \angle EDD_1$ , 易得  $\angle DOH > \angle HMO = \angle EDD_1$ , 故  $E$  的轨迹为椭圆的一部分, 所以 B 正确.



对于 C 项, 平面  $\alpha$  与轴线  $DD_1$  所成的角即为平面  $\alpha$  与  $AA_1$  所成的角,  $\angle A_1AF$  是平面  $\alpha$  与轴线  $DD_1$  所成的角, 在  $\text{Rt}\triangle A_1AF$  中  $\tan \angle A_1AF = \frac{AF}{AA_1} = \frac{1}{2}$ , 而母线  $DF$  与轴线  $DD_1$  所成的角为  $\angle FDD_1$ , 在  $\text{Rt}\triangle FDD_1$  中  $\tan \angle FDD_1 = \frac{FD}{DD_1} = \frac{1}{2}$ , 即母线与轴线所成的角与截面  $\alpha$  与轴线所成的角, 所以点  $E$  的轨迹应为抛物线, 故 C 不正确.

对于 D 项, 以  $D$  为原点,  $\overline{DA}, \overline{DC}, \overline{DD_1}$  分别为  $x, y, z$  轴的非负半轴建立如图所示的坐标系,



连接  $DE$  并延长交上底面  $A_1B_1C_1D_1$  于点  $E_1$ , 设  $\angle ADE = \gamma, \gamma \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ , 则

$D(0,0,0) E_1(\cos\gamma, \sin\gamma, 1) A(2,0,0) B(2,2,0) F(1,0,2), \overline{DE}_1 = (\cos\gamma, \sin\gamma, 1)$

则  $\overline{AB} = (0, 2, 0) \overline{AF} = (-1, 0, 2)$ , 设面  $ABGF$  的法向量为  $\vec{n} = (x, y, z)$

$$\text{所以} \begin{cases} \vec{n} \cdot \overline{AB} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overline{AF} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 0 \\ -x + 2z = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = (2, 0, 1)$$

所以  $DE$  与面  $FGAB$  所成角的正弦值为  $\sin\theta = \frac{|\vec{n} \cdot \overline{DE}_1|}{|\vec{n}| \cdot |\overline{DE}_1|} = \frac{|2\cos\gamma + 1|}{\sqrt{5} \times \sqrt{2}} = \frac{|2\cos\gamma + 1|}{\sqrt{10}}$

又因为  $\gamma \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \therefore 2\cos\gamma + 1 \in [1, 3]$

所以  $\frac{|2\cos\gamma + 1|}{\sqrt{10}} \in \left[\frac{\sqrt{10}}{10}, \frac{3\sqrt{10}}{10}\right]$ , 故 D 正确.

故选: ABD

**【点睛】** 用平面去截圆锥所得的曲线可能为, 圆、椭圆、抛物线、双曲线

截面与圆锥轴线成角等于轴线与母线所成的角, 截面曲线为抛物线;

截面与圆锥轴线成角大于轴线与母线所成的角, 截面曲线为椭圆;

截面与圆锥轴线成角小于轴线与母线所成的角, 截面曲线为双曲线;

截面与轴线垂直得到截面曲线为圆

12. 已知函数  $f(x) = \ln(-x)$ ,  $g(x) = \ln(4+x)$ , 则 ( )

A. 函数  $y = f(2-x) + g(x-2)$  为偶函数

B. 函数  $y = f(x) - g(x)$  为奇函数

C. 函数  $y = f(x-2) - g(x-2)$  为奇函数

D.  $x = -2$  为函数  $y = f(x) + g(x)$  图像的对称轴

**【答案】** CD

**【解析】**

**【分析】** 根据函数的奇偶性定义可判断 A, B, C, 根据对称轴的性质判断 D.

**【详解】** 对于 A,  $y = f(2-x) + g(x-2) = \ln(x-2) + \ln(x+2)$ ,

定义域为  $(2, +\infty)$ , 所以函数为非奇非偶函数, 故 A 错误;

对于 B,  $y = f(x) - g(x) = \ln(-x) - \ln(x+4)$  定义域为  $(-4, 0)$ ,

所以函数为非奇非偶函数，故 B 错误；

对于 C,  $y = f(x-2) - g(x-2) = \ln(2-x) - \ln(2+x)$ ,

定义域为  $(-2, 2)$ , 设  $h(x) = \ln(2-x) + \ln(2+x)$ ,

$h(-x) = \ln(2+x) - \ln(2-x) = -h(x)$ , 所以函数为奇函数, 故 C 正确;

对于 D, 设  $t(x) = f(x) + g(x) = \ln(-x^2 - 4x)$  定义域为  $(-4, 0)$ ,

$t(-4-x) = \ln[-(-4-x)^2 - 4(-4-x)] = \ln(-x^2 - 4x) = t(x)$ ,

所以  $x = -2$  为函数  $y = f(x) + g(x)$  图像的对称轴, 故 D 正确,

故选: CD.

## 第二部分 非选择题 (共 90 分)

### 三、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知首项为 2 的数列  $\{a_n\}$  对  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  满足  $a_{n+1} = 3a_n + 4$ , 则数列  $\{a_n\}$  的通项公式  $a_n =$  \_\_\_\_\_.

**【答案】**  $4 \times 3^{n-1} - 2$

**【解析】**

**【分析】** 构造  $a_{n+1} + 2 = 3(a_n + 2)$ , 得到  $\{a_n + 2\}$  是等比数列, 求出通项公式, 进而得到  $a_n = 4 \times 3^{n-1} - 2$ .

**【详解】** 设  $a_{n+1} + \lambda = 3(a_n + \lambda)$ , 即  $a_{n+1} = 3a_n + 2\lambda$ , 故  $2\lambda = 4$ , 解得:  $\lambda = 2$ ,

故  $a_{n+1} = 3a_n + 4$  变形为  $a_{n+1} + 2 = 3(a_n + 2)$ ,  $a_1 + 2 = 2 + 2 = 4$ ,

故  $\{a_n + 2\}$  是首项为 4 的等比数列, 公比为 3,

则  $a_n + 2 = 4 \times 3^{n-1}$ ,

所以  $a_n = 4 \times 3^{n-1} - 2$ ,

故答案为:  $4 \times 3^{n-1} - 2$

14. 已知直线  $l$  的方向向量为  $\vec{n} = (1, 0, 2)$ , 点  $A(0, 1, 1)$  在直线  $l$  上, 则点  $P(1, 2, 2)$  到直线  $l$  的距离为

\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $\frac{\sqrt{30}}{5}$

**【解析】**

【分析】 求出  $\overline{AP}$  与直线  $l$  的方向向量的夹角的余弦，转化为正弦后可得点到直线的距离.

【详解】  $\overline{AP} = (1, 1, 1)$ ,

$$\cos \langle \vec{n}, \overline{AP} \rangle = \frac{\vec{n} \cdot \overline{AP}}{|\vec{n}| |\overline{AP}|} = \frac{1+0+2}{\sqrt{5} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{5},$$

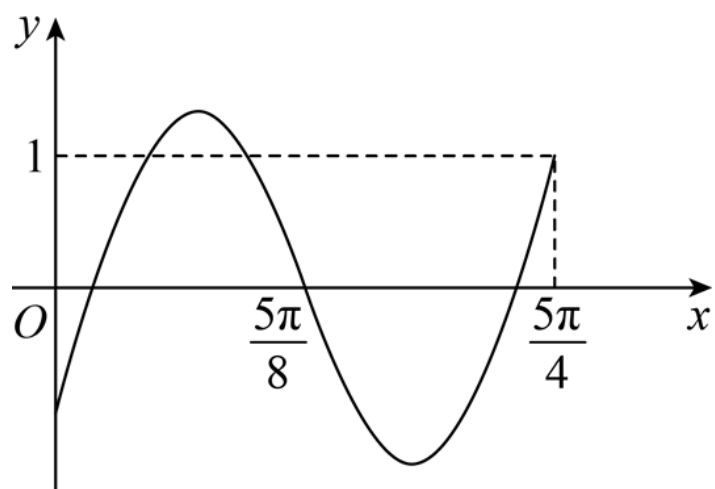
$$\text{所以 } \sin \langle \vec{n}, \overline{AP} \rangle = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{15}}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{5},$$

$$\text{点 } P(1, 2, 2) \text{ 到 } l \text{ 的距离为 } d = |\overline{AP}| \sin \langle \vec{n}, \overline{AP} \rangle = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{\sqrt{30}}{5}.$$

故答案为:  $\frac{\sqrt{30}}{5}$ .

15. 函数  $f(x) = \sqrt{2} \cos(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0$ ,  $\frac{\pi}{2} < |\varphi| < \pi$ ) 的部分图象如图所示, 直线  $y = m$  ( $m < 0$ )

与这部分图象相交于三个点, 横坐标从左到右分别为  $x_1, x_2, x_3$ , 则  $\sin(2x_1 + x_2 - x_3) = \underline{\hspace{2cm}}$ .



【答案】  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

【解析】

【分析】 由图象求得参数, 由交点及余弦函数的对称性结合  $\sin(2x_1 + x_2 - x_3) = \sin(2(x_1 + x_2) - (x_2 + x_3))$

即可求值

【详解】 由图可知,  $f\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{5\pi}{4}\omega + \varphi\right) = 1$ , 即  $\cos\left(\frac{5\pi}{4}\omega + \varphi\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,

$$\text{则} \begin{cases} \frac{5\pi}{8}\omega + \varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ \frac{5\pi}{4}\omega + \varphi = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi \\ \omega > 0 \\ \frac{\pi}{2} < |\varphi| < \pi \end{cases}, \text{解得 } \omega = 2, \varphi = -\frac{3\pi}{4}, \text{故 } f(x) = \sqrt{2}\cos\left(2x - \frac{3\pi}{4}\right).$$

$$\text{则 } f(0) = \sqrt{2}\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -1, f(x) \text{ 最小正周期为 } \frac{2\pi}{2} = \pi.$$

直线  $y = m$  ( $m < 0$ ) 与这部分图象相交于三个点, 横坐标从左到右分别为  $x_1, x_2, x_3$ , 则由图可知

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{5\pi}{8} - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{8}, \quad \frac{x_2 + x_3}{2} = \frac{5\pi}{8} + \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{8}.$$

$$\therefore \sin(2x_1 + x_2 - x_3) = \sin(2(x_1 + x_2) - (x_2 + x_3)) = \sin\left(\frac{12\pi}{8} - \frac{14\pi}{8}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{故答案为: } -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

16. 已知实数  $x, y$  满足  $\frac{x|x|}{4} - y|y| = 1$ , 则  $|x - 2y + \sqrt{5}|$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $(\sqrt{5}, 2\sqrt{2} + \sqrt{5}]$ .

**【解析】**

**【分析】** 讨论  $x, y$  得到其图象是椭圆, 双曲线的一部分组成图形, 根据图象可得  $x - 2y + \sqrt{5}$  的取值范围, 进而可得  $|x - 2y + \sqrt{5}|$  的取值范围

**【详解】** 因为实数  $x, y$  满足  $\frac{x|x|}{4} - y|y| = 1$ ,

当  $x > 0, y > 0$  时, 方程为  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$  的图象为双曲线在第一象限的部分;

当  $x > 0, y < 0$  时, 方程为  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  的图象为椭圆在第四象限的部分;

当  $x < 0, y > 0$  时, 方程为  $-\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$  的图象不存在;

当  $x < 0, y < 0$  时, 方程为  $-\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  的图象为双曲线在第三象限的部分;

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/726000045240010035>