


第七章 微分方程

§ 7.1 微分方程的概念




$$\left. \begin{array}{l} x^3 - 2x + 1 = 0 \\ \frac{3}{x+1} - \frac{x-1}{x-1} = 2 \end{array} \right\} \text{代数方程}$$

什么是方程?

$$\left. \begin{array}{l} \sin x + \cos x = 1 \\ x + 1 = \ln x \end{array} \right\} \text{超越方程}$$

上述方程的共同点

作为未知而要求的是一个或几个个特定的值（称为方程的根或解）

体会到方程论对解决实际问题的作用

设未知量



列方程



求解方程

高等数学中方程的推广

作为未知而要求的不再仅是一个或几个个特定的值，而是一个函数（称为方程的根或解）

$$x^2 + y^2 = 1 \quad x \text{ 是自变量, } y=y(x)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad \begin{array}{l} x,y \text{ 是自变量,} \\ z=z(x,y) \end{array}$$

(一) . 实例

例1. 曲线过 $(0, 1)$, 且曲线上每个点处的切线斜率等于该点的横坐标, 求此曲线方程.

设曲线方程为 $y = y(x)$, 则 $y' = x$, $y|_{x=0} = 1$

$$\therefore y = \int x dx = \frac{x^2}{2} + c$$

$$c = 1$$

$$\therefore y = \frac{x^2}{2} + 1$$

(二). 概念

1. **微分方程**: 含有未知函数的导数或微分的方程.

实质: 联系自变量, 未知函数以及未知函数的某些导数 (或微分) 之间的关系式.

如上例中的: $y' = x$ $\frac{dy}{dx} = xy$ $\frac{\partial z}{\partial x} = x + y$

$$y'' + xy' - 3y = e^x \quad (t^2 + x)dt + xdx = 0$$

$$dy + 2xdx = 0 \quad (y - xy)dx + x^2dy = 0$$

$$y''' + y' = x \quad (y'')^2 + xy' - 3y = e^x$$

$$\frac{dy}{dx} = 6\frac{y}{x} - xy^2$$

$$y - xy' = y^2$$

(三). 分类

分类1:按自变量的个数分

常微分方程. $y' = x$ $\frac{dy}{dx} = xy$

偏微分方程.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = x + y$$

本章内容

例1：下列方程中，哪些是微分方程？哪些不是？

$$(1) y'' + 4y' - 3y = 1$$

$$(2) y^2 + 4y - 3 = 0$$

$$(3) dy = \cos x dx$$

$$(4) \frac{d^2 y}{dx^2} = 1 + x$$

(三) . 分类

分类2:微分方程的阶

微分方程中出现的未知函数最高阶导数的阶数，称为微分方程的阶.

通常， n 阶微分方程的一般形式为

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0,$$

其中 x 是自变量， y 是未知函数， $F(x, y, y', \dots, y^{(n)})$ 是已知函数，而且一定含有 $y^{(n)}$.

如：以下方程1, 2, 4是二阶，3是一阶。

$$(1) y'' + 4y' - 3y = 1$$

$$(2) y^2 + 4y - 3 = 0$$

$$(3) dy = \cos x dx$$

$$(4) \frac{d^2 y}{dx^2} = 1 + x$$

例2：指出下列微分方程的阶数。

$$(1) x^2 dx + 2y dy = 0 \quad \text{一阶}$$

$$(2) y'' + (y')^3 + e^x = 0 \quad \text{二阶}$$

$$(3) -dy = \frac{2y}{100 + x} dx \quad \text{一阶}$$

$$(4) xy''' - 5y' + 3xy = \cos^2 x \quad \text{三阶}$$

例2：指出下列微分方程的阶数。

$$(5) xdx + y^2 dy = 0 \quad \text{一阶}$$

$$(6) y'' + 8y' = 4x^4 + 1 \quad \text{二阶}$$

$$(7) y' + e^y = x^2 \quad \text{一阶}$$

$$(8) (y')^3 \cdot y'' - x^2 y = 1 \quad \text{二阶}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/726143242112010134>