

## 2025 届天津市第二十中学高三 5 月月考数学试题试卷

注意事项:

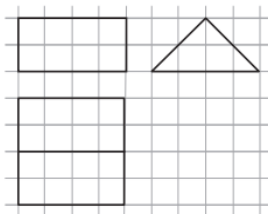
1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁, 不要折暴、不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 复数  $z = (a^2 - 1) + (a - 1)i$  ( $a \in R$ ) 为纯虚数, 则  $z =$  ( )

- A.  $i$                       B.  $-2i$                       C.  $2i$                       D.  $-i$

2. 如图所示, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗线画出的是某几何体的三视图, 其中左视图中三角形为等腰直角三角形, 则该几何体外接球的体积是 ( )



- A.  $16\pi$                       B.  $\frac{32\pi}{3}$   
 C.  $\frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$                       D.  $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$

3. 为了进一步提升驾驶人交通安全文明意识, 驾考新规要求驾校学员必须到街道路口执勤站岗, 协助交警劝导交通. 现有甲、乙等 5 名驾校学员按要求分配到三个不同的路口站岗, 每个路口至少一人, 且甲、乙在同一路口的分配方案共有 ( )

- A. 12 种                      B. 24 种                      C. 36 种                      D. 48 种

4. 若复数  $z$  满足  $(1 - i)z = -1 + 2i$ , 则  $|\bar{z}| =$  ( )

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       B.  $\frac{3}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$                       D.  $\frac{1}{2}$

5. 设过定点  $M(0, 2)$  的直线  $l$  与椭圆  $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  交于不同的两点  $P, Q$ , 若原点  $O$  在以  $PQ$  为直径的圆的外部, 则直线  $l$  的斜率  $k$  的取值范围为 ( )

- A.  $\left(-\sqrt{5}, -\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$                       B.  $\left(-\sqrt{5}, -\frac{\sqrt{6}}{3}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{6}}{3}, \sqrt{5}\right)$

C.  $\left(\frac{\sqrt{6}}{2}, \sqrt{5}\right)$                       D.  $\left(-\sqrt{5}, -\frac{\sqrt{6}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{6}}{2}, \sqrt{5}\right)$

6. 若  $(1+ax)(1+x)^5$  的展开式中  $x^2, x^3$  的系数之和为  $-10$ ，则实数  $a$  的值为 ( )

- A.  $-3$                       B.  $-2$                       C.  $-1$                       D.  $1$

7. 已知向量  $\vec{a} = (-\sqrt{3}, 1), \vec{b} = (3, \sqrt{3})$ ，则向量  $\vec{b}$  在向量  $\vec{a}$  方向上的投影为 ( )

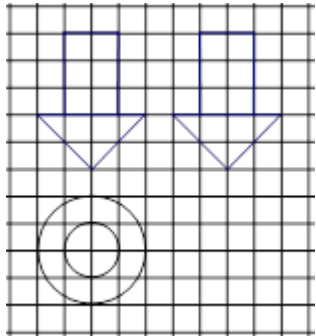
- A.  $-\sqrt{3}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C.  $-1$                       D.  $1$

8. 将函数  $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$  图象上每一点的横坐标变为原来的 2 倍，再将图像向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度，得到函数

$y = g(x)$  的图象，则函数  $y = g(x)$  图象的一个对称中心为 ( )

- A.  $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$                       B.  $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$                       C.  $(\pi, 0)$                       D.  $\left(\frac{4\pi}{3}, 0\right)$

9. 陀螺是中国民间最早的娱乐工具，也称陀罗。如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗线画出的是某个陀螺的三视图，则该陀螺的表面积为 ( )



- A.  $(7 + 2\sqrt{2})\pi$                       B.  $(10 + 2\sqrt{2})\pi$   
 C.  $(10 + 4\sqrt{2})\pi$                       D.  $(11 + 4\sqrt{2})\pi$

10. 抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的准线与  $x$  轴的交点为点  $C$ ，过点  $C$  作直线  $l$  与抛物线交于  $A, B$  两点，使得  $A$  是  $BC$  的中点，则直线  $l$  的斜率为 ( )

- A.  $\pm \frac{1}{3}$                       B.  $\pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$                       C.  $\pm 1$                       D.  $\pm \sqrt{3}$

11.  $\left(x + \frac{a}{x}\right)\left(2x - \frac{1}{x}\right)^5$  的展开式中各项系数的和为 2，则该展开式中常数项为

- A.  $-40$                       B.  $-20$                       C.  $20$                       D.  $40$

12. 已知直线  $l: y = 2x + 10$  过双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的一个焦点且与其中一条渐近线平行, 则双曲线的方程为 ( )

- A.  $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{20} = 1$       B.  $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$       C.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$       D.  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 1, a_{n+1} = 2n - a_n$ , 则数列  $\{a_n\}$  的通项公式  $a_n =$  \_\_\_\_\_.

14. 设  $f(x)$  是定义在  $(0, +\infty)$  上的函数, 且  $f(x) > 0$ , 对任意  $a > 0, b > 0$ , 若经过点  $(a, f(a)), (b, -f(b))$  的一次函数与  $x$  轴的交点为  $(c, 0)$ , 且  $a, b, c$  互不相等, 则称  $c$  为  $a, b$  关于函数  $f(x)$  的平均数, 记为  $M_f(a, b)$ . 当

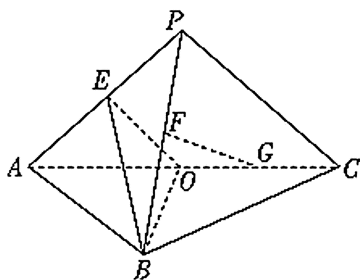
$f(x) =$  \_\_\_\_\_ ( $x > 0$ ) 时,  $M_f(a, b)$  为  $a, b$  的几何平均数  $\sqrt{ab}$ . (只需写出一个符合要求的函数即可)

15. 已知点  $P$  是直线  $l: y = x + 1$  上的动点, 点  $Q$  是抛物线  $y = x^2$  上的动点. 设点  $M$  为线段  $PQ$  的中点,  $O$  为原点, 则  $|OM|$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

16. 对任意正整数  $n$ , 函数  $f(n) = 2n^3 - 7n^2 \cos n\pi - \lambda n - 1$ , 若  $f(2) \geq 0$ , 则  $\lambda$  的取值范围是 \_\_\_\_\_; 若不等式  $f(n) \geq 0$  恒成立, 则  $\lambda$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

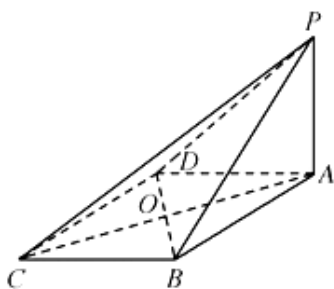
17. (12 分) 如图, 在三棱锥  $P-ABC$  中, 平面  $PAC \perp$  平面  $ABC$ ,  $AB = BC$ ,  $PA \perp PC$ . 点  $E, F, O$  分别为线段  $PA, PB, AC$  的中点, 点  $G$  是线段  $CO$  的中点.



(1) 求证:  $PA \perp$  平面  $EBO$ .

(2) 判断  $FG$  与平面  $EBO$  的位置关系, 并证明.

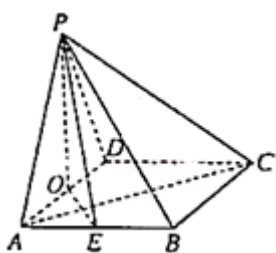
18. (12 分) 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为菱形,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $AB = 4$ .



(1) 求证:  $BD \perp$  平面  $PAC$ ;

(2) 若直线  $PC$  与平面  $ABCD$  所成的角为  $30^\circ$ , 求平面  $PAB$  与平面  $PCD$  所成锐二面角的余弦值.

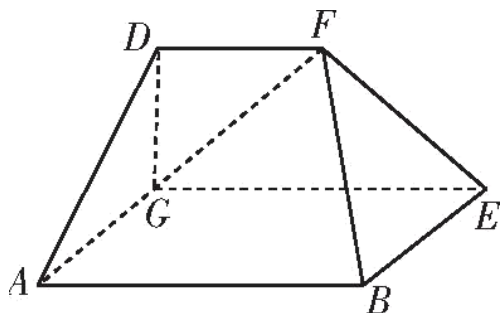
19. (12分) 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 四边形  $ABCD$  为菱形,  $PA=5$ ,  $PB=\sqrt{43}$ ,  $AB=6$ ,  $PO \perp AD$ ,  $O, E$  分别为  $AD, AB$  中点.  $\angle BAD=60^\circ$ .



(1) 求证:  $AC \perp PE$ ;

(2) 求平面  $POE$  与平面  $PBD$  所成锐二面角的余弦值.

20. (12分) 在如图所示的多面体中, 四边形  $ABEG$  是矩形, 梯形  $DGEF$  为直角梯形, 平面  $DGEF \perp$  平面  $ABEG$ , 且  $DG \perp GE$ ,  $DF \parallel GE$ ,  $AB=2AG=2DG=2DF=2$ .



(1) 求证:  $FG \perp$  平面  $BEF$ .

(2) 求二面角  $A-BF-E$  的大小.

21. (12分) 已知曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos \theta, \\ y = \sin \theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数). 以直角坐标系的原点  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴

为极轴建立坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho \sin^2 \theta = 4 \cos \theta$ .

(1) 求  $C_1$  的普通方程和  $C_2$  的直角坐标方程;

(2) 若过点  $F(1, 0)$  的直线  $l$  与  $C_1$  交于  $A, B$  两点, 与  $C_2$  交于  $M, N$  两点, 求  $\frac{|FA| \cdot |FB|}{|FM| \cdot |FN|}$  的取值范围.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/726231105035010215>