

2024 年新课标 II 卷高考数学试题及答案

本试卷共 10 页，19 小题，满分 150 分。

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交。

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的。请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上。

1. 已知 $z = 1 - i$ ，则 $|z|$ ()

- A. 0 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

2. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, |x - 1| < 1$ ；命题 $q: \exists x > 0, x^3 > x$ ，则 ()

- A. p 和 q 都是真命题 B. $\neg p$ 和 q 都是真命题
C. p 和 $\neg q$ 都是真命题 D. $\neg p$ 和 $\neg q$ 都是真命题

3. 已知向量 a, b 满足 $|a| = 1, |a - 2b| = 2$ ，且 $b \perp 2a - b$ ，则 $|b|$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

4. 某农业研究部门在面积相等的 100 块稻田上种植一种新型水稻，得到各块稻田的亩产量 (单位: kg) 并部分整理下表

亩产量	[900, 950)	[950, 1000)	[1000, 1050)	[1100, 1150)	[1150, 1200)
频数	6	12	18	24	10

据表中数据，结论中正确的是 ()

- A. 100 块稻田亩产量的中位数小于 1050kg
B. 100 块稻田中亩产量低于 1100kg 的稻田所占比例超过 80%

- C. 100 块稻田亩产量的极差介于 200kg 至 300kg 之间
- D. 100 块稻田亩产量的平均值介于 900kg 至 1000kg 之间
5. 已知曲线 $C: x^2 - y^2 = 16 (y > 0)$, 从 C 上任意一点 P 向 x 轴作垂线段 PP' , P' 为垂足, 则线段 PP' 的中点 M 的轨迹方程为 ()
- A. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1 (y > 0)$ B. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{8} = 1 (y > 0)$
- C. $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1 (y > 0)$ D. $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{8} = 1 (y > 0)$
6. 设函数 $f(x) = a(x-1)^2 - 1$, $g(x) = \cos x - 2ax$, 当 $x \in (1, 1)$ 时, 曲线 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 恰有一个交点, 则 $a =$ ()
- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2
7. 已知正三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积为 $\frac{52}{3}$, $AB = 6$, $A_1B_1 = 2$, 则 AA_1 与平面 ABC 所成角的正切值为 ()
- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 3
8. 设函数 $f(x) = (x-a)\ln(x-b)$, 若 $f(x) > 0$, 则 $a^2 - b^2$ 的最小值为 ()
- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1
- 二、多项选择题: 本大题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对得 6 分, 选对但不全的得部分分, 有选错的得 0 分.
9. 对于函数 $f(x) = \sin 2x$ 和 $g(x) = \sin(x - \frac{\pi}{4})$, 下列正确的有 ()
- A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同零点 B. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同最大值
- C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的最小正周期 D. $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图像有相同的对称轴
10. 抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的准线为 l , P 为 C 上的动点, 过 P 作 $\odot A: x^2 + (y-4)^2 = 1$ 的一条切线, Q 为切点, 过 P 作 l 的垂线, 垂足为 B , 则 ()
- A. l 与 A 相切
- B. 当 P, A, B 三点共线时, $|PQ| = \sqrt{15}$
- C. 当 $|PB| = 2$ 时, $PA = AB$
- D. 满足 $|PA| = |PB|$ 的点 P 有且仅有 2 个
11. 设函数 $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 - 1$, 则 ()

- A. 当 $a = 1$ 时, $f(x)$ 有三个零点
 B. 当 $a = 0$ 时, $x = 0$ 是 $f(x)$ 的极大值点
 C. 存在 a, b , 使得 $x = b$ 为曲线 $y = f(x)$ 的对称轴
 D. 存在 a , 使得点 $(1, f(1))$ 为曲线 $y = f(x)$ 的对称中心

三、填空题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_3 + a_4 = 7$, $3a_2 + a_5 = 5$, 则 $S_{10} =$ _____.

13. 已知 α 为第一象限角, β 为第三象限角, $\tan \alpha = 4$, $\tan \alpha \tan \beta = \sqrt{2} - 1$, 则 $\sin(\alpha - \beta) =$ _____.

14. 在如图的 4×4 方格表中选 4 个方格, 要求每行和每列均恰有一个方格被选中, 则共有 _____ 种选法, 在所有符合上述要求的选法中, 选中方格中的 4 个数之和的最大值是 _____.

11	21	31	40
12	22	33	42
13	22	33	43
15	24	34	44

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sin A = \sqrt{3} \cos A = 2$.

(1) 求 A .

(2) 若 $a = 2$, $\sqrt{2}b \sin C = c \sin 2B$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

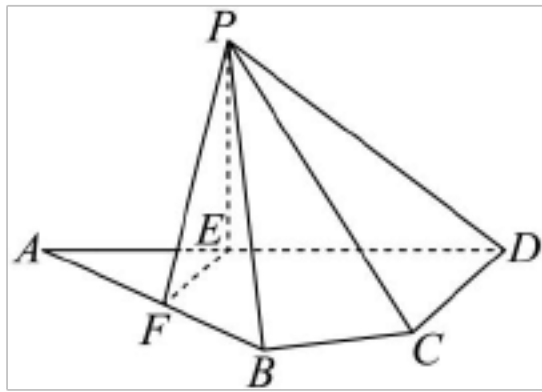
16. 已知函数 $f(x) = e^x - ax - a^3$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若 $f(x)$ 有极小值, 且极小值小于 0, 求 a 的取值范围.

17. 如图, 平面四边形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $CD = 3$, $AD = 5\sqrt{3}$, $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle BAD = 30^\circ$,

点 E, F 满足 $AE = \frac{2}{5}AD$, $AF = \frac{1}{2}AB$, 将 $\triangle AEF$ 沿 EF 对折至 $\triangle PEF$, 使得 $PC = 4\sqrt{3}$.



(1) 证明： $EF \parallel PD$ ；

(2) 求面 PCD 与面 PBF 所成的二面角的正弦值.

18. 某投篮比赛分为两个阶段，每个参赛队由两名队员组成，比赛具体规则如下：第一阶段由参赛队中一名队员投篮 3 次，若 3 次都未投中，则该队被淘汰，比赛成员为 0 分；若至少投中一次，则该队进入第二阶段，由该队的另一名队员投篮 3 次，每次投中得 5 分，未投中得 0 分. 该队的比赛成绩为第二阶段的得分总和. 某参赛队由甲、乙两名队员组成，设甲每次投中的概率为 p ，乙每次投中的概率为 q ，各次投中与否相互独立.

(1) 若 $p = 0.4$ ， $q = 0.5$ ，甲参加第一阶段比赛，求甲、乙所在队的比赛成绩不少于 5 分的概率.

(2) 假设 $0 < p < q$ ，

(i) 为使得甲、乙所在队的比赛成绩为 15 分的概率最大，应该由谁参加第一阶段比赛？

(ii) 为使得甲、乙，所在队的比赛成绩的数学期望最大，应该由谁参加第一阶段比赛？

19. 已知双曲线 $C: x^2 - y^2 = m$ ($m > 0$)，点 $P_1(5, 4)$ 在 C 上， k 为常数， $0 < k < 1$. 按照如下

方式依次构造点 P_n ($n = 2, 3, \dots$)，过 P_{n-1} 作斜率为 k 的直线与 C 的左支交于点 Q_{n-1} ，令 P_n 为 Q_{n-1}

关于 y 轴的对称点，记 P_n 的坐标为 (x_n, y_n) .

(1) 若 $k = \frac{1}{2}$ ，求 x_2, y_2 ；

(2) 证明：数列 $\{x_n - y_n\}$ 是公比为 $\frac{1-k}{1+k}$ 的等比数列；

(3) 设 S_n 为 $\triangle P_n P_{n-1} P_{n-2}$ 的面积，证明：对任意的正整数 n ， $S_n = S_{n-1}$.

1. C

【分析】由复数模的计算公式直接计算即可.

【详解】若 $z = 1 + i$, 则 $|z| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.

故选: C.

2. B

【分析】对于两个命题而言, 可分别取 $x = -1$ 、 $x = 1$, 再结合命题及其否定的真假性相反即可得解.

【详解】对于 p 而言, 取 $x = -1$, 则有 $|x - 1| = 0 < 1$, 故 p 是假命题, $\neg p$ 是真命题,

对于 q 而言, 取 $x = 1$, 则有 $x^3 - 1 = 0 = x$, 故 q 是真命题, $\neg q$ 是假命题,

综上, $\neg p$ 和 q 都是真命题.

故选: B.

3. B

【分析】由 $b^2 = 2a - b$ 得 $b^2 + b = 2a$, 结合 $|a| \leq 1, |a - 2b| \leq 2$, 得 $1 - 4a + b + 4b^2 = 1 - 6b^2 + 4$,

由此即可得解.

【详解】因为 $b^2 = 2a - b$, 所以 $b^2 + b = 2a$, 即 $b^2 + b = 2a$,

又因为 $|a| \leq 1, |a - 2b| \leq 2$,

所以 $1 - 4a + b + 4b^2 = 1 - 6b^2 + 4$,

从而 $|b| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选: B.

4. C

【分析】计算出前三段频数即可判断 A; 计算出低于 1100kg 的频数, 再计算比例即可判断 B; 根据极差计算方法即可判断 C; 根据平均值计算公式即可判断 D.

【详解】对于 A, 根据频数分布表可知, $6 + 12 + 18 + 36 + 50$,

所以亩产量的中位数不小于 1050kg, 故 A 错误;

对于 B, 亩产量不低于 1100kg 的频数为 $24 + 10 = 34$,

所以低于 1100kg 的稻田占比为 $\frac{100 - 34}{100} = 66\%$, 故 B 错误;

对于 C, 稻田亩产量的极差最大为 $1200 - 900 = 300$, 最小为 $1150 - 950 = 200$, 故 C 正确;

对于 D, 由频数分布表可得, 亩产量在 $[1050, 1100)$ 的频数为 $100 - (6 + 12 + 18 + 24 + 10) = 30$, 所以平均值为 $\frac{1}{100} (6 \times 925 + 12 \times 975 + 18 \times 1025 + 30 \times 1075 + 24 \times 1125 + 10 \times 1175) = 1067$, 故 D

错误.

故选: C.

5. A

【分析】设点 $M(x, y)$, 由题意, 根据中点的坐标表示可得 $P(x, 2y)$, 代入圆的方程即可求解.

【详解】设点 $M(x, y)$, 则 $P(x, y_0), P(x, 0)$,

因为 M 为 PP_0 的中点, 所以 $y_0 = 2y$, 即 $P(x, 2y)$,

又 P 在圆 $x^2 + y^2 = 16(y - 0)$ 上,

所以 $x^2 + 4y^2 = 16(y - 0)$, 即 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1(y - 0)$,

即点 M 的轨迹方程为 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1(y - 0)$.

故选: A

6. D

【分析】解法一: 令 $F(x) = ax^2 + a - 1, G(x) = \cos x$, 分析可知曲线 $y = F(x)$ 与 $y = G(x)$ 恰有一个交点, 结合偶函数的对称性可知该交点只能在 y 轴上, 即可得 $a = 2$, 并代入检验即可;

解法二: 令 $h(x) = f(x) - g(x), x \in (-1, 1)$, 可知 $h(x)$ 为偶函数, 根据偶函数的对称性可知 $h(x)$ 的零点只能为 0, 即可得 $a = 2$, 并代入检验即可.

【详解】解法一: 令 $f(x) = g(x)$, 即 $a(x - 1)^2 + 1 = \cos x + 2ax$, 可得 $ax^2 + a - 1 = \cos x$,

令 $F(x) = ax^2 + a - 1, G(x) = \cos x$,

原题意等价于当 $x \in (-1, 1)$ 时, 曲线 $y = F(x)$ 与 $y = G(x)$ 恰有一个交点,

注意到 $F(x), G(x)$ 均为偶函数, 可知该交点只能在 y 轴上,

可得 $F(0) = G(0)$, 即 $a - 1 = 1$, 解得 $a = 2$,

若 $a = 2$, 令 $F(x) = G(x)$, 可得 $2x^2 + 1 = \cos x + 4x$

因为 $x \in (-1, 1)$, 则 $2x^2 \geq 0, 1 - \cos x \geq 0$, 当且仅当 $x = 0$ 时, 等号成立,

可得 $2x^2 + 1 - \cos x = 0$, 当且仅当 $x = 0$ 时, 等号成立,

则方程 $2x^2 - 1 - \cos x = 0$ 有且仅有一个实根 0 ，即曲线 $y = F(x)$ 与 $y = G(x)$ 恰有一个交点，
所以 $a = 2$ 符合题意；

综上所述： $a = 2$ 。

解法二：令 $h(x) = f(x) - g(x) = ax^2 - a - 1 - \cos x, x \in [1, 1]$ ，

原题意等价于 $h(x)$ 有且仅有一个零点，

因为 $h(x) = a - x^2 - a - 1 - \cos x = ax^2 - a - 1 - \cos x = h(x)$ ，

则 $h(x)$ 为偶函数，

根据偶函数的对称性可知 $h(x)$ 的零点只能为 0 ，

即 $h(0) = a - 2 = 0$ ，解得 $a = 2$ ，

若 $a = 2$ ，则 $h(x) = 2x^2 - 1 - \cos x, x \in [1, 1]$ ，

又因为 $2x^2 - 0, 1 - \cos x = 0$ 当且仅当 $x = 0$ 时，等号成立，

可得 $h(x) = 0$ ，当且仅当 $x = 0$ 时，等号成立，

即 $h(x)$ 有且仅有一个零点 0 ，所以 $a = 2$ 符合题意；

故选：D。

7. B

【分析】解法一：根据台体的体积公式可得三棱台的高 $h = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，做辅助线，结合正三棱台

的结构特征求得 $AM = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，进而根据线面夹角的定义分析求解；解法二：将正三棱台

$ABC - A_1B_1C_1$ 补成正三棱锥 $P - ABC$ ， AA_1 与平面 ABC 所成角即为 PA 与平面 ABC 所成角，

根据比例关系可得 $V_{P-ABC} = 18$ ，进而可求正三棱锥 $P - ABC$ 的高，即可得结果。

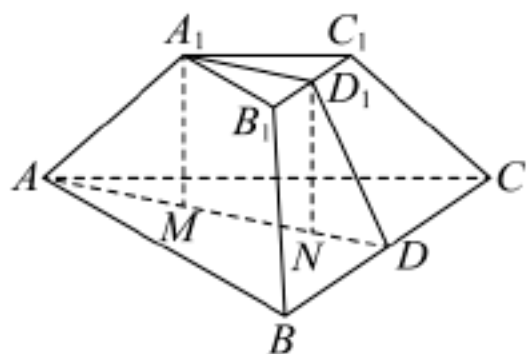
【详解】解法一：分别取 BC, B_1C_1 的中点 D, D_1 ，则 $AD = 3\sqrt{3}, AD_1 = \sqrt{3}$ ，

可知 $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}, S_{A_1B_1C_1} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$ ，

设正三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 的高为 h ，

则 $V_{ABC - A_1B_1C_1} = \frac{1}{3} \cdot 9\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{9\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} \cdot h = \frac{52}{3}$ ，解得 $h = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，

如图，分别过 A, D_1 作底面垂线，垂足为 M, N ，设 $AM = x$ ，



$$\text{则 } AA_1 = \sqrt{AM^2 + A_1M^2} = \sqrt{x^2 + \frac{16}{3}}, \quad DN = AD - AM - MN = 2\sqrt{3} - x,$$

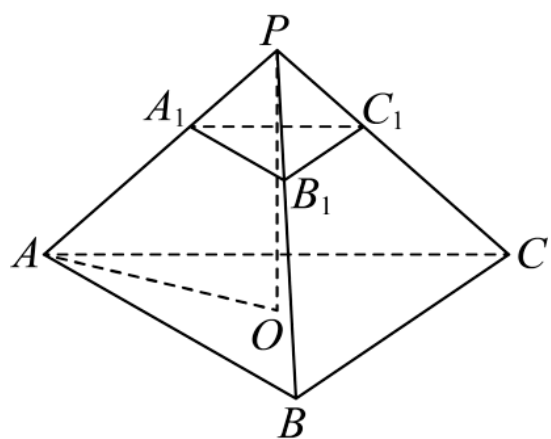
$$\text{可得 } DD_1 = \sqrt{DN^2 + D_1N^2} = \sqrt{(2\sqrt{3} - x)^2 + \frac{16}{3}},$$

$$\text{结合等腰梯形 } BCC_1B_1 \text{ 可得 } BB_1 = \frac{6 - 2}{2} DD_1,$$

$$\text{即 } x^2 + \frac{16}{3} = (2\sqrt{3} - x)^2 + \frac{16}{3} - 4, \text{ 解得 } x = \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{所以 } AA_1 \text{ 与平面 } ABC \text{ 所成角的正切值为 } \tan \angle A_1AD = \frac{A_1M}{AM} = 1;$$

解法二：将正三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 补成正三棱锥 $P - ABC$ ，



则 AA_1 与平面 ABC 所成角即为 PA 与平面 ABC 所成角，

$$\text{因为 } \frac{PA}{AA_1} = \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{1}{3}, \text{ 则 } \frac{V_{P-ABC}}{V_{P-A_1B_1C_1}} = \frac{1}{27},$$

$$\text{可知 } V_{ABC-A_1B_1C_1} = \frac{26}{27} V_{P-ABC} = \frac{52}{3}, \text{ 则 } V_{P-ABC} = 18,$$

$$\text{设正三棱锥 } P - ABC \text{ 的高为 } d, \text{ 则 } V_{P-ABC} = \frac{1}{3} d \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 18, \text{ 解得 } d = 2\sqrt{3},$$

取底面 ABC 的中心为 O ，则 $PO \perp$ 底面 ABC ，且 $AO = 2\sqrt{3}$ ，

$$\text{所以 } PA \text{ 与平面 } ABC \text{ 所成角的正切值 } \tan \angle PAO = \frac{PO}{AO} = 1.$$

故选：B.

8. C

【分析】解法一：由题意可知： $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, b)$ ，分类讨论 a 与 $b, 1 - b$ 的大小关

系，结合符号分析判断，即可得 $b = a - 1$ ，代入可得最值；解法二：根据对数函数的性质分析 $\ln(x - b)$ 的符号，进而可得 $x - a$ 的符号，即可得 $b = a - 1$ ，代入可得最值.

【详解】解法一：由题意可知： $f(x)$ 的定义域为 $(b, +\infty)$ ，

令 $x - a = 0$ 解得 $x = a$ ；令 $\ln(x - b) = 0$ 解得 $x = 1 + b$ ；

若 $a = b$ ，当 $x = b, 1 + b$ 时，可知 $x - a = 0, \ln(x - b) = 0$ ，

此时 $f(x) = 0$ ，不合题意；

若 $b = a - 1$ ，当 $x = a, 1 + b$ 时，可知 $x - a = 0, \ln(x - b) = 0$ ，

此时 $f(x) = 0$ ，不合题意；

若 $a < 1 + b$ ，当 $x = b, 1 + b$ 时，可知 $x - a < 0, \ln(x - b) = 0$ ，此时 $f(x) < 0$ ；

当 $x = 1 + b$ 时，可知 $x - a > 0, \ln(x - b) = 0$ ，此时 $f(x) > 0$ ；

可知若 $a < 1 + b$ ，符合题意；

若 $a > 1 + b$ ，当 $x = 1 + b, a$ 时，可知 $x - a < 0, \ln(x - b) > 0$ ，

此时 $f(x) < 0$ ，不合题意；

综上所述： $a < 1 + b$ ，即 $b = a - 1$ ，

则 $a^2 - b^2 = a^2 - (a - 1)^2 = 2a - 1 \geq 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$ ，当且仅当 $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$ 时，等号成立，

所以 $a^2 - b^2$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$ ；

解法二：由题意可知： $f(x)$ 的定义域为 $(b, +\infty)$ ，

令 $x - a = 0$ 解得 $x = a$ ；令 $\ln(x - b) = 0$ 解得 $x = 1 + b$ ；

则当 $x = b, 1 + b$ 时， $\ln(x - b) = 0$ ，故 $x - a < 0$ ，所以 $1 + b = a - 0$ ；

$x = 1 + b$ 时， $\ln(x - b) = 0$ ，故 $x - a > 0$ ，所以 $1 + b = a - 0$ ；

故 $1 + b = a - 0$ ，则 $a^2 - b^2 = a^2 - (a - 1)^2 = 2a - 1 \geq 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$ ，

当且仅当 $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$ 时，等号成立，

所以 $a^2 - b^2$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$ 。

故选：C.

【点睛】关键点点睛：分别求 $x - a = 0$ 、 $\ln(x - b) = 0$ 的根，以根和函数定义域为临界，比较大小分类讨论，结合符号性分析判断。

9. BC

【分析】根据正弦函数的零点，最值，周期公式，对称轴方程逐一分析每个选项即可。

【详解】A 选项，令 $f(x) = \sin 2x = 0$ ，解得 $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ ，即为 $f(x)$ 零点，

令 $g(x) = \sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0$ ，解得 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$ ，即为 $g(x)$ 零点，

显然 $f(x), g(x)$ 零点不同，A 选项错误；

B 选项，显然 $f(x)_{\max} = g(x)_{\max} = 1$ ，B 选项正确；

C 选项，根据周期公式， $f(x), g(x)$ 的周期均为 $\frac{2\pi}{2} = \pi$ ，C 选项正确；

D 选项，根据正弦函数的性质 $f(x)$ 的对称轴满足 $2x = k\pi + \frac{\pi}{2}, x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$ ，

$g(x)$ 的对称轴满足 $2x - \frac{\pi}{4} = k\pi + \frac{\pi}{2}, x = \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}, k \in \mathbb{Z}$ ，

显然 $f(x), g(x)$ 图像的对称轴不同，D 选项错误。

故选：BC

10. ABD

【分析】A 选项，抛物线准线为 $x = -1$ ，根据圆心到准线的距离来判断；B 选项，P, A, B 三点共线时，先求出 P 的坐标，进而得出切线长；C 选项，根据 $|PB| = 2$ 先算出 P 的坐标，然后验证 $k_{PA} \cdot k_{AB} = -1$ 是否成立；D 选项，根据抛物线的定义， $|PB| = |PF|$ ，于是问题转化成 $|PA| = |PF|$ 的 P 点的存在性问题，此时考察 AF 的中垂线和抛物线的交点个数即可，亦可直接设 P 点坐标进行求解。

【详解】A 选项，抛物线 $y^2 = 4x$ 的准线为 $x = -1$ ，

A 的圆心 $(0, 4)$ 到直线 $x = -1$ 的距离显然是 1，等于圆的半径，故准线 l 和 A 相切，A 选项正确；

B 选项，P, A, B 三点共线时，即 $PA \perp l$ ，则 P 的纵坐标 $y_P = 4$ ，

由 $y_P^2 = 4x_P$ ，得到 $x_P = 4$ ，故 $P(4, 4)$ ，

此时切线长 $|PQ| = \sqrt{|PA|^2 - r^2} = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$ ，B 选项正确；

C选项, 当 $|PB| = 2$ 时, $x_P = 1$, 此时 $y_P^2 = 4x_P = 4$, 故 $P(1,2)$ 或 $P(1,-2)$,

当 $P(1,2)$ 时, $A(0,4), B(1,2)$, $k_{PA} = \frac{4-2}{0-1} = 2$, $k_{AB} = \frac{4-2}{0-(1)} = 2$,

不满足 $k_{PA} \cdot k_{AB} = 1$;

当 $P(1,-2)$ 时, $A(0,4), B(1,2)$, $k_{PA} = \frac{4-(-2)}{0-1} = -6$, $k_{AB} = \frac{4-2}{0-(1)} = 2$,

不满足 $k_{PA} \cdot k_{AB} = 1$;

于是 $PA \perp AB$ 不成立, C选项错误;

D选项, 方法一: 利用抛物线定义转化

根据抛物线的定义, $|PB| = |PF|$, 这里 $F(1,0)$,

于是 $|PA| = |PB|$ 时 P 点的存在性问题转化成 $|PA| = |PF|$ 时 P 点的存在性问题,

$A(0,4), F(1,0)$, AF 中点 $(\frac{1}{2}, 2)$, AF 中垂线的斜率为 $\frac{1}{k_{AF}} = \frac{1}{4}$,

于是 AF 的中垂线方程为: $y = \frac{2x-15}{8}$, 与抛物线 $y^2 = 4x$ 联立可得 $y^2 - 16y - 30 = 0$,

$16^2 - 4 \cdot 30 = 136 > 0$, 即 AF 的中垂线和抛物线有两个交点,

即存在两个 P 点, 使得 $|PA| = |PF|$, D选项正确.

方法二: (设点直接求解)

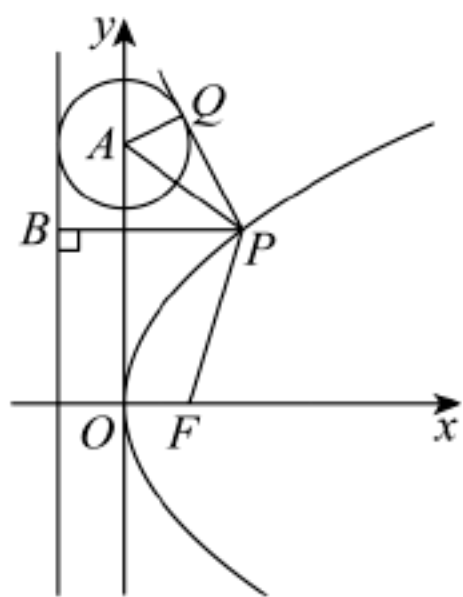
设 $P(\frac{t^2}{4}, t)$, 由 $|PB| = 1$ 可得 $B(1, t)$, 又 $A(0, 4)$, 又 $|PA| = |PB|$,

根据两点间的距离公式, $\sqrt{\frac{t^4}{16} + (t-4)^2} = \frac{t^2}{4} - 1$, 整理得 $t^2 - 16t - 30 = 0$,

$16^2 - 4 \cdot 30 = 136 > 0$, 则关于 t 的方程有两个解,

即存在两个这样的 P 点, D选项正确.

故选: ABD



11. AD

【分析】A选项，先分析出函数的极值点为 $x=0, x=a$ ，根据零点存在定理和极值的符号判断出 $f(x)$ 在 $(-1, 0), (0, a), (a, 2a)$ 上各有一个零点；B选项，根据极值和导函数符号的关系进行分析；C选项，假设存在这样的 a, b ，使得 $x=b$ 为 $f(x)$ 的对称轴，则 $f(x) = f(2b-x)$ 为恒等式，据此计算判断；D选项，若存在这样的 a ，使得 $(1, 3-3a)$ 为 $f(x)$ 的对称中心，则 $f(x) + f(2-x) = 6-6a$ ，据此进行计算判断，亦可利用拐点结论直接求解。

【详解】A选项， $f(x) = 6x^2 - 6ax - 6x(x-a)$ ，由于 $a > 1$ ，
 故 $x \in (-1, 0)$ 时 $f(x) > 0$ ，故 $f(x)$ 在 $(-1, 0)$ 上单调递增，
 $x \in (0, a)$ 时 $f(x) < 0$ ， $f(x)$ 单调递减，
 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处取到极大值，在 $x=a$ 处取到极小值，
 由 $f(0) = 1 > 0$ ， $f(a) = 1 - a^3 < 0$ ，则 $f(0)f(a) < 0$ ，
 根据零点存在定理 $f(x)$ 在 $(0, a)$ 上有一个零点，
 又 $f(-1) = 1 - 3a < 0$ ， $f(2a) = 4a^3 - 1 > 0$ ，则 $f(-1)f(0) < 0, f(a)f(2a) < 0$ ，
 则 $f(x)$ 在 $(-1, 0), (a, 2a)$ 上各有一个零点，于是 $a > 1$ 时， $f(x)$ 有三个零点，A选项正确；
 B选项， $f(x) = 6x(x-a)$ ， $a < 0$ 时， $x \in (a, 0)$ 时 $f(x) > 0$ ， $f(x)$ 单调递减，
 $x \in (0, +\infty)$ 时 $f(x) < 0$ ， $f(x)$ 单调递增，
 此时 $f(x)$ 在 $x=0$ 处取到极小值，B选项错误；
 C选项，假设存在这样的 a, b ，使得 $x=b$ 为 $f(x)$ 的对称轴，
 即存在这样的 a, b 使得 $f(x) = f(2b-x)$ ，
 即 $2x^3 - 3ax^2 + 1 = 2(2b-x)^3 - 3a(2b-x)^2 + 1$ ，

根据二项式定理，等式右边 $(2b-x)^3$ 展开式含有 x^3 的项为 $2C_3^3(2b)^0(-x)^3 = -2x^3$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/727041200042010005>