

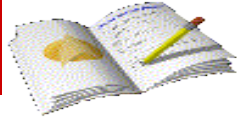
圆的对称性(1)

——垂径定理





想一想



1. 圆是轴对称图形吗？

如果是，它的对称轴是什么？

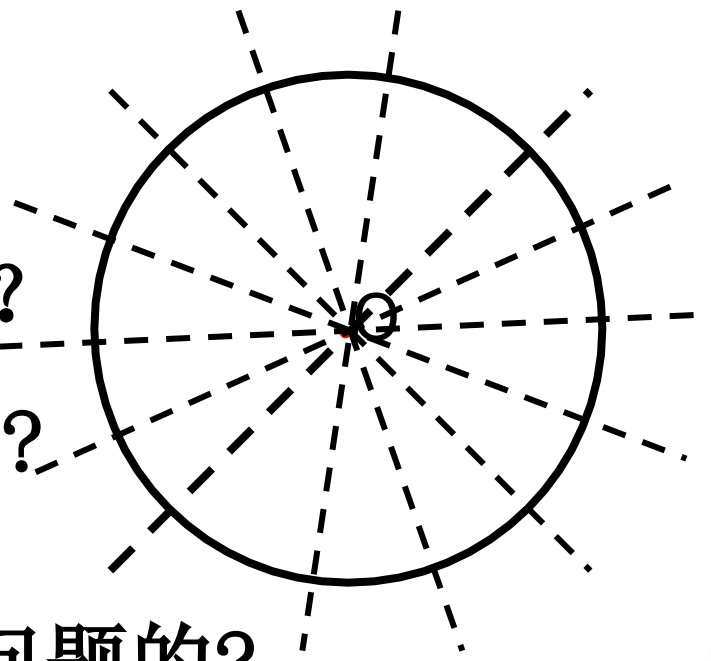
你能找到多少条对称轴？

你是用什么方法解决这个问题的？

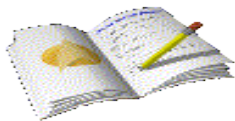
圆是轴对称图形。

其对称轴是任意一条过圆心的直线。

用折叠的方法即可解决这个问题。



相关概念



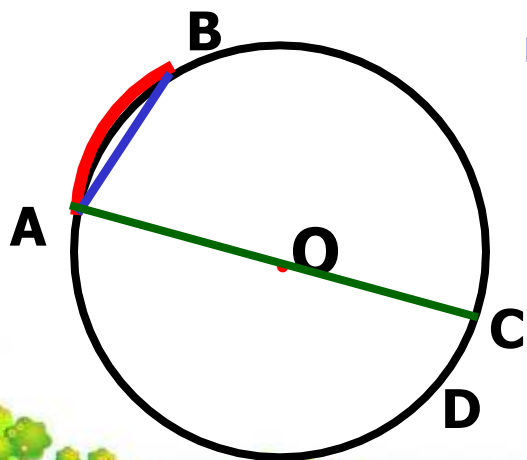
■ 圆上任意两点间的部分叫做**圆弧**,简称**弧**.

n 以A,B两点为端点的**弧**.记作 \widehat{AB} 读作“弧AB”
 n 小于半圆的**弧**叫做劣弧,如记作 \widehat{AB} (用两个字母).

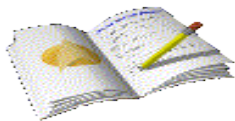
n 大于半圆的**弧**叫做优弧,如记作 \widehat{ADB} (用三个字母).

n 连接圆上任意两点间的线段叫做**弦** (如弦AB).

n 经过圆心的**弦**叫做**直径**(如直径AC).



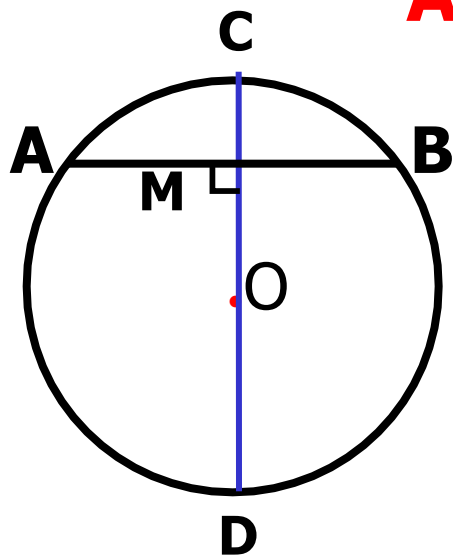
探求不断



如图,CD是直径, AB弦, $CD \perp AB$,垂足为M。

你能发现图中有哪些等量关系?
请你说说它们相等的理由。

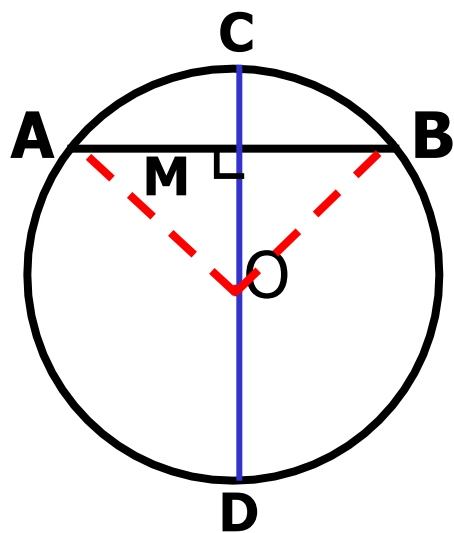
$$AM=BM, \widehat{AC}=\widehat{BC}, \widehat{AD}=\widehat{BD}$$



已知：**CD**是 $\odot O$ 的直径，**AB**是 $\odot O$ 的弦，
且**CD** \perp **AB**于**M**，

求证：**AM=BM**， $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ ， $\widehat{AD} = \widehat{BD}$

证明：**连接OA, OB**，则**OA=OB**。



\because **CD** \perp **AB**于**M**

\therefore **AM=BM**.

\therefore 点**A**和点**B**关于**CD**对称.

\because $\odot O$ 关于直径**CD**对称，

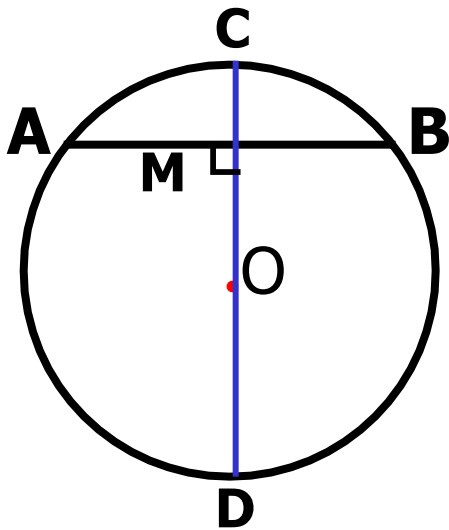
\therefore 当圆沿着直径**CD**对折时，点**A**与点**B**重合， \widehat{AC} 和 \widehat{BC} 重合， \widehat{AD} 和 \widehat{BD} 重合.

\therefore $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ ， $\widehat{AD} = \widehat{BD}$.



垂径定理

■ 定理 垂直于弦的直径平分弦,并且平分弦所的两条弧.

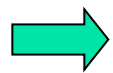


\because CD是直径,
CD \perp AB,

\therefore AM=BM,

$\widehat{AC} = \widehat{BC}$, $\widehat{AD} = \widehat{BD}$.

条件 { ①一条直径
②垂直于弦



结论

③直径平分弦

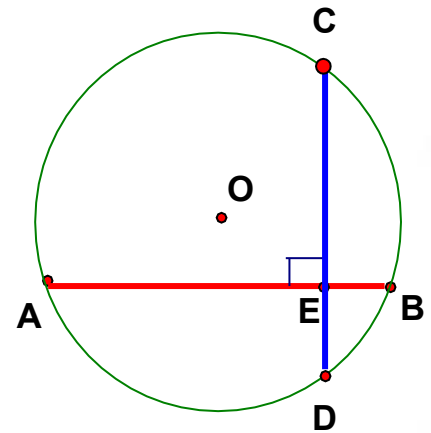
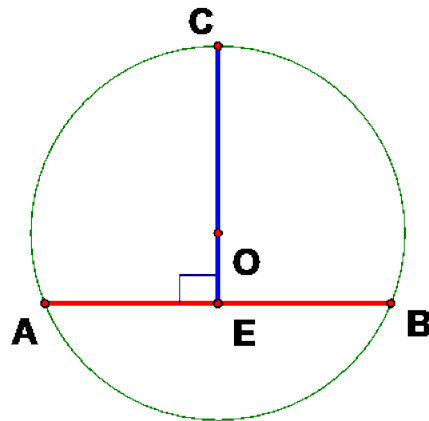
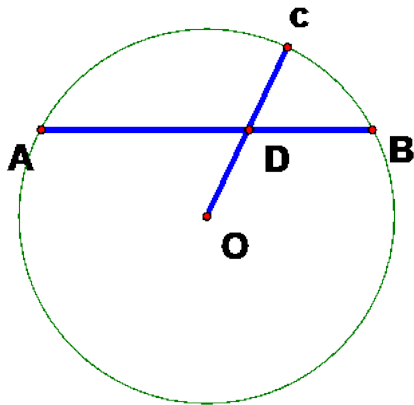
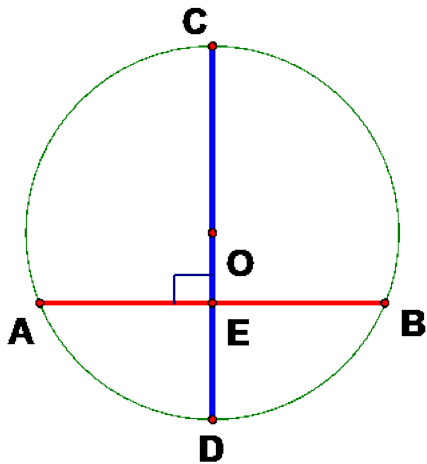
④平分弦所对的劣弧

⑤平分弦所对的优弧



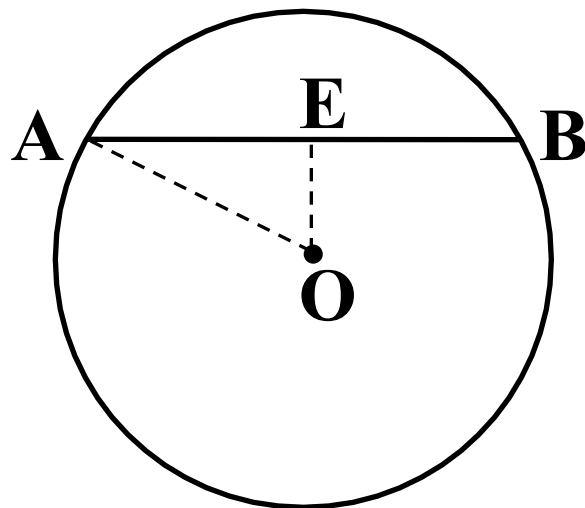
火眼金睛

下列图形是否具备垂径定理的条件？



练一练

如图，已知在 $\odot O$ 中，弦 AB 的长为8厘米，圆心 O 到 AB 的距离为3厘米，求 $\odot O$ 的半径。



解：连结 OA 。过 O 作 $OE \perp AB$ ，垂足为 E

则 $AE = BE = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ 厘米

在 $Rt\triangle AOE$ 中， $OE = 3$ 厘米，根据勾股定理

$$OA = \sqrt{AE^2 + OE^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ 厘米}$$

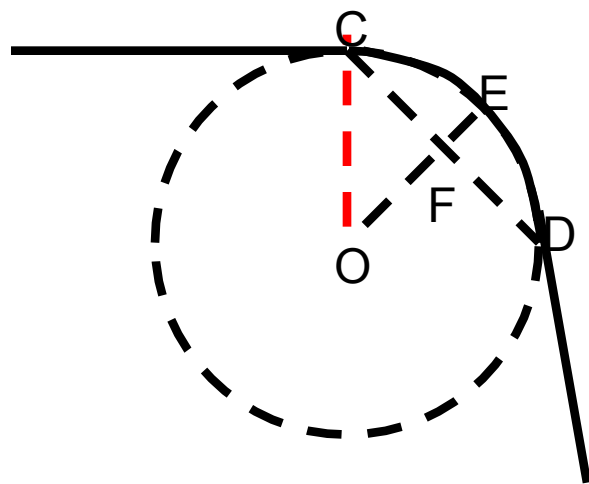
$\therefore \odot O$ 的半径为5厘米。

若 E 为弦 AB 上一动点，则 OE 取值范围是_____。



练一练

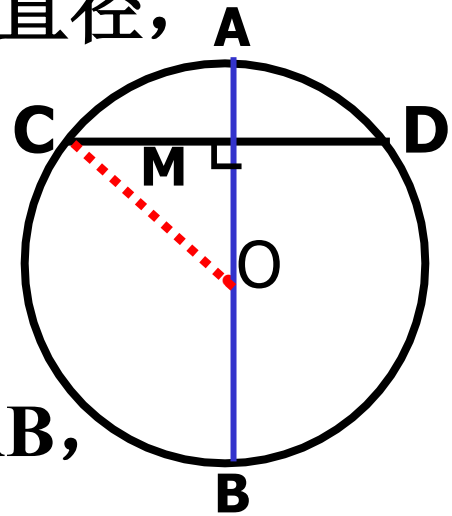
如图，一条公路的转弯处是一段圆弧(即图中 \widehat{CD} ，点 O 是 \widehat{CD} 的圆心)，其中 $CD=600\text{m}$ ， E 为 \widehat{CD} 上一点，且 $OE \perp CD$ ，垂足为 F ， $EF=90\text{m}$ ，求这段弯路的半径。



练一练

1. 在 $\odot O$ 中，若 $CD \perp AB$ 于 M ， AB 为直径，则下列结论不正确的是（**C**）

- A、 $\widehat{AC} = \widehat{AD}$ B、 $\widehat{BC} = \widehat{BD}$
C、 $AM = OM$ D、 $CM = DM$

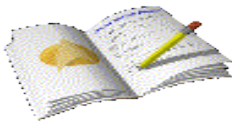


2. 已知 $\odot O$ 的直径 $AB=10$ ，弦 $CD \perp AB$ ，垂足为 M ， $OM=3$ ，则 $CD=$ **8**.

3. 在 $\odot O$ 中， $CD \perp AB$ 于 M ， AB 为直径，若 $CD=10$ ， $AM=1$ ，则 $\odot O$ 的半径是 **13**.



做一做



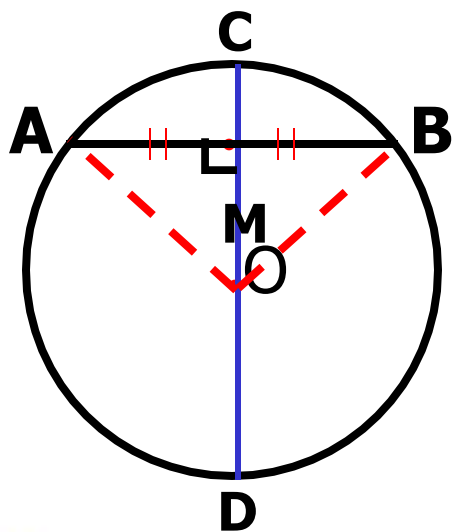
垂径定理的逆定理

■ **AB**是 $\odot O$ 的一条弦,且 $AM=BM$.

n 过点**M**作直径**CD**.

n 下图是轴对称图形吗?如果是,其对称轴是什么?

■ 你能发现图中有哪些等量关系?与同伴说说你的想法和理由.



n 小明发现图中有:

- n 由
- ① **CD**是直径
 - ③ $AM=BM$

可推得

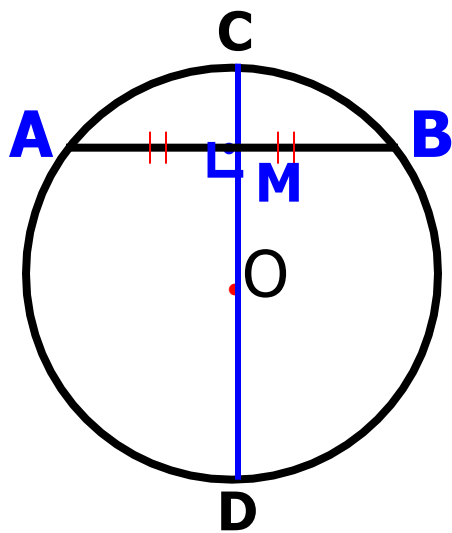
- ② $CD \perp AB$,
- ④ $\widehat{AC} = \widehat{BC}$,
- ⑤ $\widehat{AD} = \widehat{BD}$.



垂径定理的逆定理

平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧。

被平分的这条弦不是直径



CD是直径
AM=BM

可推得

$CD \perp AB,$
 $\widehat{AC} = \widehat{BC},$
 $\widehat{AD} = \widehat{BD}.$



练一练

判断:

- (1)垂直于弦的直线平分这条弦,并且平分弦所对的两条弧. (×)
- (2)平分弦的直径一定垂直于这条弦. (×)
- (3)弦的垂直平分线一定经过圆心. (✓)



课堂小结：

- 1.请说出本节所学习的主要内容。
- 2.还有什么疑惑请提出来



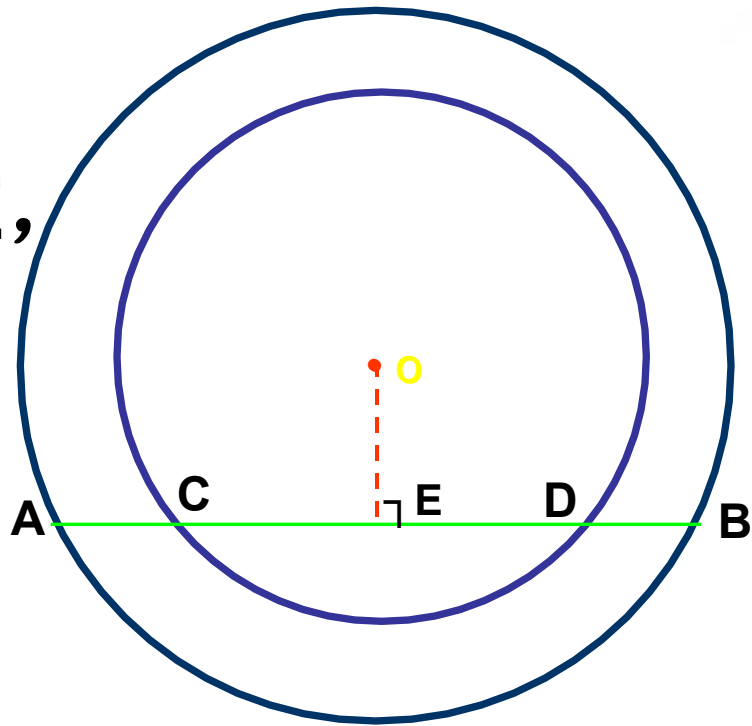
练一练

已知如图，在以O为圆心的两个同心圆中，大圆的弦AB交小圆于C、D两点。

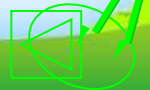
求证： $AC=BD$

证明：过O作 $OE \perp AB$ 于E，
则 $AE=BE, CE=DE$

$\therefore AE - CE = BE - DE$
即 $AC=BD$

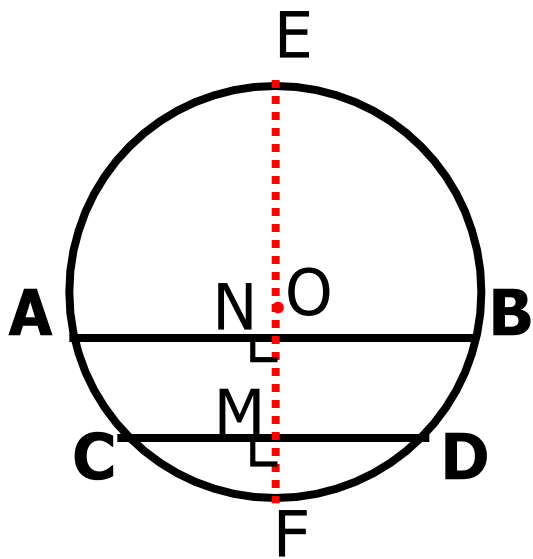


解后指出：在圆中，解有关弦的问题时，常常需要作出“垂直于弦的直径”作为辅助线，实际上，往往只需从圆心作弦的垂线段。



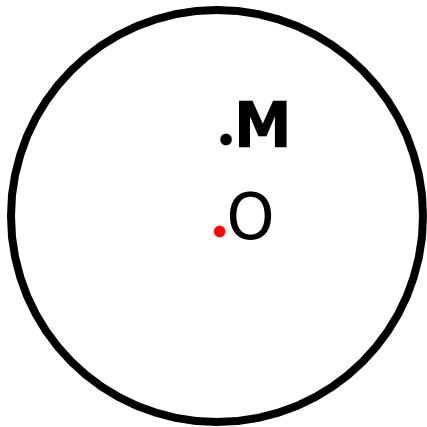
挑战自我 做一做

如果圆的两条弦平行，那么这两条弦所夹的弧相等吗？为什么？



挑战自我 画一画

- 如图, M 为 $\odot O$ 内的一点, 利用尺规作一条弦 AB , 使 AB 过点 M . 并且 $AM=BM$.



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/735100232032011211>