2024-2025学年四川省德阳市高三上学期一诊适应性考试数学检测试卷

一、单选题

1. 已知集合 $P=\left\{x\left|x^2\leq 4\right.\right\},M=\{m\}$，若 $P\cap M=M$，则 m 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,-2]$　　B. $[-2,2]$　　C. $[2,+\infty)$　　D. $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

2. 在复平面内，一个正方形的3个顶点对应的复数分别是1＋2i，－2＋i，0，则第4个顶点对应的复数为（　　）

A. －1＋2i　　B. －1＋3i　　C. 3i　　D. $-\frac{1}{2}+3i$

3. 集合 $M=\left\{y\left|y=2x,x>0\right.\right\}$，$N=\left\{y\left|y=\log_2 x\right.\right\}$，那么"$x\in M$"是"$x\in \mathbf{N}$"的（　　）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 已知 m,n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面，则下列命题正确的是（　　）

A. 若 $m//\alpha,n//\alpha$，则 $m//n$

B. 若 $m//\alpha,m//\beta$，则 $\alpha//\beta$

C. 若 $\alpha\perp\beta,m\perp\beta,m\not\subset\alpha$，则 $m//\alpha$

D. 若 $\alpha\perp\beta,m\subset\alpha$，则 $m\perp\beta$

5. 已知圆 $O:x^2+y^2=1$，过直线 $3x+4y-10=0$ 上的动点 P 作圆 O 的一条切线，切点为 A，则 $|PA|$ 的最小值为（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

6. 已知圆台上、下底面的半径分别为3和5，母线长为4，AB 为上底面圆的一条直径，C 是下底面圆周上的一个动点，则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为（　　）

A. $3\sqrt{37}$　　B. $6\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{37}$　　D. $3\sqrt{3}$

7. 设数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 均为公比不等于1的等比数列，前 n 项和分别为 S_n,T_n，若

$S_n=(2^n+1)T_n$，则$\frac{a_4}{b_8}=$（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\frac{3}{2}$　　D. 2

8. 已知函数$f\left(x\right)=\sin x$，若存在实数x_1，x_2，…，x_n，满足$0\le x_1<x_2<\cdots<x_n\le 4\pi$，且$\left|f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right|+\left|f\left(x_2\right)-f\left(x_3\right)\right|+\cdots+\left|f\left(x_{n-1}\right)-f\left(x_n\right)\right|=8$，则正整数$n$的最小值为（　　）

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

二、多选题

9. 某物理量的测量结果X服从正态分布$N\left(100,\sigma^2\right)$，则（　　）

A. 该正态分布对应的正态密度曲线关于直线$x=100$对称

B. σ越大，该正态分布对应的正态密度曲线越尖陡

C. σ越小，在一次测量中，X的取值落在$\left(99,101\right)$内的概率越大

D. 在一次测量中，X的取值落在$\left(99,102\right)$与落在$\left(101,104\right)$的概率相等

10. $a,b\in\mathbf{R}$，则下列命题中正确的是（　）

A. 若$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，则$a>b$　　B. 若$\ln a>\ln b$，则$a>b$

C. 若$ac^2>bc^2$，则$a>b$　　D. 若$\left|a\right|>\left|b\right|$，则$a^3>b^3$

11. 在下列关于二项式的命题中，正确的是（　　）

A. 若二项式$\left(a+b\right)^n$的展开式中，第3项的二项式系数最大，则$n=5$

B. 若$\left(1-2x\right)^8=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_8x^8$，则$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_8=0$

C. 在$\left(2x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$的展开式中，常数项为60

D. $\left(1+x\right)\left(1-x\right)^5$的展开式中，$x^2$的系数为5

三、填空题

12. 已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的模分别为2，1，且$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{3}$，则$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=$______.

13. 化简：$\left(\dfrac{\sqrt{3}}{\cos10^{\circ}}-\dfrac{1}{\sin10^{\circ}}\right)\cdot\left(\dfrac{\cos15^{\circ}+\sin15^{\circ}}{\cos15^{\circ}-\sin15^{\circ}}\right)$____.

14. 过点$P(0,2)$作直线l交椭圆$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$于A，B两点，其中A在线段BP上，则$\dfrac{|AP|}{|BP|}$的取值范围为______.

四、解答题

15. 在$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$\sqrt{3}a=2b\sin A$.

（1）求角B的大小；

（2）若$\triangle ABC$不是钝角三角形，且$b=\sqrt{3}$，$a+c=3$，$a>c$，求a，c的值.

16. 某校开展定点投篮项目测试，规则如下：共设定两个投篮点位，一个是三分线上的甲处，另一个是罚篮点位乙处，在甲处每投进一球得3分，在乙处每投进一球得2分. 如果前两次得分之和超过3分即停止投篮并且通过测试，否则将进行第三次投篮，每人最多投篮3次，如果最终得分超过3分则通过测试，否则不通过. 小明在甲处投篮命中率为$\dfrac{1}{4}$，在乙处投篮命中率为$\dfrac{4}{5}$，小明选择在甲处投一球，以后都在乙处投.

（1）求小明得3分的概率；

（2）试比较小明选择都在乙处投篮与选择上述方式投篮哪个通过率更大.

17. 已知函数$f(x)=\ln x+\dfrac{a}{x}$.

（1）若曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线为$x+y+b=0$，求实数b的值；

（2）已知函数$g(x)=f(x)+\dfrac{a^2}{x^2}$，且对于任意$x\in(0,+\infty)$，$g(x)>0$，求实数$a$的取值范围.

18. 设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，且$d>1$. 令$b_n=\dfrac{n^2+n}{a_n}$，记S_n,T_n分别为数列$\{a_n\},\{b_n\}$的前n项和.

（1）若$3a_2=3a_1+a_3,S_3+T_3=21$，

（ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（ⅱ）若$c_n=\begin{cases}a_n,n为奇数\\b_n,n为偶数\end{cases}$数列$\{c_n\}$的前$n$项和为$T_n$，求$T_{20}$.

（2）若$\{b_n\}$为等差数列，且$S_{19}-T_{19}=19$，求d.

19. 已知函数$f(x)=2\sin^2\frac{\pi x}{2}+\sin\pi x-1$，将函数$f(x)$的所有正的零点从小到大排列组成数列$\{a_n\}$.记$[x]$表示不超过$x$的最大整数，数列$\{b_n\}$满足$b_n=[a_n+1]$.

（1）求数列$\{b_n\}$的通项公式；

（2）从数列$\{b_n\}$的前n项中$(n\geq 2)$，随机选出两个不同的项相乘，所得结果为偶数的概率为P_n.是否存在一个正整数N，当$n\geq N$时，恒有$P_n<\frac{4}{5}$，若存在，求出N的最小值，若不存在，请说明理由.

（3）数列$\{c_n\}$满足$c_n=\frac{(-1)^{n+1}}{b_n}$，且数列$\{c_n\}$的前$n$项和为$S_n$，求证.$S_{2n}<\ln 2$

2024-2025 学年四川省德阳市高三上学期一诊适应性考试数学检测试卷

一、单选题

1. 已知集合 $P=\left\{x\left|x^2\le 4\right.\right\},M=\{m\}$，若 $P\cap M=M$，则 m 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,-2]$　　B. $[-2,2]$　　C. $[2,+\infty)$　　D. $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

【正确答案】B

【分析】根据集合的运算结果建立不等式求解.

【详解】由 $P\cap M=M$ 知，$m\in P$，

即 $m^2\le 4$，解得 $-2\le m\le 2$，

故选：B

2. 在复平面内，一个正方形的 3 个顶点对应的复数分别是 1＋2i，－2＋i，0，则第 4 个顶点对应的复数为（　　）

A. －1＋2i　　B. －1＋3i　　C. 3i　　D. $-\frac{1}{2}+3\mathrm{i}$

【正确答案】B

【分析】由复数的几何意义及向量的坐标运算可求解.

【详解】复数 1＋2i，－2＋i，0 所对应的点分别是 A（1，2），B（－2，1），O（0，0），

由题意可知 $AB\perp OD$，正方形以 OA,OB 为邻边，设另一点为 D（x，y），

所以 $\overrightarrow{AB}=(-3,-1),\overrightarrow{OD}=(x,y),\overrightarrow{OA}=(1,2),\overrightarrow{BD}=(x+2,y-1)$,

则 $\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OD}=0\\ \overrightarrow{OA}=\lambda\overrightarrow{BD}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-3x-y=0\\ 1\times(y-1)=2\times(x+2)\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=-1\\ y=3\end{cases}$，

$\therefore z=-1+3\mathrm{i}$.

故选：B.

3. 集合 $M=\left\{y\left|y=2x,x>0\right.\right\}$，$N=\left\{y\left|y=\log_2 x\right.\right\}$，那么“$x\in M$”是“$x\in \mathbf{N}$”的（　　）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【正确答案】A

【分析】将集合M,N化简，再由充分条件以及必要条件的定义即可得到结果.

【详解】因为$M=\{y|y=2x,x>0\}=\{y|y>0\}$，$N=\left\{y\middle|y=\log_2 x\right\}=\mathbf{R}$，

所以集合M是集合N的真子集，

则“$x\in M$”是“$x\in \mathbf{N}$”的充分而不必要条件.

故选：A

4. 已知m,n是两条不同的直线，α,β是两个不同的平面，则下列命题正确的是（　　）

A. 若$m//\alpha,n//\alpha$，则$m//n$

B. 若$m//\alpha,m//\beta$，则$\alpha//\beta$

C. 若$\alpha\perp\beta,m\perp\beta,m\not\subset\alpha$，则$m//\alpha$

D. 若$\alpha\perp\beta,m\subset\alpha$，则$m\perp\beta$

【正确答案】C

【分析】根据线面位置关系，对每个选项进行逐一分析，即可判断和选择.

【详解】对A：若$m//\alpha,n//\alpha$，则m,n的位置关系不确定，故A错误；

对B：若$m//\alpha,m//\beta$，则α,β的位置关系不确定，故B错误；

对C：若$\alpha\perp\beta,m\perp\beta,m\not\subset\alpha$，则$m//\alpha$，故C正确；

对D：若$\alpha\perp\beta,m\subset\alpha$，则$m,\beta$的位置关系不确定，故D错误.

故选：C.

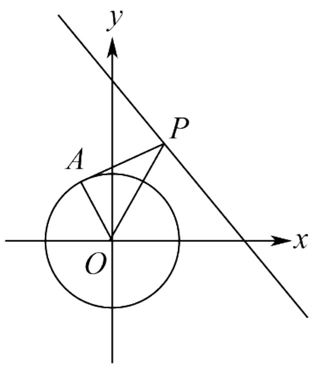
5. 已知圆$O:x^2+y^2=1$，过直线$3x+4y-10=0$上的动点P作圆O的一条切线，切点为A，则$|PA|$的最小值为（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

【正确答案】C

【分析】连接PO，$|PA|^2=|PO|^2-r^2$，当$|PO|$最小时，$|PA|$最小，计算点到直线的距离得到答案.

【详解】如图所示：连接PO，则$|PA|^2=|PO|^2-r^2$，



当$|PO|$最小时，$|PA|$最小，$|PO|_{\min}=\dfrac{|-10|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$，

故$|PA|$的最小值为$\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$.

故选：C.

6. 已知圆台上、下底面的半径分别为3和5，母线长为4，AB为上底面圆的一条直径，C是下底面圆周上的一个动点，则$\triangle ABC$面积的最大值为（　　）

A. $3\sqrt{37}$　　　　B. $6\sqrt{3}$　　　　C. $\sqrt{37}$　　　　D. $3\sqrt{3}$

【正确答案】A

【分析】结合题目所给条件，计算出圆台的高后，可得$\triangle ABC$的中线CM为定值，则当$CM\perp AB$时，$\triangle ABC$面积有最大值.

【详解】取上下底面圆心M、N，连接MN、MC、NC，

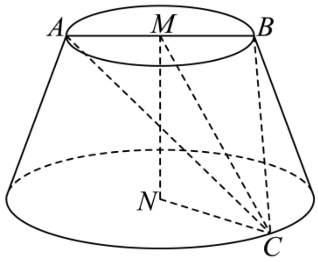
由圆台性质可知$MN\perp NC$，且$MN=\sqrt{4^2-(5-3)^2}=2\sqrt{3}$，

又$NC=5$，故$MC=\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2+5^2}=\sqrt{37}$，

则当MC为$\triangle ABC$以AB为底的高时，$\triangle ABC$面积最大，

且其最大值为$\dfrac{1}{2}\times6\times\sqrt{37}=3\sqrt{37}$.

故选：A.



7. 设数列$\left\{a_n\right\}$，$\left\{b_n\right\}$均为公比不等于 1 的等比数列，前 n 项和分别为S_n, T_n，若

$S_n=(2^n+1)T_n$，则$\dfrac{a_4}{b_8}=$（　　）

A. $\dfrac{1}{2}$　　　　B. 1　　　　C. $\dfrac{3}{2}$　　　　D. 2

【正确答案】C

【分析】根据给定等式，可得$a_1=3b_1$，再求出数列$\left\{a_n\right\}$，$\left\{b_n\right\}$的公比即可计算作答.

【详解】由$S_n=(2^n+1)T_n$得，$a_1=3b_1$，设$\{a_n\}$的公比为q_1，$\{b_n\}$的公比为q_2，

当$n=2$时，$3(1+q_1)=5(1+q_2)$，即$3q_1=2+5q_2$，

当$n=3$时，$3(1+q_1+q_1^2)=9(1+q_2+q_2^2)$，即$q_1+q_1^2=2+3q_2+3q_2^2$，

联立两式解得$q_1=4, q_2=2$，此时，$S_n=\dfrac{a_1(4^n-1)}{3}=(2^n+1)b_1(2^n-1)=(2^n+1)T_n$，

则$a_1=3b_1$，$q_1=4, q_2=2$，所以$\dfrac{a_4}{b_8}=\dfrac{a_1q_1^3}{b_1q_2^7}=\dfrac{3b_1\cdot 4^3}{b_1\cdot 2^7}=\dfrac{3\times 2^6}{2^7}=\dfrac{3}{2}$.

故选：C

8. 已知函数$f\left(x\right)=\sin x$，若存在实数x_1，x_2，…，x_n，满足$0\le x_1<x_2<\cdots<x_n\le 4\pi$，

且$\left|f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right|+\left|f\left(x_2\right)-f\left(x_3\right)\right|+\cdots+\left|f\left(x_{n-1}\right)-f\left(x_n\right)\right|=8$，则正整数$n$的最小值为（　　）

A. 3　　　　B. 4　　　　C. 5　　　　D. 6

【正确答案】D

【分析】由 $f\left(x\right)=\sin x$ 的性质，根据 $\left|f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right|+\left|f\left(x_2\right)-f\left(x_3\right)\right|+\cdots+\left|f\left(x_{n-1}\right)-f\left(x_n\right)\right|=8$ 的特点以及题意求解.

【详解】由题意，n 要尽可能地小，

则等式 $\left|f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right|+\left|f\left(x_2\right)-f\left(x_3\right)\right|+\cdots+\left|f\left(x_{n-1}\right)-f\left(x_n\right)\right|=8$ 中，每一项要尽可能地大，

因为 $\left|f\left(x_{n-1}\right)-f\left(x_n\right)\right|\le 2$，显然尽可能有更多组使 $\left|f\left(x_{n-1}\right)-f\left(x_n\right)\right|=2$ 时，n 最小，

结合 $f\left(x\right)=\sin x$ 最多三组 $\left|f\left(x_{n-1}\right)-f\left(x_n\right)\right|=2$，故另外两组的和为 2 时，$n$ 最小，

此时不妨取可取 $x_1=0,x_2=\dfrac{\pi}{2},x_3=\dfrac{3\pi}{2},x_4=\dfrac{5\pi}{2},x_5=\dfrac{7\pi}{2},x_6=4\pi$ 满足题意.

故选：D..

关键点点睛：关键是熟悉正弦函数的图象的性质，理解所给式子的意义.

二、多选题

9. 某物理量的测量结果 X 服从正态分布 $N\left(100,\sigma^2\right)$，则（　　）

A. 该正态分布对应的正态密度曲线关于直线 $x=100$ 对称

B. σ 越大，该正态分布对应的正态密度曲线越尖陡

C. σ 越小，在一次测量中，X 的取值落在 $\left(99,101\right)$ 内的概率越大

D. 在一次测量中，X 的取值落在 $\left(99,102\right)$ 与落在 $\left(101,104\right)$ 的概率相等

【正确答案】AC

【分析】利用正态密度曲线的对称性可判断 AD 选项的正误；利用 σ 的大小对正态密度曲线的影响可判断 BC 选项的正误.

【详解】对于 A 选项，该正态分布对应的正态密度曲线关于直线 $x=100$ 对称，A 对；

对于 B 选项，σ 越大，曲线越平，B 错；

对于 C 选项，σ 越小，曲线越陡，

所以，σ 越小，在一次测量中，X 的取值落在 $\left(99,101\right)$ 内的概率越大，C 对；

对于 D 选项，因为 $X\sim N\left(100,\sigma^2\right)$，

由正态密度曲线的对称性可得 $P\left(99<X<102\right)-P\left(101<X<104\right)$

$=P\left(99<X<101\right)-P\left(102<X<104\right)>0$，D 错.

故选：AC.

10. $a,b\in\mathbf{R}$，则下列命题中正确的是（　）

A. 若$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，则$a>b$

B. 若$\ln a>\ln b$，则$a>b$

C. 若$ac^2>bc^2$，则$a>b$

D. 若$|a|>|b|$，则$a^3>b^3$

【正确答案】BC

【分析】赋值法可判断 AD；利用$y=\ln x$在$(0,+\infty)$上为增函数可判断 B；由不等式性质可判断 C.

【详解】对于 A，取$b=2,a=-1$，有$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，但显然$a<b$，故 A 错误；

对于 B，$y=\ln x$在$(0,+\infty)$上为增函数，又因为$\ln a>\ln b$，所以$a>b$，故 B 正确；

对于 C，由$ac^2>bc^2$，可得$c\neq 0$，故$c^2>0$，所以$a>b$，故 C 正确；

对于 D，当$a=-2,b=1$，有$|a|>|b|$，但$a^3<b^3$，故 D 错误.

故选：BC.

11. 在下列关于二项式的命题中，正确的是（　　）

A. 若二项式$\left(a+b\right)^n$的展开式中，第 3 项的二项式系数最大，则$n=5$

B. 若$\left(1-2x\right)^8=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_8x^8$，则$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_8=0$

C. 在$\left(2x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$的展开式中，常数项为 60

D. $\left(1+x\right)\left(1-x\right)^5$的展开式中，$x^2$的系数为 5

【正确答案】BCD

【分析】对n分奇偶讨论可求得n判断 A；令$x=1$与$x=0$，可求得$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_8$的值判断 B；利用展开式的通项公式求解判断 C；求得$\left(1-x\right)^5$中的x与x^2的系数即可判断 D.