2022-2023学年山东省东营市利津县第一中学高三数学试题3月11日第2周测试题

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0．5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置．

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符．

4．作答选择题，必须用2B铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用05毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效．

5．如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗．

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．“$a\le 0$”“是函数$f\left(x\right)=\left|\left(ax-1\right)x\right|$在区间$(0,+\infty)$内单调递增”的（ ）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

2．已知随机变量X服从正态分布$N\left(4,9\right)$，且$P\left(X\le 2\right)=P\left(X\ge a\right)$，则$a=$（　　）

A．3　　B．5　　C．6　　D．7

3．甲在微信群中发了一个6元“拼手气”红包,被乙、丙、丁三人抢完,若三人均领到整数元,且每人至少领到1元,则乙获得“最佳手气”(即乙领到的钱数多于其他任何人)的概率是（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{3}{10}$　　C．$\frac{2}{5}$　　D．$\frac{3}{4}$

4．过双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点$F$作双曲线$C$的一条弦$AB$，且$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=0$，若以$AB$为直径的圆经过双曲线$C$的左顶点，则双曲线$C$的离心率为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

5．$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，若$a=1$，$B=30°$，$\cos C=\frac{-2\sqrt{7}}{7}$，则$\triangle ABC$的面积为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{7}$　　D．$\frac{\sqrt{7}}{2}$

6．若$\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{x}\right)^n$的展开式中二项式系数和为256，则二项式展开式中有理项系数之和为（　　）

A．85　　B．84　　C．57　　D．56

7．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右顶点分别为$A_1$、$A_2$，点$P$是双曲线$C$上与$A_1$、$A_2$不重合的动点，若$k_{PA_1}k_{PA_2}=3$， 则双曲线的离心率为(　　)

A． $\sqrt{2}$　　　B． $\sqrt{3}$　　　C． 4　　　D． 2

8．已知 $y=ax+b$ 与函数 $f(x)=2\ln x+5$ 和 $g(x)=x^2+4$ 都相切，则不等式组 $\begin{cases}x-ay+3\ge 0\\x+by-2\ge 0\end{cases}$ 所确定的平面区域在 $x^2+y^2+2x-2y-22=0$ 内的面积为（　　）

A． 2π　　　B． 3π　　　C． 6π　　　D． 12π

9．已知实数 x,y 满足线性约束条件 $\begin{cases}x\ge 1\\x+y\ge 0\\x-y+2\ge 0\end{cases}$ ，则 $\dfrac{y+1}{x}$ 的取值范围为（　　）

A． (-2,-1］　　　B． (-1,4］　　　C． [-2,4)　　　D． [0,4]

10．已知 $a=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{0.2}$， $b=0.2^{-\frac{1}{2}}$， $c=\log_{\frac{1}{3}}2$，则(　　)

A． $a>b>c$　　　B． $b>a>c$　　　C． $b>c>a$　　　D． $a>c>b$

11．若集合 $A=\left\{x\mid\dfrac{x+2}{x-1}\le 0\right\},B=\{x\mid -1<x<2\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A． $[-2,2)$　　　B． $(-1,1]$　　　C． $(-1,1)$　　　D． $(-1,2)$

12．袋中装有标号为1，2，3，4，5，6且大小相同的6个小球，从袋子中一次性摸出两个球，记下号码并放回，如果两个号码的和是3的倍数，则获奖，若有5人参与摸球，则恰好2人获奖的概率是（　　）

A． $\dfrac{40}{243}$　　　B． $\dfrac{70}{243}$　　　C． $\dfrac{80}{243}$　　　D． $\dfrac{38}{243}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长为2，侧棱长为 $\sqrt{3}$， D 为 BC 中点，则三棱锥 $A-B_1DC_1$ 的体积为________.

14．已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a$>0，$b$>0）的两个焦点为 $F_1\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},0\right)$、$F_2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},0\right)$，点 P 是第一象限内双曲线上的点，且 $\tan\angle PF_1F_2=\dfrac{1}{2}$，$\tan\angle PF_2F_1=-2$，则双曲线的离心率为_____.

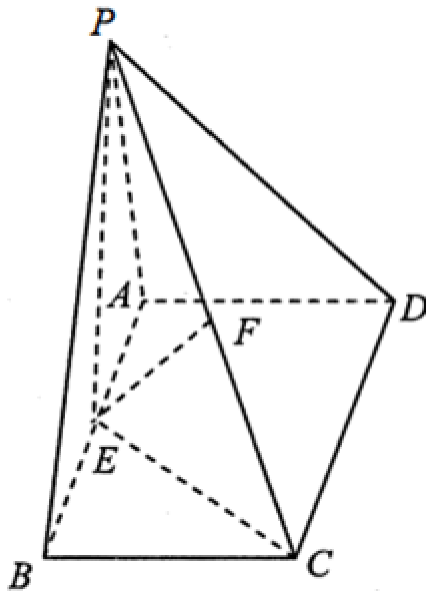
15．某种赌博每局的规则是：赌客先在标记有1，2，3，4，5的卡片中随机摸取一张，将卡片上的数字作为其赌金；随后放回该卡片，再随机摸取两张，将这两张卡片上数字之差的绝对值的1.4倍作为其奖金．若随机变量 ξ_1 和 ξ_2 分别表示赌客在一局赌博中的赌金和奖金，则 $D(\xi_1)=$_____，$E(\xi_1)-E(\xi_2)=$_____.

16．若曲线 $f(x)=ae^x-\ln x$（其中常数 $a\ne 0$）在点 $(1,f(1))$ 处的切线的斜率为1，则 $a=$________.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）如图，在四棱锥 P-$ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形，$PA\perp$平面 $ABCD$，且 $PA=AD$，E，F 分别是棱 AB，

PC 的中点.求证：



（1） **EF** //平面 **PAD**；

（2）平面 **PCE**⊥平面 **PCD**.

18.（12 分）求下列函数的导数：

（1） $f\left(x\right)=e^{-0.05x+1}$

（2） $f\left(x\right)=\left(\sin 2x+1\right)^{2}$

19.（12 分）已知直线 l： $\begin{cases}x=t\\ y=-\sqrt{3}+\sqrt{3}t\end{cases}$ （t 为参数），曲线 $C_1:\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$ （θ 为参数）.

（1）设 l 与 C_1 相交于 A， B 两点，求 $\left|AB\right|$；

（2）若把曲线 C_1 上各点的横坐标压缩为原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍，纵坐标压缩为原来的 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 倍，得到曲线 C_2，设点 P 是曲线 C_2 上的一个动点，求它到直线 l 距离的最小值.

20.（12 分）某艺术品公司欲生产一款迎新春工艺礼品，该礼品是由玻璃球面和该球的内接圆锥组成，圆锥的侧面用于艺术装饰，如图 **1**.为了便于设计，可将该礼品看成是由圆 O 及其内接等腰三角形 ABC 绕底边 BC 上的高所在直线 AO 旋转 **180°**而成，如图 **2**.已知圆 O 的半径为 $10cm$，设 $\angle BAO=\theta,0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$，圆锥的侧面积为 Scm^2.

（1）求 S 关于 θ 的函数关系式；

（2）为了达到最佳观赏效果，要求圆锥的侧面积 S 最大.求 S 取得最大值时腰 AB 的长度.

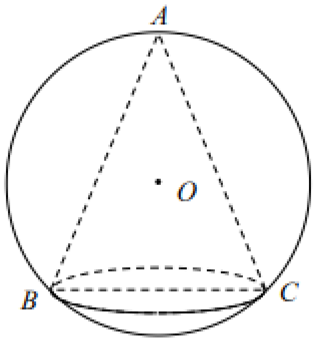


图 1

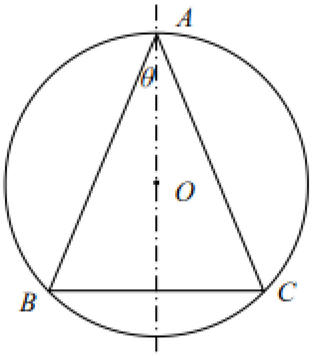


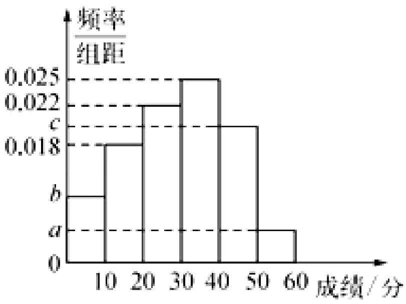
图 2

21．（12 分）已知 $a>0$，函数 $f(x)=x\ln x+\frac{x^2}{2}-a(x-1)$.

（Ⅰ）若 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{a}{2},+\infty\right)$ 上单调递增，求 a 的值；

（Ⅱ）若 $a\in Z, f(x)>0$ 恒成立，求 a 的最大值.（参考数据：$e^{\frac{1}{2}}\approx 1.6$）

22．（10 分）为调研高中生的作文水平.在某市普通高中的某次联考中，参考的文科生与理科生人数之比为 $1:4$，且成绩分布在 $[0,60]$ 的范围内，规定分数在 **50** 以上（含 **50**）的作文被评为“优秀作文”，按文理科用分层抽样的方法抽取 **400** 人的成绩作为样本，得到成绩的频率分布直方图，如图所示.其中 a,b,c 构成以 **2** 为公比的等比数列.



（**1**）求 a,b,c 的值；

（**2**）填写下面 2×2 列联表，能否在犯错误的概率不超过 **0.01** 的情况下认为“获得优秀作文”与“学生的文理科”有关？

	文科生	理科生	合计
获奖	**6**		
不获奖			
合计			**400**

（**3**）将上述调查所得的频率视为概率，现从全市参考学生中，任意抽取 **2** 名学生，记“获得优秀作文”的学生人数为 X，求 X 的分布列及数学期望.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$．

$P\left(K^2 \geq k\right)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	**2.072**	**2.706**	**3.841**	**5.024**	**6.635**	**7.879**	**10.828**

参考答案

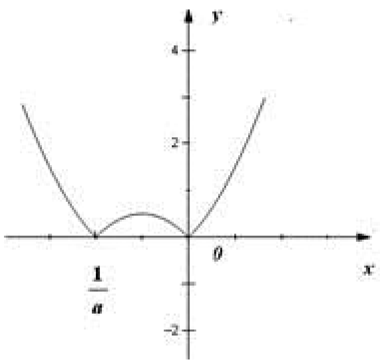
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**C**

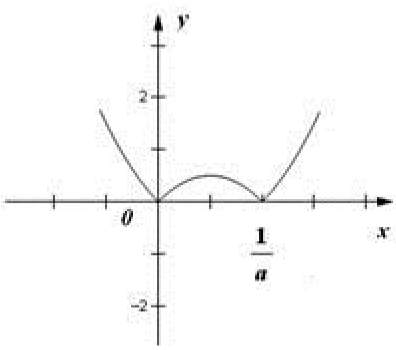
【解析】

$f\left(x\right)=\left|\left(ax-1\right)x\right|=\left|ax^2-x\right|$，令$ax^2-x=0$,解得$x_1=0,x_2=\dfrac{1}{a}$

当$a\le 0$，$f\left(x\right)$的图像如下图



当$a>0$，$f\left(x\right)$的图像如下图



由上两图可知，是充要条件

【考点定位】考查充分条件和必要条件的概念，以及函数图像的画法.

2、**C**

【解析】

根据在关于$X=4$对称的区间上概率相等的性质求解.

【详解】

Q $\mu=4$，$\sigma=3$，

$\therefore P(X\le 2)=P(X\le 4-2)=P(X\ge 4+2)=P(X\ge 6)=P(X\ge a)$，$\therefore a=6$.

故选：**C**.

【点睛】

本题考查正态分布的应用．掌握正态曲线的性质是解题基础．随机变量X服从正态分布$N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则

$P\left(X\le\mu-m\right)=P\left(X\ge\mu+m\right)$.

3、**B**

【解析】

将所有可能的情况全部枚举出来,再根据古典概型的方法求解即可.

【详解】

设乙,丙,丁分别领到 x 元,y 元,z 元,记为(x,y,z),则基本事件有$(1,1,4)$,$(1,4,1)$,$(4,1,1)$,$(1,2,3)$,$(1,3,2)$,$(2,1,3)$,$(2,3,1)$,$(3,1,2)$,$(3,2,1)$,$(2,2,2)$,共 **10** 个,其中符合乙获得“最佳手气”的有 **3** 个,故所求概率为$\dfrac{3}{10}$,

故选：***B***.

【点睛】

本题主要考查了枚举法求古典概型的方法,属于基础题型.

4、**C**

【解析】

由$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=0$得 F 是弦 AB 的中点.进而得 AB 垂直于 x 轴，得$\dfrac{b^2}{a}=a+c$，再结合a,b,c关系求解即可

【详解】

因为$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=0$，所以 F 是弦 AB 的中点.且 AB 垂直于 x 轴.因为以 AB 为直径的圆经过双曲线 C 的左顶点，所以

$\dfrac{b^2}{a}=a+c$，即$\dfrac{c^2-a^2}{a}=a+c$，则$c-a=a$，故$e=\dfrac{c}{a}=2$.

故选：**C**

【点睛】

本题是对双曲线的渐近线以及离心率的综合考查，是考查基本知识，属于基础题.

5、**A**

【解析】

先求出$\sin A$，由正弦定理求得c，然后由面积公式计算.

【详解】

由题意$\sin C=\sqrt{1-(-\frac{2\sqrt{7}}{7})^2}=\frac{\sqrt{21}}{7}$，

$\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\frac{1}{2}\times(-\frac{2\sqrt{7}}{7})+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{21}}{7}=\frac{\sqrt{7}}{14}$.

由$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$得$b=\frac{a\sin B}{\sin A}=\frac{1\times\sin 30^\circ}{\frac{\sqrt{7}}{14}}=\sqrt{7}$，

$S==\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{7}\times\frac{\sqrt{21}}{7}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查求三角形面积，考查正弦定理，同角间的三角函数关系，两角和的正弦公式与诱导公式，解题时要根据已知求值要求确定解题思路，确定选用公式顺序，以便正确快速求解.

6、**A**

【解析】

先求n，再确定展开式中的有理项，最后求系数之和.

【详解】

解：$\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{x}\right)^n$的展开式中二项式系数和为**256**

故$2^n=256$，$n=8$

$T_{r+1}=C_8^r x^{\frac{8-r}{3}}x^{-r}=C_8^r x^{\frac{8-4r}{3}}$

要求展开式中的有理项，则$r=2,5,8$

则二项式展开式中有理项系数之和为：$C_8^2+C_8^5+C_8^8=85$

故选：A

【点睛】

考查二项式的二项式系数及展开式中有理项系数的确定，基础题.

7、D

【解析】

设$P\left(x_0,y_0\right)$，$A_1\left(-a,0\right)$，$A_2\left(a,0\right)$，根据$k_{PA_1}k_{PA_2}=3$可得$y_0^2=3x_0^2-3a^2$①，再根据又$\frac{x_0^2}{a^2}-\frac{y_0^2}{b^2}=1$②，由①②可得$\left(b^2-3a^2\right)x_0^2=a^2\left(b^2-3a^2\right)$，化简可得$c=2a$，即可求出离心率.

【详解】

解：设$P\left(x_0,y_0\right)$，$A_1\left(-a,0\right)$，$A_2\left(a,0\right)$，

$\because k_{PA_1}k_{PA_2}=3$，

$\therefore \frac{y_0}{x_0+a}\cdot\frac{y_0}{x_0-a}=3$，即$y_0^2=3x_0^2-3a^2$，①

又$\frac{x_0^2}{a^2}-\frac{y_0^2}{b^2}=1$，②，

由①②可得$\left(b^2-3a^2\right)x_0^2=a^2\left(b^2-3a^2\right)$，

$\because x_0\neq\pm a$，

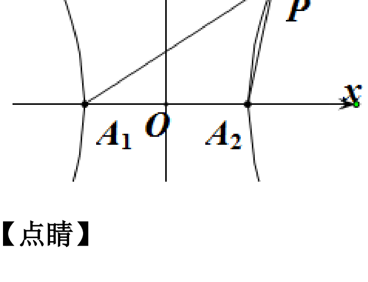
$\therefore b^2-3a^2=0$，

$\therefore b^2=3a^2=c^2-a^2$，

$\therefore c=2a$，

即$e=2$，

故选：D.



【点睛】

本题考查双曲线的方程和性质，考查了斜率的计算，离心率的求法，属于基础题和易错题.

8、**B**

【解析】

根据直线 $y=ax+b$ 与 $f\left(x\right)$ 和 $g\left(x\right)$ 都相切，求得 a,b 的值，由此画出不等式组所表示的平面区域以及圆 $x^2+y^2+2x-2y-22=0$，由此求得正确选项.

【详解】

$f'\left(x\right)=\frac{2}{x},g'\left(x\right)=2x$.设直线 $y=ax+b$ 与 $f\left(x\right)$ 相切于点 $A\left(x_0,2\ln x_0+5\right)$，斜率为 $\frac{2}{x_0}$，所以切线方程为

$y-\left(2\ln x_0+5\right)=\frac{2}{x_0}\left(x-x_0\right)$，化简得 $y=\frac{2}{x_0}x+2\ln x_0+3$①.令 $g'\left(x\right)=2x=\frac{2}{x_0}$，解得 $x=\frac{1}{x_0}$，$g\left(\frac{1}{x_0}\right)=\frac{1}{x_0^2}+4$，

所以切线方程为 $y-\left(\frac{1}{x_0^2}+4\right)=\frac{2}{x_0}\left(x-\frac{1}{x_0}\right)$，化简得 $y=\frac{2}{x_0}x-\frac{1}{x_0^2}+4$②.由①②对比系数得 $2\ln x_0+3=-\frac{1}{x_0^2}+4$，

化简得 $2\ln x_0+\frac{1}{x_0^2}-1=0$③.构造函数 $h\left(x\right)=2\ln x+\frac{1}{x^2}-1\left(x>0\right)$，$h'\left(x\right)=\frac{2}{x}-\frac{2}{x^3}=\frac{2\left(x+1\right)\left(x-1\right)}{x^3}$，所以 $h\left(x\right)$

在 $\left(0,1\right)$ 上递减，在 $\left(1,+\infty\right)$ 上递增，所以 $h\left(x\right)$ 在 $x=1$ 处取得极小值也即是最小值，而 $h\left(1\right)=0$，所以 $h\left(x\right)=0$ 有唯一解.也即方程③有唯一解 $x_0=1$.所以切线方程为 $y=2x+3$.即 $a=2,b=3$.不等式组 $\begin{cases}x-ay+3\geq 0\\x+by-2\geq 0\end{cases}$ 即

$\begin{cases}x-2y+3\geq 0\\x+3y-2\geq 0\end{cases}$，画出其对应的区域如下图所示.圆 $x^2+y^2+2x-2y-22=0$ 可化为 $\left(x+1\right)^2+\left(y-1\right)^2=24$，圆心为

$A\left(-1,1\right)$.而方程组 $\begin{cases}x-2y+3=0\\x+3y-2=0\end{cases}$ 的解也是 $\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}$.画出图像如下图所示，不等式组 $\begin{cases}x-2y+3\geq 0\\x+3y-2\geq 0\end{cases}$ 所确定的平面区域在 $x^2+y^2+2x-2y-22=0$ 内的部分如下图阴影部分所示.直线 $x-2y+3=0$ 的斜率为 $\frac{1}{2}$，直线 $x+3y-2=0$ 的

斜率为 $-\frac{1}{3}$.所以 $\tan\angle BAC=\tan\left(\angle AED+\angle ADE\right)=\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}=1$，所以 $\angle BAC=\frac{\pi}{4}$，而圆 A 的半径为

$\sqrt{24}=2\sqrt{6}$，所以阴影部分的面积是 $\frac{1}{2}\times\frac{\pi}{4}\times\left(2\sqrt{6}\right)^2=3\pi$.

故选：**B**