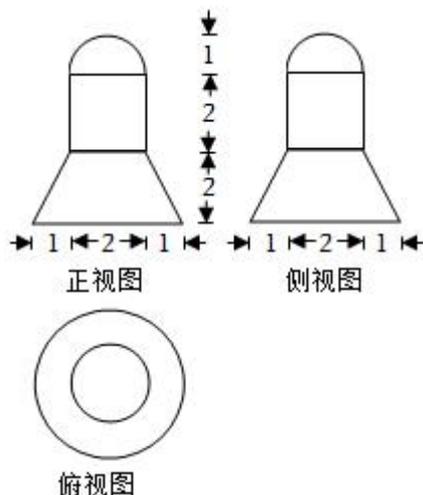


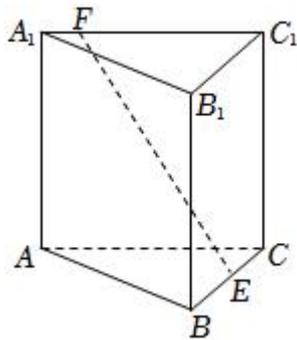
2022 年浙江省高考数学试卷

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{2, 4, 6\}$ D. $\{1, 2, 4, 6\}$
2. 已知 $a, b \in \mathbb{R}$, $a + 3i = (b + i)i$ (i 为虚数单位), 则 ()
 A. $a = 1, b = -3$ B. $a = -1, b = 3$ C. $a = -1, b = -3$ D. $a = 1, b = 3$
3. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 2 \leq 0, \\ 2x + y - 7 \leq 0, \\ x - y - 2 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 3x + 4y$ 的最大值是 ()
 A. 20 B. 18 C. 13 D. 6
4. 设 $x \in \mathbb{R}$, 则 “ $\sin x = 1$ ” 是 “ $\cos x = 0$ ” 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积 (单位: cm^3) 是 ()



- A. 22π B. 8π C. $\frac{22}{3}\pi$ D. $\frac{16}{3}\pi$
6. 为了得到函数 $y = 2\sin 3x$ 的图象, 只要把函数 $y = 2\sin(3x + \frac{\pi}{5})$ 图象上所有的点 ()
 A. 向左平移 $\frac{\pi}{5}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{5}$ 个单位长度
 C. 向左平移 $\frac{\pi}{15}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{\pi}{15}$ 个单位长度
7. 已知 $2^a = 5$, $\log_8 3 = b$, 则 $4^{a-3b} =$ ()
 A. 25 B. 5 C. $\frac{25}{9}$ D. $\frac{5}{3}$
8. 如图, 已知正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$, $AC = AA_1$, E, F 分别是棱 BC, A_1C_1 上的点. 记 EF 与 AA_1 所成的角为 α , EF 与平面 ABC 所成的角为 β , 二面角 $F - BC - A$ 的平面角为 γ , 则 ()



- A. α, β, γ B. β, α, γ C. β, γ, α D. α, γ, β
9. 已知 $a, b \in R$, 若对任意 $x \in R$, $a|x-b| + |x-4| - |2x-5| \geq 0$, 则()
 A. $a, 1, b, 3$ B. $a, 1, b, 3$ C. $a, 1, b, 3$ D. $a, 1, b, 3$
10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n - \frac{1}{3}a_n^2 (n \in N^*)$, 则()
 A. $2 < 100a_{100} < \frac{5}{2}$ B. $\frac{5}{2} < 100a_{100} < 3$ C. $3 < 100a_{100} < \frac{7}{2}$ D. $\frac{7}{2} < 100a_{100} < 4$

二、填空题：本大题共 7 小题，单空题每题 4 分，多空题每空 3 分，共 36 分。

11. 我国南宋著名数学家秦九韶，发现了从三角形三边求面积的公式，他把这种方法称为“三斜求积”，它填补了我国传统数学的一个空白。如果把这个方法写成公式，就是 $S = \sqrt{\frac{1}{4}[c^2a^2 - (\frac{c^2+a^2-b^2}{2})^2]}$ ，其中 a, b, c 是三角形的三边， S 是三角形的面积。设某三角形的三边 $a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3}, c = 2$ ，则该三角形的面积 $S = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
12. (6分) 已知多项式 $(x+2)(x-1)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ ，则 $a_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
13. (6分) 若 $3\sin\alpha - \sin\beta = \sqrt{10}$ ， $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ ，则 $\sin\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\cos 2\beta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
14. (6分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2, & x \leq 1, \\ x + \frac{1}{x} - 1, & x > 1, \end{cases}$ 则 $f(f(\frac{1}{2})) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；若当 $x \in [a, b]$ 时， $1 \leq f(x) \leq 3$ ，
 则 $b - a$ 的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
15. (6分) 现有 7 张卡片，分别写上数字 1, 2, 2, 3, 4, 5, 6。从这 7 张卡片中随机抽取 3 张，记所抽取卡片上数字的最小值为 ξ ，则 $P(\xi = 2) = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $E(\xi) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
16. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F ，过 F 且斜率为 $\frac{b}{4a}$ 的直线交双曲线于点 $A(x_1, y_1)$ ，交双曲线的渐近线于点 $B(x_2, y_2)$ 且 $x_1 < 0 < x_2$ 。若 $|FB| = 3|FA|$ ，则双曲线的离心率是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
17. 设点 P 在单位圆的内接正八边形 $A_1A_2 \dots A_8$ 的边 A_1A_2 上，则 $PA_1^2 + PA_2^2 + \dots + PA_8^2$ 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

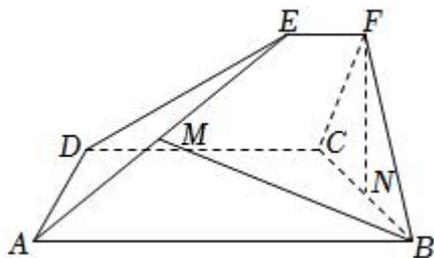
三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18. (14分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c 。已知 $4a = \sqrt{5}c$ ， $\cos C = \frac{3}{5}$ 。
 (I) 求 $\sin A$ 的值；
 (II) 若 $b = 11$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积。

19. (15分) 如图, 已知 $ABCD$ 和 $CDEF$ 都是直角梯形, $AB \parallel DC$, $DC \parallel EF$, $AB = 5$, $DC = 3$, $EF = 1$, $\angle BAD = \angle CDE = 60^\circ$, 二面角 $F-DC-B$ 的平面角为 60° . 设 M , N 分别为 AE , BC 的中点.

(I) 证明: $FN \perp AD$;

(II) 求直线 BM 与平面 ADE 所成角的正弦值.



20. (15分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = -1$, 公差 $d > 1$. 记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n (n \in \mathbb{N}^*)$.

(I) 若 $S_4 - 2a_2a_3 + 6 = 0$, 求 S_n ;

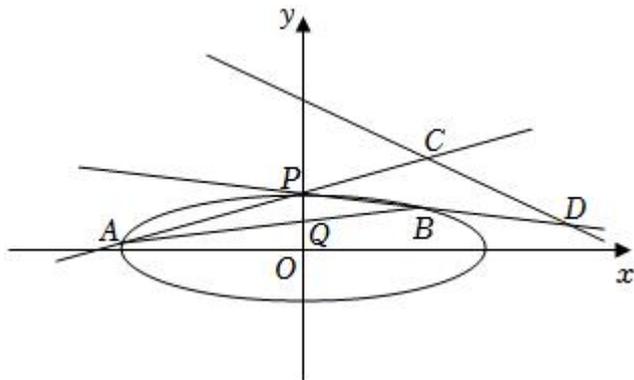
(II) 若对于每个 $n \in \mathbb{N}^*$, 存在实数 c_n , 使 $a_n + c_n, a_{n+1} + 4c_n, a_{n+2} + 15c_n$ 成等比数列, 求 d 的取值范围.

21. (15分) 如图, 已知椭圆 $\frac{x^2}{12} + y^2 = 1$. 设 A, B 是椭圆上异于 $P(0,1)$ 的两点, 且点 $Q(0, \frac{1}{2})$

在线段 AB 上, 直线 PA, PB 分别交直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 于 C, D 两点.

(I) 求点 P 到椭圆上点的距离的最大值;

(II) 求 $|CD|$ 的最小值.



22. (15分) 设函数 $f(x) = \frac{e}{2x} + \ln x (x > 0)$.

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 已知 $a, b \in \mathbb{R}$, 曲线 $y = f(x)$ 上不同的三点 $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), (x_3, f(x_3))$ 处的切线都经过点 (a, b) . 证明:

(i) 若 $a > e$, 则 $0 < b - f(a) < \frac{1}{2}(\frac{a}{e} - 1)$;

(ii) 若 $0 < a < e$, $x_1 < x_2 < x_3$, 则 $\frac{2}{e} + \frac{e-a}{6e^2} < \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_3} < \frac{2}{a} - \frac{e-a}{6e^2}$.

(注: $e = 2.71828\dots$ 是自然对数的底数)

2022 年浙江省高考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{2, 4, 6\}$ D. $\{1, 2, 4, 6\}$

【思路分析】利用并集运算求解即可。

【解析】 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, $\therefore A \cup B = \{1, 2, 4, 6\}$, 故选：D。

【试题评价】本题考查了并集的定义及其运算，属于基础题。

2. 已知 $a, b \in \mathbb{R}$, $a + 3i = (b + i)i$ (i 为虚数单位), 则 ()

- A. $a = 1, b = -3$ B. $a = -1, b = 3$ C. $a = -1, b = -3$ D. $a = 1, b = 3$

【思路分析】利用复数的乘法运算化简，再利用复数相等求解。

【解析】 $a + 3i = (b + i)i = -1 + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, $\therefore a = -1, b = 3$, 故选：B。

【试题评价】本题考查复数代数形式的乘法运算，考查了复数相等的定义，是基础题。

3. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 2 \leq 0, \\ 2x + y - 7 \leq 0, \\ x - y - 2 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 3x + 4y$ 的最大值是 ()

- A. 20 B. 18 C. 13 D. 6

【思路分析】先作出不等式组表示的平面区域，然后结合图象求解即可。

【解析】实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 2 \leq 0, \\ 2x + y - 7 \leq 0, \\ x - y - 2 \leq 0, \end{cases}$

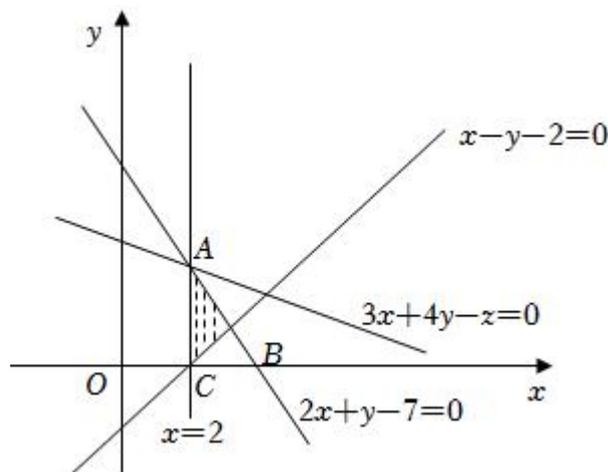
则不等式组表示的平面区域为如图所示的阴影部分，

由已知可得 $A(2, 3)$, 由 $3x + 4y - z = 0$ 得 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{z}{4}$, 即求直线在 y 轴上截距的最大值，

由图可知：当直线 $3x + 4y - z = 0$ 过点 A 时， z 取最大值，

则 $z = 3x + 4y$ 的最大值是 $3 \times 2 + 4 \times 3 = 18$,

故选：B。



【试题评价】本题考查了简单线性规划问题，重点考查了数形结合的数学思想方法，属于基

$y = 2\sin[3(x - \frac{\pi}{15}) + \frac{\pi}{5}] = 2\sin 3x$ 的图象 .

故选 : D .

【试题评价】 本题主要考查了正弦型函数的图象平移 , 属于基础题 .

7 . 已知 $2^a = 5$, $\log_8 3 = b$, 则 $4^{a-3b} = (\quad)$

- A . 25 B . 5 C . $\frac{25}{9}$ D . $\frac{5}{3}$

【思路分析】 直接利用指数、对数的运算性质求解即可 .

【解析】 由 $2^a = 5$, $\log_8 3 = b$,

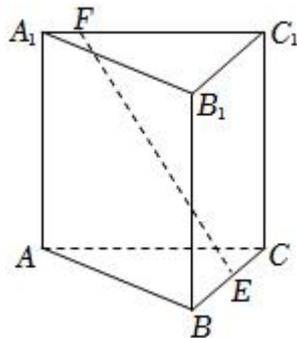
可得 $8^b = 2^{3b} = 3$,

$$\text{则 } 4^{a-3b} = \frac{4^a}{4^{3b}} = \frac{(2^a)^2}{(2^{3b})^2} = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9} ,$$

故选 : C .

【试题评价】 本题考查了指数、对数的运算性质 , 考查了运算求解能力 , 属于基础题 .

8 . 如图 , 已知正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$, $AC = AA_1$, E , F 分别是棱 BC , A_1C_1 上的点 . 记 EF 与 AA_1 所成的角为 α , EF 与平面 ABC 所成的角为 β , 二面角 $F - BC - A$ 的平面角为 γ , 则 ()



- A . α, β, γ B . β, α, γ C . β, γ, α D . α, γ, β

【思路分析】 根据线线角的定义 , 线面角的定义 , 面面角的定义 , 转化求解即可 .

【解析】 正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中 , $AC = AA_1$, \therefore 正三棱柱的所有棱长相等 , 设棱长为 1 , 如图 , 过 F 作 $FG \perp AC$, 垂足点为 G , 连接 GE , 则 $AA_1 \parallel FG$,

$$\therefore EF \text{ 与 } AA_1 \text{ 所成的角为 } \angle EFG = \alpha , \text{ 且 } \tan \alpha = \frac{GE}{FG} = GE ,$$

又 $GE \in [0, 1]$, $\therefore \tan \alpha \in [0, 1]$,

$$\therefore EF \text{ 与平面 } ABC \text{ 所成的角为 } \angle FEG = \beta , \text{ 且 } \tan \beta = \frac{GF}{GE} = \frac{1}{GE} \in [1, +\infty) ,$$

$$\therefore \tan \beta \dots \tan \alpha , \dots \textcircled{1} ,$$

再过 G 点作 $GH \perp BC$, 垂足点为 H , 连接 HF ,

又易知 $FG \perp$ 底面 ABC , $BC \subset$ 底面 ABC ,

$\therefore BC \perp FG$, 又 $FG \cap GH = G$, $\therefore BC \perp$ 平面 GHF ,

$$\therefore \text{二面角 } F - BC - A \text{ 的平面角为 } \angle GHF = \gamma , \text{ 且 } \tan \gamma = \frac{GF}{GH} = \frac{1}{GH} , \text{ 又 } GH \in [0, 1] ,$$

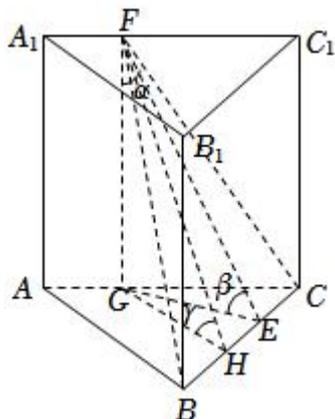
$$\therefore \tan \gamma \in [1, +\infty) , \therefore \tan \gamma \dots \tan \alpha , \dots \textcircled{2} ,$$

又 $GE \perp GH$, $\therefore \tan \beta, \tan \gamma, \dots$ ③ ,

由①②③得 $\tan \alpha, \tan \beta, \tan \gamma$, 又 $\alpha, \beta, \gamma \in [0, \frac{\pi}{2})$, $y = \tan x$ 在 $[0, \frac{\pi}{2})$ 单调递增 ,

$\therefore \alpha, \beta, \gamma$,

故选 : A .



【试题评价】 本题考查线线角的定义 , 线面角的定义 , 面面角的定义 , 考查了转化思想 , 属中档题 .

9 . 已知 $a, b \in R$, 若对任意 $x \in R$, $a|x-b| + |x-4| - |2x-5| \geq 0$, 则 ()

- A . $a, 1, b, 3$ B . $a, 1, b, 3$ C . $a, 1, b, 3$ D . $a, 1, b, 3$

【思路分析】 取特值 , 结合选项直接得出答案 .

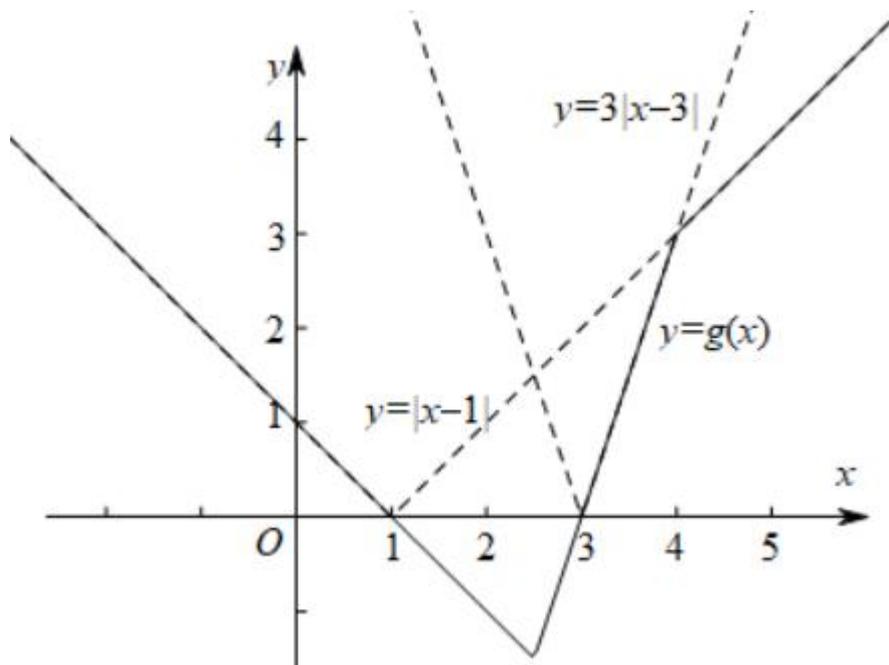
【解析】【解法一】 : 取 $x=4$, 则不等式为 $a|4-b| - 3 \geq 0$, 显然 $a \neq 0$, 且 $b \neq 4$, 观察选项可知 , 只有选项 D 符合题意 .

故选 : D .

【解法二】 由题意有 : 对任意的 $x \in R$, 有 $a|x-b| \geq |2x-5| - |x-4|$ 恒成立 .

$$\text{设 } f(x) = a|x-b|, g(x) = |2x-5| - |x-4| = \begin{cases} 1-x, & x \leq \frac{5}{2} \\ 3x-9, & \frac{5}{2} < x < 4 \\ x-1, & x \geq 4 \end{cases}$$

即 $f(x)$ 的图象恒在 $g(x)$ 的上方 (可重合) , 如下图所示 :



由图可知， $a \geq 3$ ， $1 \leq b \leq 3$ ，或 $1 \leq a < 3$ ， $1 \leq b \leq 4 - \frac{3}{a} \leq 3$ ，故选：D。

【试题评价】本题考查绝对值不等式的解法，作为选择题，常常采用特值法，排除法等提高解题效率，属于基础题。

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} = a_n - \frac{1}{3}a_n^2 (n \in \mathbb{N}^*)$ ，则()

- A. $2 < 100a_{100} < \frac{5}{2}$ B. $\frac{5}{2} < 100a_{100} < 3$ C. $3 < 100a_{100} < \frac{7}{2}$ D. $\frac{7}{2} < 100a_{100} < 4$

【思路分析】分析可知数列 $\{a_n\}$ 是单调递减数列，根据题意先确定上限，得到 $a_n < \frac{3}{n+2}$ ，由此可推得 $100a_n < 3$ ，再将原式变形确定下限，可得 $\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_n} + \frac{1}{3}(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n+1}) + 1$ ，由此可推得 $100a_{100} > \frac{5}{2}$ ，综合即可得到答案。

【解析】 $a_{n+1} - a_n = -\frac{1}{3}a_n^2 < 0$ ， $\therefore \{a_n\}$ 为递减数列，

又 $a_{n+1} = a_n - \frac{1}{3}a_n^2 > \frac{2}{3}$ ，且 $a_n \neq 0$ ， $\therefore \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1 - \frac{1}{3}a_n > \frac{2}{3}$ ，

又 $a_1 = 1 > 0$ ，则 $a_n > 0$ ， $\therefore a_n - a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n^2 = \frac{1}{3}a_n a_{n+1}$ ， $\therefore \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = \frac{1}{3}$ ，

$\therefore \frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_1} + \frac{1}{3}(n-1) = \frac{1}{3}n + \frac{2}{3}$ ，则 $a_n < \frac{3}{n+2}$ ， $\therefore 100a_{100} < 100 \times \frac{3}{102} < \frac{306}{102} = 3$ ；

由 $a_{n+1} = a_n - \frac{1}{3}a_n^2$ 得 $a_{n+1} = a_n(1 - \frac{1}{3}a_n)$ ，得 $\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = \frac{1}{3 - a_n}$ ， $\frac{1}{3 - a_n} = \frac{1}{3}(\frac{1}{1 - \frac{1}{3}a_n})$ ，

累加可得， $\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{1}{3}n + \frac{1}{3}(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n+1}) + 1$ ，

$\therefore \frac{1}{a_{100}} = 34 + \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100}) < 34 + \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} \times 6 + \frac{1}{8} \times 93) < 40$ ， $\therefore 100a_{100} > 100 \times \frac{1}{40} = \frac{5}{2}$ ；

综上, $\frac{5}{2} < 100a_{100} < 3$. 故选: B.

【试题评价】本题考查递推数列, 数列的单调性等知识, 对化简变形能力要求较高, 考查运算求解能力, 逻辑推理能力, 属于难题.

二、填空题: 本大题共 7 小题, 单空题每题 4 分, 多空题每空 3 分, 共 36 分.

11. 我国南宋著名数学家秦九韶, 发现了从三角形三边求面积的公式, 他把这种方法称为“三斜求积”, 它填补了我国传统数学的一个空白. 如果把这个方法写成公式, 就是

$S = \sqrt{\frac{1}{4}[c^2a^2 - (\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2})^2]}$, 其中 a, b, c 是三角形的三边, S 是三角形的面积. 设某

三角形的三边 $a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3}, c = 2$, 则该三角形的面积 $S = \frac{\sqrt{23}}{4}$.

【思路分析】直接由秦九韶公式计算可得面积.

【解析】由 $S = \sqrt{\frac{1}{4}[c^2a^2 - (\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2})^2]} = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 \cdot (\sqrt{2})^2 - [\frac{2^2 + (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2}{2}]^2} = \frac{\sqrt{23}}{4}$,

故答案为: $\frac{\sqrt{23}}{4}$.

【试题评价】本题考查学生的阅读能力, 考查学生计算能力, 属基础题.

12. (6 分) 已知多项式 $(x+2)(x-1)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$, 则 $a_2 = 8$,

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 =$ _____.

【思路分析】 a_2 相当于是用 $(x+2)$ 中的一次项系数乘以 $(x-1)^4$ 展开式中的一次项系数加上 $(x+2)$ 中的常数项乘以 $(x-1)^4$ 展开式中的二次项系数之和, 分别令 $x=0, x=1$, 即可求得 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 的值.

【解析】【解法一】: $(x-1)^4 = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$, $\therefore a_2 = -4 + 12 = 8$;

令 $x=0$, 则 $a_0 = 2$, 令 $x=1$, 则 $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 0$,

$\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = -2$. 故答案为: 8, -2.

【解法二】: 由题 $a_2 = 1 \times C_4^1 \cdot (-1) + 2 \times C_4^2 \cdot (-1)^2 = 8$.

令 $x=1$, 则 $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 0$. 又 $a_0 = 2$, 所以 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = -2$.

【试题评价】本题考查二项式定理的运用, 考查运算求解能力, 属于中档题.

13. (6 分) 若 $3\sin\alpha - \sin\beta = \sqrt{10}$, $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$, 则 $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, $\cos 2\beta =$ _____.

【思路分析】由诱导公式求出 $3\sin\alpha - \cos\alpha = \sqrt{10}$, 再由同角三角函数关系式推导出 $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, 由此能求出 $\cos 2\beta$ 的值.

【解析】 $3\sin\alpha - \sin\beta = \sqrt{10}$, $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$,

$\therefore 3\sin\alpha - \cos\alpha = \sqrt{10}$,

$\therefore \cos\alpha = 3\sin\alpha - \sqrt{10}$,

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$,

$\therefore \sin^2\alpha + (3\sin\alpha - \sqrt{10})^2 = 1$,

解得 $\sin\alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, $\cos\beta = \sin\alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$,

$$\cos 2\beta = 2\cos^2 \beta - 1 = 2 \times \frac{90}{100} - 1 = \frac{4}{5} .$$

故答案为： $\frac{3\sqrt{10}}{10}$; $\frac{4}{5}$.

【试题评价】 本题考查三角函数值的求法，考查诱导公式、同角三角函数关系式、二倍角公式等基础知识，考查运算求解能力，是基础题 .

14 . (6 分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2, x \leq 1, \\ x + \frac{1}{x} - 1, x > 1, \end{cases}$ 则 $f(f(\frac{1}{2})) = \underline{\underline{\frac{37}{28}}}$; 若当 $x \in [a, b]$ 时，

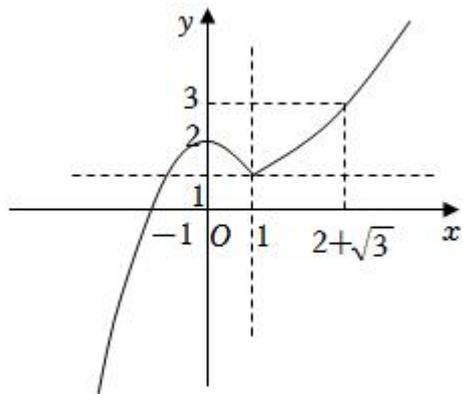
$f(x) \in [1, 3]$ ，则 $b - a$ 的最大值是 $\underline{\underline{3 + \sqrt{3}}}$.

【思路分析】 直接由分段函数解析式求 $f(f(\frac{1}{2}))$ ；画出函数 $f(x)$ 的图象，数形结合得答案 .

【解析】 函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2, x \leq 1, \\ x + \frac{1}{x} - 1, x > 1, \end{cases}$ ， $\therefore f(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4} + 2 = \frac{7}{4}$ ，

$$\therefore f(f(\frac{1}{2})) = f(\frac{7}{4}) = \frac{7}{4} + \frac{4}{7} - 1 = \frac{37}{28} ;$$

作出函数 $f(x)$ 的图象如图：



由图可知，若当 $x \in [a, b]$ 时， $f(x) \in [1, 3]$ ，则 $b - a$ 的最大值是 $2 + \sqrt{3} - (-1) = 3 + \sqrt{3}$.

故答案为： $\frac{37}{28}$; $3 + \sqrt{3}$.

【试题评价】 本题考查函数值的求法，考查分段函数的应用，考查数形结合思想，是中档题 .

15 . (6 分) 现有 7 张卡片，分别写上数字 1, 2, 2, 3, 4, 5, 6 . 从这 7 张卡片中随机抽取 3 张，记所抽取卡片上数字的最小值为 ξ ，则 $P(\xi = 2) = \underline{\underline{\frac{16}{35}}}$ ， $E(\xi) = \underline{\underline{\quad}}$.

【思路分析】 根据组合数公式，古典概型的概率公式，离散型随机变量的均值定义即可求解 .

【解析】 根据题意可得： ξ 的取值可为 1, 2, 3, 4，

$$\text{又 } P(\xi = 1) = \frac{C_6^2}{C_7^3} = \frac{3}{7} ,$$

$$P(\xi = 2) = \frac{C_2^1 \cdot C_4^2 + C_2^2 \cdot C_4^1}{C_7^3} = \frac{16}{35} ,$$

$$P(\xi = 3) = \frac{C_3^2}{C_7^3} = \frac{3}{35} ,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/736231014231010155>