黑龙江省鹤岗市宝泉岭高级中学2024-2025学年高一上学期12月月考数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知集合$M=\{0,2,4,6,8\}$，集合$N=\{x\in\mathbf{N}^*|0\le x<6\}$，则$M\cap N=$（　）

A．$\{0,2,4\}$　　B．$\{0,2\}$　　C．$\{2,4\}$　　D．$\{2\}$

2．下列命题正确的是（　）

A．第二象限的角都是钝角

B．小于$\frac{\pi}{2}$的角是锐角

C．2023°是第三象限的角

D．角α的终边在第一象限，那么角$\frac{\alpha}{3}$的终边在第二象限

3．函数$f(x)=\ln x+3^{x-1}-6$的零点所在区间为（　）

A．$(0,1)$　　B．$(1,2)$　　C．$(2,3)$　　D．$(3,4)$

4．若幂函数$f\left(x\right)=\left(m^2 5- m- \right)x^{-m}$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递减，则实数$m$的值为（　）

A．-3　　B．-2　　C．2　　D．3

5．“$\frac{x-2}{x+1}\ge 0$”是“$|2x-1|\ge 3$”的（　）

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充要条件

D．既不充分也不必要条件

6．函数$f(x)$与$g(x)=a^x$互为反函数，且$f(x)$的图像过点$(10,1)$，则$f(100)=$（　）

A．-1　　B．2　　C．$\frac{1}{2}$　　D．3

7．函数$y=\lg\left(x^2+x-2\right)$的单调递增区间是

A．$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$　　B．$\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$　　C．$(-\infty,-2)$　　D．$(1,+\infty)$

8．若定义在$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$上的函数$f(x)$同时满足：①$f(x)$为奇函数；②对任意的$x_1,x_2\in(0,+\infty)$，且$x_1\neq x_2$，都有$\frac{x_2f(x_1)-x_1f(x_2)}{x_1-x_2}<0$，则称函数$f(x)$具有性质$P$．已知函数$f(x)$具有性质$P$，则不等式$f(x-2)<\frac{f\left(x^2-4\right)}{x+2}$的解集为（　）

A．$(-\infty,-1)$　　B．$(-3,2)$

C．$(-\infty,-3)\cup(-1,2)$　　D．$(-\infty,-3)\cup(2,+\infty)$

二、多选题

9．下列式子中成立的是（　）

A．$\log_{\frac{1}{2}}4<\log_{\frac{1}{2}}6$　　B．$\left(\frac{1}{2}\right)^{0.3}>\left(\frac{1}{3}\right)^{0.3}$

C．$\left(\frac{1}{2}\right)^{3.4}<\left(\frac{1}{2}\right)^{3.5}$　　D．$\log_3 2<\log_2 3$

10．下列说法错误的是（　）

A．命题$p:\exists x>2$，$x^2-3x-4<0$的否定为$\forall x\leq 2$，$x^2-3x-4\geq 0$

B．已知扇形的圆心角为2弧度，面积为1，则扇形的弧长等于2

C．已知函数 $f(3x-1)$ 的定义域为 $[-1,1]$，则函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-4,2]$

D．已知函数 $f(x)=\lg\left(x^2+2x+a\right)$ 的值域为R，则 a 的取值范围是 $(1,+\infty)$

11．定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数 $f(x)$，满足 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{2x-3},x>2\\ x^2-2x+2,0<x\le 2\end{cases}$，下列叙述正确的是（　）

A．存在实数 k，使关于 x 的方程 $f(x)=k$ 有3个不同的解

B．当 $-1<x_1<x_2<1$ 时，恒有 $f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$

C．若当 $x\in(0,a]$ 时，$f(x)$ 的最小值为1，则 $a\in\left[1,\dfrac{5}{2}\right]$

D．若关于 x 的方程 $f(x)=\dfrac{3}{2}$ 和 $f(x)=m$ 的所有实数根之和为0，则 $m=-\dfrac{3}{2}$ 或 $m=-\dfrac{3}{8}$

三、填空题

12．已知函数 $f\left(x\right)=\cos\left(\dfrac{\pi x}{6}\right)+\log_4 x$，则 $f\left(2\right)=$____.

13．函数 $y=a^{x-3}-3$（$a>0$ 且 $a\ne 1$）的图象必经过定点 $\left(m,n\right)$，则 $2^m+2^n=$________.

14．对于任意实数 a，b 定义 $\min\left\{a,b\right\}=\begin{cases}a,a\le b,\\ b,a>b,\end{cases}$ 当实数 x，y 变化时，令

$t=\min\left\{x+y,\dfrac{8y}{x^2+8y^2}\right\}$，则 t 的最大值为______.

四、解答题

15．计算下列各式的值：

(1)$\left(\log_4 3+\log_8 3\right)\left(\log_3 2+\log_9 2\right)+\log_3 \sqrt[4]{27}-2^{\log_2 5}$

(2)设$\log_3 2=a$，$\log_3 5=b$，用a，b表示$\log_{15} 20$；

(3)已知$9^m=8^n=24$，试求$\frac{1}{2m}+\frac{1}{n}$的值.

16．已知定义域为$\mathbf{R}$的函数$f\left(x\right)=\frac{a}{2^x+1}+b$是奇函数，且$f\left(1\right)=-\frac{1}{3}$.

(1)求实数a，b的值；

(2)试判断$f\left(x\right)$的单调性，并用定义证明；

(3)解关于x的不等式$f\left(2x-3\right)+f\left(x-1\right)\leq 0$.

17．2024年10月29日，小米SU7Ultra量产版正式面世，同时也代表了我国新能源汽车的蓬勃发展，向世界证明了我国新能源与高分子材料的研发实力，再次为人民的日常生活带来了便利，该新能源跑车的轮毂均采用碳纤维材料，而生产特质的碳纤维轮毂需要专门的设备来进行．已知某企业生产这种设备的最大产能为100台．每生产x台，年度总利润为$S(x)$（单位；万元），且$S(x)=\begin{cases}-2x^2+140x-200,0<x\leq 40\\ -x-\frac{3600}{x}+1700,40<x\leq 100\end{cases}$.

(1)当产能不超过40台时，求生产多少台时，每台的平均利润最大；

(2)当生产该设备为多少台时，该企业所获年度利润最大？最大利润是多少？

18．已知定义在$\mathbf{R}$上的函数$f\left(x\right)$为偶函数.当$x\geq 0$时，$f(x)=-\log_2(x+1)$.

(1)求$f(-3)$；

(2)求函数$f\left(x\right)$的解析式；

(3)若 $x\in[-3,1]$，求函数 $f\left(x\right)$ 的值域.

19．已知 $f(x)$ 是二次函数，且满足 $f(0)=4$，$f(x+2)-f(x)=4x+12$．

(1)求函数 $f(x)$ 的解析式；

(2)设函数 $g(x)=f(x)-(4+2t)x$，求 $g(x)$ 在区间 $\left[3,6\right]$ 上的最小值 $m(t)$ 的表达式；

(3)在（2）的条件下，对任意的 $t\in[0,8]$，存在 $\lambda\in[-2,4]$，使得不等式

$\left|m(t)\right|\le\lambda k^2+\lambda k+4\lambda-80$ 成立，求 k 的取值范围.

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	C	C	D	A	B	D	C	BD	AD
题号	11									
答案	ACD									

1．C

【分析】根据集合交集运算求解.

【详解】由题可知，$N=\{1,2,3,4,5\}$，所以$M\cap N=\{2,4\}$.

故选：C.

2．C

【分析】举反例可判断AB；利用终边相同的角可判断C；根据象限角的定义可判断D.

【详解】对于A，$490^\circ=360^\circ+130^\circ$是第二象限的角，但$490^\circ$不是钝角，故A错误；

对于B，$-\dfrac{\pi}{2}$小于$\dfrac{\pi}{2}$，但$-\dfrac{\pi}{2}$不是锐角，故B错误；

对于C，$2023^\circ=5\times360^\circ+223^\circ$，因为$223^\circ$是第三象限的角，

所以2023°是第三象限的角，故C正确；

对于D，因为角α的终边在第一象限，所以$360^\circ k<\alpha<360^\circ k+90^\circ\left(k\in\mathbf{Z}\right)$，

所以$\dfrac{360^\circ k}{3}<\dfrac{\alpha}{3}<\dfrac{360^\circ k+90^\circ}{3}$，即$120^\circ k<\dfrac{\alpha}{3}<120^\circ k+30^\circ\left(k\in\mathbf{Z}\right)$，

当$k=0$时，$0^\circ<\dfrac{\alpha}{3}<30^\circ$，角$\dfrac{\alpha}{3}$的终边在第一象限，故D错误.

故选：C.

3．C

【分析】由零点存在性定理得到答案.

【详解】$f(1)=\ln1+3^{1-1}-6=-5<0$，$f(2)=\ln2+3^{2-1}-6=\ln2-3<0$，

$f(3)=\ln 3+3^{3-1}-6=\ln 3+3>0$，

$f(x)=\ln x+3^{x-1}-6$为连续函数，且单调递增，

由零点存在性定理得：$f(x)=\ln x+3^{x-1}-6$的零点所在区间为$(2,3)$.

故选：C

4．D

【分析】由幂函数的定义以及幂函数的单调性列出方程，代入计算，即可得到结果.

【详解】由幂函数的定义以及其单调性可得$\begin{cases}m^2-m-5=1\\-m<0\end{cases}$，解得$m=3$.

故选：D

5．A

【分析】解分式不等式及绝对值不等式，根据解集的关系及充分、必要条件的定义计算即可.

【详解】由$\dfrac{x-2}{x+1}\geq 0\Rightarrow(x-2)(x+1)\geq 0(x+1\neq 0)$，解之得$x\geq 2$或$x<-1$，

记该范围对应集合$A=(-\infty,-1)\cup[2,+\infty)$，

由$|2x-1|\geq 3\Rightarrow 2x-1\geq 3$或$2x-1\leq -3$，解之得$x\geq 2$或$x\leq -1$，

记该范围对应集合$B=(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$，

显然A是B的真子集，所以“$\dfrac{x-2}{x+1}\geq 0$”是“$|2x-1|\geq 3$”的充分不必要条件.

故选：A

6．B

【分析】根据反函数的性质与经过的点$(10,1)$，求出$f(x)$表达式，再求$f(100)$

【详解】设$y=g(x)=a^x$，于是$x=\log_a y$，即$g(x)$反函数表达式为：$f(x)=\log_a x$，

由 $f(10)=1 \Leftrightarrow \log_a 10=1$，解得 $a=10$，

于是 $f(100)=\log_{10}100=2$.

故选：B

7．D

【分析】首先考虑对数的真数取值大于 0；其次将函数 $y=\lg^{x^2+x-2}$ 拆成外层函数 $y=\lg^u$ 和内层函数 $u=x^2+x-2$，根据求复合函数单调性的法则：同增异减，判断出单调增区间；最后即可求得 $y=\lg\left(x^2+x-2\right)$ 的单调增区间.

【详解】由 $x^2+x-2>0$ 可得 $x<-2$ 或 $x>1$

∵ $u=x^2+x-2$ 在 $(1,+\infty)$ 单调递增，而 $y=\lg u$ 是增函数，

由复合函数的同增异减的法则可得，函数 $y=\lg\left(x^2+x-2\right)$ 的单调递增区间是 $(1,+\infty)$，

故选 D.

【点睛】复合函数单调性的判断方法：同增异减.（同：内外层函数单调性相同时，整个函数为增函数；异：内外层函数单调性不同时，整个函数为减函数）.

8．C

【分析】构造函数 $g\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{x}$，由题意可以推出函数 $g\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{x}$ 的奇偶性、单调性，然后对 x 进行分类讨论解不等式即可.

【详解】因为对任意的 $x_1,x_2\in\left(0,+\infty\right)$，且 $x_1\neq x_2$，都有 $\dfrac{x_2 f\left(x_1\right)-x_1 f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}<0$，

即对任意两个不相等的正实数 x_1,x_2 不妨设 $0<x_1<x_2$，都有

$$\frac{\frac{x_2 f(x_1)-x_1 f(x_2)}{x_1 x_2}}{x_1-x_2}=\frac{\frac{f(x_1)}{x_1}-\frac{f(x_2)}{x_2}}{x_1-x_2}<0,$$

所以有$\frac{f(x_1)}{x_1}>\frac{f(x_2)}{x_2}$，

所以函数$g(x)=\frac{f(x)}{x}$是$(0,+\infty)$上的减函数，

又因为$f(x)$为奇函数，即有$\forall x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，有$f(-x)=-f(x)$，

所以有$g(-x)=\frac{f(-x)}{-x}=\frac{-f(x)}{-x}=\frac{f(x)}{x}=g(x)$，

所以$g(x)$为偶函数，

所以$g(x)$在$(-\infty,0)$上单调递增.

当$x-2>0$，即$x>2$时，有$x^2-4>0$,由$f(x-2)<\frac{f(x^2-4)}{x+2}$，得$\frac{f(x-2)}{x-2}<\frac{f(x^2-4)}{x^2-4}$，

所以$x-2>x^2-4$，解得$x<-2$，此时无解；

当$x-2<0$，即$x<2$时，由$f(x-2)<\frac{f(x^2-4)}{x+2}$，得$\frac{f(x-2)}{x-2}>\frac{f(x^2-4)}{x^2-4}$，

所以$|x-2|<|x^2-4|$，解得$x<-3$或$-1<x<2$.

综上所述，不等式$f(x-2)<\frac{f(x^2-4)}{x+2}$的解集为$(-\infty,-3)\cup(-1,2)$.

故选：C.

【点睛】关键点点睛：解决本题的关键是由已知条件去构造函数$g(x)=\frac{f(x)}{x}$，并结合已知导出其函数性质，从而分类讨论解不等式即可.

9．BD

【分析】由对数函数、指数函数和幂函数的单调性依次判断各个选项即可得到结果.

【详解】对于A，$\because y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，$\therefore \log_{\frac{1}{2}}4>\log_{\frac{1}{2}}6$，A错误；

对于B，$\because y=x^{0.3}$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，$\therefore \left(\frac{1}{2}\right)^{0.3}>\left(\frac{1}{3}\right)^{0.3}$，B正确；

对于C，$\because y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$ 在 R 上单调递减，$\therefore \left(\frac{1}{2}\right)^{3.4}>\left(\frac{1}{2}\right)^{3.5}$，C错误；

对于D，$\log_3 2<\log_3 3=1=\log_2 2<\log_2 3$，D正确.

故选：BD.

10．AD

【分析】由含有一个量词命题的否定可判断A错误；由扇形面积公式计算可得B正确；由抽象函数定义域求法计算可得C正确；根据对数函数图象及其值域解不等式可得 $a\le 1$，即D错误.

【详解】命题 $p:\exists x>2$，$x^2-3x-4<0$ 的否定为 $\forall x>2$，$x^2-3x-4\ge 0$，故A说法错误；

由 $S=\frac{1}{2}\alpha r^2=\frac{1}{2}\times 2r^2=1$，解得 $r=1$，所以扇形的弧长 $l=\alpha r=2$，故B说法正确；

由 $x\in[-1,1]$，得 $3x-1\in[-4,2]$，所以 $f(x)$ 的定义域为 $[-4,2]$，故C说法正确；

因为 $f(x)=\lg\left(x^2+2x+a\right)$ 的值域为 R，所以函数 $y=x^2+2x+a$ 的值域 M 满足

$(0,+\infty)\subseteq M$，

所以 $\Delta=4-4a\geqslant 0$，解得 $a\le 1$，故D说法错误.

故选：AD.

11．ACD