2021—2022学年度第一学期第一次阶段测试初三数学试题

（考试时间：120分钟）

一、选择题

1. 下列方程是一元二次方程的是（　　）

A. $3x^2+\frac{1}{x}=0$　　B. $2x-3y+1=0$　　C. $(x-3)(x-2)=x^2$　　D. $(3x-1)(3x+1)=3$

【答案】D

【解析】

【分析】根据一元二次方程的定义判断即可．

【详解】A、$3x^2+\frac{1}{x}=0$分母有未知数，不是一元二次方程，故此选项错误；

B、$2x-3y+1=0$为二元一次方程，故此选项错误；

C、$(x-3)(x-2)=x^2$是一元一次方程，故此选项错误；

D、$(3x-1)(3x+1)=3$是一元二次方程，故此选项正确．

故选：D．

【点睛】本题考查一元二次方程的定义，属于基础题型．

2. 用配方法解方程$x^2-2x-5=0$时，原方程变形为（　）

A. $(x+1)^2=6$　　B. $(x-1)^2=6$　　C. $(x+2)^2=9$　　D. $(x-1)^2=9$

【答案】B

【解析】

【分析】首先把常数项移到右边，再将方程两边同时加上一次项系数一半的平方，配成完全平方公式，即可得解．

【详解】解：$x^2-2x-5=0$，

$x^2-2x=5$，

$x^2-2x+1=5+1$，

$\therefore (x-1)^2=6$．

故选B．

【点睛】本题考查利用配方法解一元二次方程，掌握配方法的步骤是解题关键．

3. 方程$x^2-ax-10=0$的一个根是-2，那么a的值是（ ）

A. -5　　B. 5　　C. -3　　D. 3

【答案】D

【解析】

【详解】试题分析：根据一元二次方程的根与系数的关系，可知$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -10$，解得另一根为5，然后根据两根之和可得$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$，可求得a=3.

故选D

4. 若一元二次方程$x^2 - 2x + m = 0$有两个不相同的实数根，则实数m的取值范围是（　　）

A. m≥1　　B. m≤1　　C. m＞1　　D. m＜1

【答案】D

【解析】

【分析】根据方程的系数结合根的判别式△＞0，即可得出关于m的一元一次不等式，解之即可得出实数m的取值范围.

【详解】∵方程$x^2 - 2x + m = 0$有两个不相同的实数根，

$\therefore V = (-2)^2 - 4m > 0$,

解得：m＜1.

故选D.

【点睛】本题考查了根的判别式，牢记“当△＞0时，方程有两个不相等的实数根”是解题的关键.

5. 某品牌服装原价173元，连续两次降价x%后售价为127元，下面所列方程中正确的是（ ）

A. $173(1+x\%)^2 = 127$　　B. $173(1-2x\%) = 127$

C. $173(1-x\%)^2 = 127$　　D. $127(1+x\%)^2 = 173$

【答案】C

【解析】

【详解】当商品第一次降价x%时，其售价为173-173x%=173（1-x%），

当商品第二次降价x%后，其售价为173（1-x%）-173（1-x%）x%=173（1-x%）^{2}，

∴173（1-x%）^{2}=127.

故选：C.

【点睛】考点：由实际问题抽象出一元二次方程.

6. 对于任意实数k，关于x的方程$x^2 - 2(k+1)x - k^2 + 2k - 1 = 0$的根的情况为

A. 有两个相等的实数根　　B. 没有实数根

C. 有两个不相等的实数根　　D. 无法确定

【答案】C

【解析】

【详解】判断一元二次方程的根的情况，只要看根的判别式$\Delta=b^2-4ac$的值的符号即可：

∵a=1，b=$-2\left(k+1\right)$，c=$-k^2+2k-1$，

$\therefore\Delta=b^2-4ac=\left[-2\left(k+1\right)\right]^2-4\times1\times\left(-k^2+2k-1\right)=8+8k^2>0$.

∴此方程有两个不相等的实数根．故选C．

7. 若一个等腰三角形的一边为4，另外两边为$x^2-12x+m=0$的两根，则m的值为（　）

A. 32　　B. 36　　C. 32或36　　D. 不存在

【答案】B

【解析】

【分析】分为两种情况：①腰长为4，②底边为4，分别求出即可．

【详解】分为两种情况：

①当腰长是4时，设底边为a，

依题意得：a+4=12，

解得：a=8，

即三边为4，4，8，不能构成三角形，舍去；

②底边为4，设腰长为b，

依题意得：b+b=12，

∴腰长为b=6，

即三边为4，6，6，

∴m=6×6=36；

故选：B．

【点睛】本题考查了一元二次方程的根与系数的关系，等腰三角形的性质等知识点，掌握根与系数的关系并能进行分类讨论是解此题的关键．涉及等腰三角形的问题容易漏解或多解，要特别注意．

8. 对于一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$，下列说法：

①若$a+b+c=0$，则$b^2-4ac\geq0$；

②若方程$ax^2+c=0$有两个不相等的实根，则方程$ax^2+bx+c=0$必有两个不相等的实根；

③若x_0是一元二次方程$ax^2+bx+c=0$的根，则$b^2-4ac=(2ax_0+b)^2$；

④若c是方程$ax^2+bx+c=0$的一个根，则一定有$ac+b+1=0$成立.

其中正确的（　　）

A. 只有①②　　　　B. 只有①②④　　　　C. ①②③④　　　　D. 只有①②③

【答案】D

【解析】

【分析】①根据题意可知$x=1$是一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$的解，然后根据判别式的意义可得①正确；②根据判别式的意义可得$-4ac>0$，则$b^2-4ac>0$，再根据判别式的意义可得②正确；③根据方程解的定义可得$a{x_0}^2+bx_0+c=0$，然后通过对式子变形，整体代入可得③正确；④根据方程解的定义可得$ac^2+bc+c=0$，而当$c=0$时，则$ac+b+1$不一定等于0，④错误.

【详解】解：①若$a+b+c=0$，即当$x=1$时，$ax^2+bx+c=0$，那么一元二次方程$ax^2+bx+c=0$有实数根，此时$b^2-4ac\geq 0$成立，①正确；

②若方程$ax^2+c=0$有两个不相等的实根，则$-4ac>0$，那么$b^2-4ac>0$，故方程$ax^2+bx+c=0$必有两个不相等的实根，②正确；

③由x_0是一元二次方程$ax^2+bx+c=0$的根可知$a{x_0}^2+bx_0+c=0$，则$a{x_0}^2+bx_0=-c$，所以

$\left(2ax_0+b\right)^2=4a^2{x_0}^2+b^2+4abx_0=4a\left(a{x_0}^2+bx_0\right)+b^2=b^2-4ac$，③正确；

④由c是方程$ax^2+bx+c=0$的一个根，得$ac^2+bc+c=0$，当$c\neq 0$时，可得$ac+b+1=0$；当$c=0$时，则$ac+b+1$不一定等于0，④错误；

综上：正确的是①②③，

故选：D.

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的解、一元二次方程根的判别式，熟练掌握根的判别式的意义是解决本题的关键.

二、填空题

9. 一元二次方程$x^2-2x=0$的解是_____.

【答案】$x_1=0$，$x_2=2$

【解析】

【分析】方程整理后，利用因式分解法求出解即可．

【详解】方程整理得：$x(x-2)=0$

可得 $x=0$ 或 $x-2=0$

解得：$x_1=0$，$x_2=2$

故答案为：$x_1=0$，$x_2=2$．

10. 写出一个以 3 和-7 为根的一元二次方程是________．

【答案】$(x-3)(x+7)=0$（答案不唯一，符合题意即可）

【解析】

【分析】结合因式分解法的意义可得，以 3 和-7 为根的一个一元二次方程是$(x-3)(x+7)=0$，在此基础上根据等式的性质，又可衍生出无数个方程．

【详解】解：∵以 3 和-7 为根的一个一元二次方程是$(x-3)(x+7)=0$，

故答案为：$(x-3)(x+7)=0$（答案不唯一，符合题意即可）．

【点睛】本题考查了因式分解法解一元二次方程：若一元二次方程的两根为 x_1，x_2，那么一元二次方程可整理为$(x-x_1)(x-x_2)=0$．

11. 代数式$\frac{x^2-2x-3}{x^2-1}$的值等于 0，则 x=________．

【答案】3

【解析】

【分析】根据题意建立分式方程，求解并检验即可．

【详解】解：由题意，$\frac{x^2-2x-3}{x^2-1}=0$，

左右同乘x^2-1，得：

$x^2-2x-3=0$，

$(x-3)(x+1)=0$，

解得：$x=3$或$x=-1$，

检验：当$x=3$时，$x^2-1\neq 0$；当$x=-1$时，$x^2-1=0$，则舍去；

故答案为：3．

【点睛】本题考查可化为一元二次方程的分式方程，理解题意，准确建立分式方程求解并检验是解题关键．

12. 已知方程 $x^2+5x+1=0$ 的两个实数根分别为 x_1、x_2，则 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=$__．

【答案】-5

【解析】

【分析】对原式进行通分，然后根据一元二次方程根与系数的关系进行求解即可．

【详解】解：∵方程 $x^2+5x+1=0$ 的两个实数根分别为 x_1、x_2，

$\therefore x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-5$，$x_1x_2=\frac{c}{a}=1$，

$\therefore \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{-5}{1}=-5$，

故答案为：-5．

【点睛】本题考查一元二次方程根与系数的关系的应用，掌握并熟练运用基本结论是解题关键．

13. 在元旦前夕，某通讯公司的每位员工都向本公司的其他员工发出了 1 条祝贺元旦的短信，已知全公司共发出 2450 条短信，那么这个公司有_________员工人．

【答案】50

【解析】

【分析】设这个公司有员工 x 人，则每人需发送 $(x-1)$ 条祝贺元旦的短信，根据全公司共发出 2450 条短信，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之取其正值即可得出结论．

【详解】解：设这个公司有员工 x 人，则每人需发送 $(x-1)$ 条祝贺元旦的短信，

依题意，得：$x(x-1)=2450$，

解得：$x_1=50$，$x_2=-49$（不合题意，舍去）．

故答案为：50．

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键．

14. 若 $\left(a^2+b^2\right)^2-3a^2-3b^2=4$，则 a^2+b^2 的值是______．

【答案】4

【解析】

【分析】利用整体思想和换元思想，将 a^2+b^2 看做一个整体，令 $a^2+b^2=x$，将原方程进行变形处理，然后利用因式分解法求出 x 的值，并根据非负性讨论即可．

【详解】解：令 $a^2+b^2=x$，

原方程变形得：$x^2-3x-4=0$，

因式分解为：$(x-4)(x+1)=0$，

可得 $x-4=0$ 或 $x+1=0$，

解得：$x=4$ 或 $x=-1$，

$\because x=a^2+b^2\geq 0$，

$\therefore x=4$

即：a^2+b^2 的值是 4，

故答案为：4．

【点睛】此题考查了解一元二次方程—因式分解法，熟练掌握分解因式的方法是解题的关键．

15. 若 α 、β 是方程 $x^2+2x-2009=0$ 的两个根，则：$\alpha^2+3\alpha+\beta$ 的值为_．

【答案】2007

【解析】

【分析】根据一元二次方程解的定义以及根与系数的关系求解即可．

【详解】解：$\because \alpha$ 、β 是方程 $x^2+2x-2009=0$ 的两个根，

$\therefore \alpha^2+2\alpha-2009=0$，$\alpha+\beta=-2$，

$\therefore \alpha^2+3\alpha+\beta=\alpha^2+2\alpha+\alpha+\beta=2009-2=2007$，

故答案为：2007．

【点睛】本题考查一元二次方程解的定义以及根与系数的关系，理解基本定义，熟练掌握根与系数的关系是解题关键．

16. 关于 x 的一元二次方程（$a-1$）$x^2-2x+3=0$ 有实数根，则整数 a 的最大值是___．

【答案】0

【解析】

【分析】根据一元二次方程的定义和判别式的意义得到 $a-1\neq0$ 且 $\Delta=(-2)^2-4\times(a-1)\times3\geq0$，再求出两不等式的公共部分得到 $a\leq\frac{4}{3}$ 且 $a\neq1$，然后找出此范围内的最大整数即可．

【详解】解：根据题意得 $a-1\neq0$ 且 $\Delta=(-2)^2-4\times(a-1)\times3\geq0$，

解得：$a\leq\frac{4}{3}$ 且 $a\neq1$，

所以整数 a 的最大值为 0．

故答案为：0．

【点睛】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$：当 $\Delta>0$，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta=0$，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta<0$，方程没有实数根．也考查了一元二次方程的定义．

17. 已知关于 x 的方程 $a(x+m)^2+b=0$（a，b，m 均为常数，且 $a\neq0$）的两个解是 $x_1=3$，$x_2=7$，则方程 $4a\left(x+\frac{1}{2}m\right)^2+b=0$ 的解是________．

【答案】$\frac{3}{2}$ 或 $\frac{7}{2}$

【解析】

【分析】首先根据一元二次方程解的定义求出 m 和 $\frac{b}{a}$ 的值，然后代入所求方程整理求解即可．

【详解】解：∵方程 $a(x+m)^2+b=0$ 的解为：$x_1=3$，$x_2=7$，

$$\therefore \begin{cases} a(3+m)^2+b=0 \\ a(7+m)^2+b=0 \end{cases},$$

解得：$\begin{cases} m=-5 \\ \frac{b}{a}=-4 \end{cases}$，

$\because 4a\left(x+\frac{1}{2}m\right)^2+b=0$，$a\neq0$，

$\therefore 4\left(x+\frac{1}{2}m\right)^2+\frac{b}{a}=0$，

$\therefore 4\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-4=0$，

$\therefore x=\frac{3}{2}$ 或 $\frac{7}{2}$，

故答案为：$\frac{3}{2}$ 或 $\frac{7}{2}$．

【点睛】本题考查解一元二次方程的拓展应用，掌握解一元二次方程的基本方法是解题关键．

18. 平面直角坐标系 xOy 中，已知点 (a,b) 在直线 $y=2cx+c^2+2(c>0)$ 上，且满足 $a^2+b^2-2(1+2bc)+4c^2+b=0$，则 $c=$______．

【答案】$\sqrt{3}-1$

【解析】

【分析】把 b=2ca+c^2+2 代入 a^2+b^2-2（1+2bc）+4c^2+b=0，利用非负数的性质，求出 a、b（用 c 表示），再代入 b=2ca+c^2+2 解方程即可解决问题.

【详解】解：∵点（a，b）在直线 y=2cx+c^2+2（c＞0）上，

∴b=2ca+c^2+2，代入 a^2+b^2-2（1+2bc）+4c^2+b=0，

整理得到（b-2c）^{2}+（a+c）^{2}=0，

∵（b-2c）^{2}≥0，（a+c）^{2}≥0，

∴a=-c，b=2c 代入 b=2ca+c^2+2 得到，

2c=-2c^2+c^2+2，

∴c^2+2c-2=0，

∴c=-1±$\sqrt{3}$，

∵c＞0，

∴c=-1+$\sqrt{3}$，

故答案为：-1+$\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查一次函数图象上点的特征，非负数的性质，完全平方公式等知识，解题的关键是熟练应用非负数的性质解决问题，属于中考填空题中的压轴题.

三、解答题

19. 解下列方程：

（1）$(x-5)^2-36=0$

（2）$x^2+2x-3=0$（用配方法）

（3）$3x^2-4x-2=1$

（4）$(x-3)^2+4x(x-3)=0$.

【答案】（1）$x_1=11$，$x_2=-1$；（2）$x_1=1$，$x_2=-3$；（3）$x_1=\frac{2+\sqrt{13}}{3}$，$x_2=\frac{2-\sqrt{13}}{3}$；（4）$x_1=3$，$x_2=\frac{3}{5}$

【解析】

【分析】（1）先移项，然后运用直接开方法求解即可；

（2）利用配方法求解即可；

（3）整理为一般式后运用公式法求解即可；

（4）利用因式分解法求解即可．

【详解】解：（1）$\left(x-5\right)^2-36=0$

$\left(x-5\right)^2=36$

$x-5=6$ 或 $x-5=-6$

∴ $x_1=11$， $x_2=-1$；

（2） $x^2+2x-3=0$

$x^2+2x=3$

$x^2+2x+1=3+1$

$\left(x+1\right)^2=4$

$x+1=2$ 或 $x+1=-2$

∴ $x_1=1$， $x_2=-3$；

（3）$3x^2-4x-2=1$

$3x^2-4x-3=0$

$a=3$、$b=-4$、$c=-3$

∵ $\Delta=b^2-4ac=16+36=52>0$，

∴原方程有两个不相等的实数根，

∴ $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{4\pm\sqrt{52}}{6}=\dfrac{2\pm\sqrt{13}}{3}$，

∴ $x_1=\dfrac{2+\sqrt{13}}{3}$， $x_2=\dfrac{2-\sqrt{13}}{3}$；

（4）$\left(x-3\right)^2+4x\left(x-3\right)=0$

$\left(x-3\right)\left(x-3+4x\right)=0$

$\left(x-3\right)\left(5x-3\right)=0$

$x-3=0$ 或 $5x-3=0$