



华南理工大学

《移动机器人学》

华南理工大学
自动化科学与工程学院



华南理工大学

第八章 神经网络运动规划与 控制

华南理工大学
自动化科学与工程学院



8.3 轨迹跟踪理论基础

- 两轮差分移动机器人系统，是一种典型的**非完整系统**，其轨迹跟踪控制问题的求解仍得到很多人的研究分析。
- 轨迹跟踪控制方法主要以**运动学方程**，或同时考虑机器人的动力学建立机器人控制模型，采用**非线性控制**方法实现。
- 在移动机器人的轨迹跟踪控制方法上主要分为**传统控制方法**、**现代控制方法**和**智能控制方法**三种，常用的方法有**滑模控制**、**自适应控制**、**反演控制**、**预测模型控制**等。



8.4 轨迹跟踪模型

两轮差分移动机器人运动学模型如下：

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}$$

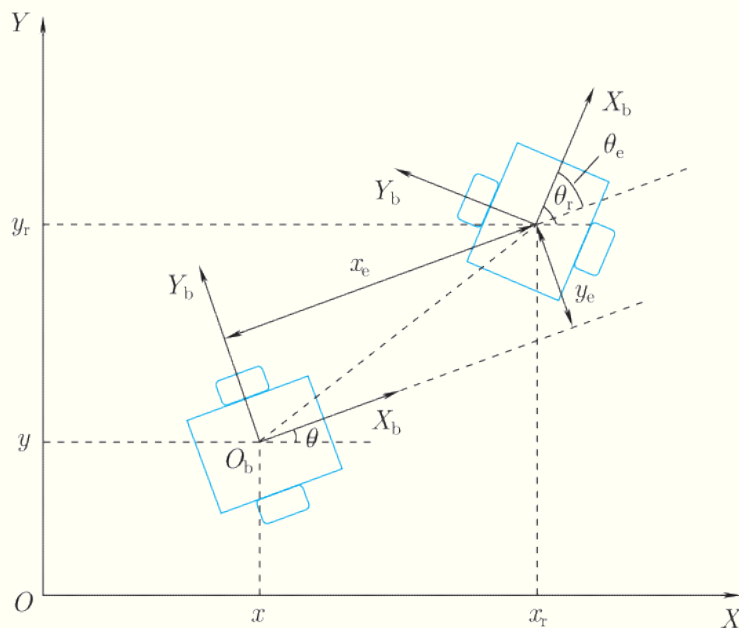


图 8-1 轨迹跟踪位姿状态误差模型



8.4 轨迹跟踪模型

由图 8-1可知，世界坐标系 XOY 与机器人坐标系 $X_bO_bY_b$ 的角度差为 θ ，则两坐标系的转换矩阵为

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

在坐标系中机器人的位姿状态误差为

$$\mathbf{X}_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix}$$



8.4 轨迹跟踪模型

对位姿误差 X_e 进行求导得在坐标系中机器人的位姿状态误差为

$$\begin{cases} \dot{x}_e = \omega y_e - v + v_r \cos \theta_e \\ \dot{y}_e = -\omega x_e + v_r \sin \theta_e \\ \dot{\theta}_e = \omega_r - \omega \end{cases}$$

将上式转化成矩阵形式，移动机器人轨迹跟踪的非线性模型为

$$\dot{X}_e = \begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\theta}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega & 0 \\ -\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_r \cos \theta_e - v \\ v_r \sin \theta_e \\ \omega_r - \omega \end{bmatrix}$$



8.4 轨迹跟踪模型

对机器人位姿误差导数式进行线性化，得到移动机器人轨迹跟踪的线性化模型：

$$\dot{\bar{X}}_e = \begin{bmatrix} 0 & \omega_r & 0 \\ -\omega_r & 0 & v_r \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{X}_e + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u_e$$

其中， u_e 为重新定义机器人的控制量，即

$$u_e = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \cos \theta_e - v \\ \omega_r - \omega \end{bmatrix}$$

根据对运动学位姿误差方程的计算求解，得到恰当的控制量输入，对移动机器人指定的参考轨迹进行跟踪控制，实现机器人的位姿状态误差为 $\lim_{t \rightarrow \infty} [x_e \ y_e \ \theta_e]^T = 0$ 。



8.5 模型预测控制

基于欧拉公式，对式（8-7）进行离散化得

$$\bar{\mathbf{X}}_e(k+1) = \mathbf{A}(k)\bar{\mathbf{X}}_e(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}_e(k)$$

式中，

$$\mathbf{A}(k) = \begin{bmatrix} 1 & \tau\omega_r & 0 \\ -\tau\omega_r & 1 & \tau v_r \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{B}(k) = \begin{bmatrix} \tau & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \tau \end{bmatrix}$$

由于式（8-9）中的控制输入是对移动机器人线速度和角速度的直接控制，无法对线速度和角速度进行精确的增量控制，从而无法保证控制过程中的增量突变。因此，对系统 $k+1$ 时刻的状态空间重新定义为

$$\boldsymbol{\xi}(k+1) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_e(k+1) \\ \mathbf{u}_e(k) \end{bmatrix}$$



8.5 模型预测控制

系统控制量重新定义为

$$\Delta \mathbf{u}(k) = \mathbf{u}_e(k) - \mathbf{u}_e(k-1)$$

根据新的状态空间（8-10）和模型控制量（8-11），忽略移动机器人中的扰动，机器人的跟踪误差系统为

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \tilde{A}(k)\xi(k) + \tilde{B}(k)\Delta \mathbf{u}(k) \\ \eta(k) = C\xi(k) \end{cases}$$

其中， $\eta(k)$ 为 k 时刻的系统输出，

$$\tilde{A}(k) = \begin{bmatrix} A(k) & B(k) \\ \mathbf{0}_{2 \times 3} & I_{2 \times 2} \end{bmatrix}, \tilde{B}(k) = \begin{bmatrix} B(k) \\ I_{2 \times 2} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 2} \end{bmatrix}$$



8.5 模型预测控制

根据 k 时刻的机器人状态量 $\xi(k)$ 和控制量 $\Delta u(k)$ ，基于式 (8-12)，可求解在未来的 $\{k, k+1, k+2, \dots, k+j, \dots, k+N_c\}$ 时间域中的系统预测状态，即

$$\{\xi(k+1|k), \xi(k+2|k), \dots, \xi(k+j|k), \dots, \xi(k+N_c|k)\}$$

其中， $\xi(k+j|k)$ 表示在当前时刻 k 下预测 $k+j$ 时刻的机器人状态量； $N_c > 0$ 为预测时间域的步长。系统加入预测的控制量输出为

$$\{\Delta u(k+1|k), \Delta u(k+2|k), \dots, \Delta u(k+j|k), \dots, \Delta u(k+N_c-1|k)\}$$



8.5 模型预测控制

具体地，系统在预测时域为 N_c-1 、控制时域为 N_c 的情况下，基于 k 时刻的状态量 $\xi(k|k)$ ，预测的状态空间（8-13）可以根据控制量空间（8-14）进行预测估计：

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi(k+1|k) = \tilde{A}(k)\xi(k|k) + \tilde{B}(k)\Delta u(k|k) \\ \xi(k+2|k) = \tilde{A}(k+1)\xi(k+1|k) + \tilde{B}(k+1)\Delta u(k+1|k) \\ \quad = \tilde{A}(k+1)\tilde{A}(k)\xi(k|k) + \tilde{A}(k+1)\tilde{B}(k)\Delta u(k|k) + \tilde{B}(k+1)\Delta u(k+1|k) \\ \quad \vdots \\ \xi(k+N_c|k) = \tilde{A}(k+N_c-1)\xi(k+N_c-1|k) + \tilde{B}(k+N_c-1)\Delta u(k+N_c-1|k) \\ \quad = \alpha(N_c-1, 0)\xi(k+N_c-1|k) + \tilde{B}(k+N_c-1)\Delta u(k+N_c-1|k) + \\ \quad \quad \sum_{i=1}^{N_c-1} \alpha(N_c-1, i)\tilde{B}(k+i-1)\Delta u(k+i-1|k) \end{array} \right.$$



8.5 模型预测控制

将式 (8-15) 整理为矩阵形式得

$$Y(k) = \Psi \xi(k|k) + \Phi \Delta U(k)$$

其中,

$$Y(k) = \begin{bmatrix} \xi(k+1|k) \\ \xi(k+2|k) \\ \vdots \\ \xi(k+N_c|k) \end{bmatrix}, \Psi = \begin{bmatrix} \tilde{A}(k) \\ \tilde{A}(k+1)\tilde{A}(k) \\ \vdots \\ \alpha(N_c-1,0) \end{bmatrix}, \Delta U(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_c-1|k) \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \tilde{B}(k) & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{A}(k+1)\tilde{B}(k) & \tilde{B}(k+1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha(N_c-1,1)\tilde{B}(k) & \alpha(N_c-1,2)\tilde{B}(k+1) & \cdots & \tilde{B}(k+N_c-1) \end{bmatrix}$$



8.5 模型预测控制

在求解式 (8-15) 所述问题时需要考虑控制量和控制增量约束，因此，可以将式 (8-15) 的求解转化为优化问题，具体如下：其中，

$$\min_{\Delta \mathbf{u}(k)} J(k) = \sum_{j=1}^{N_p} \xi^T(k+j|k) Q \xi(k+j|k) + \sum_{j=0}^{N_c-1} \Delta \mathbf{u}^T(k+j|k) R \Delta \mathbf{u}(k+j|k)$$

$$\text{s.t.} \quad \xi_{\min} \leq \xi(k+j|k) \leq \xi_{\max}, \forall j = 0, \dots, N_c - 1$$

$$\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(k+j|k) \leq \mathbf{u}_{\max}, \forall j = 0, \dots, N_c - 1$$

$$\Delta \mathbf{u}_{\min} \leq \Delta \mathbf{u}(k+j|k) \leq \Delta \mathbf{u}_{\max}, \forall j = 0, \dots, N_c - 1$$

结合式 (8-17) 和优化问题得

$$\min_{\Delta U(k)} J(\Delta U(k)) = \|\mathbf{Y}(k) - \mathbf{Y}_{\text{ref}}(k)\|_Q^2 + \|\Delta U(k)\|_R^2$$

$$\mathbf{Y}_{\min} \leq \xi(k) \leq \mathbf{Y}_{\max}$$

$$\mathbf{U}_{\min} \leq \mathbf{U}(k) \leq \mathbf{U}_{\max}$$

$$\Delta \mathbf{U}_{\min} \leq \Delta \mathbf{U}(k) \leq \Delta \mathbf{U}_{\max}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/748002013044007015>