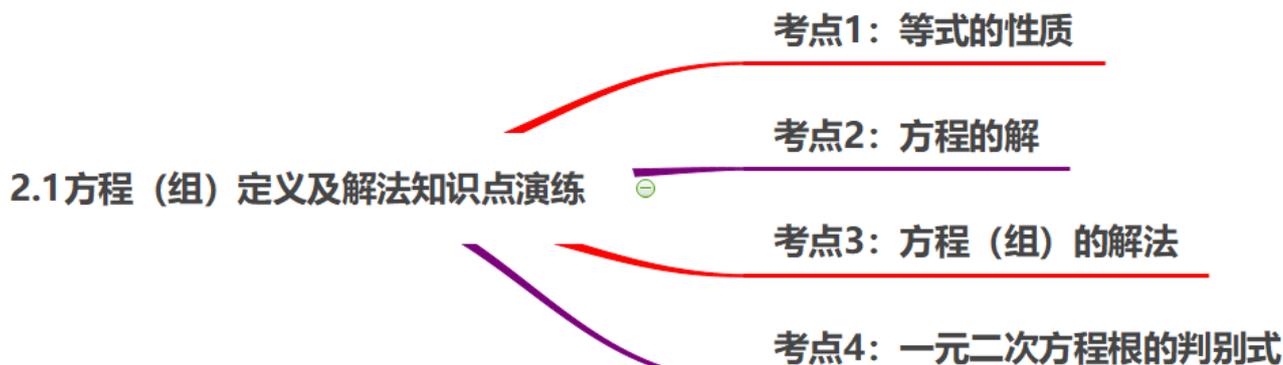


2.1 方程（组）定义及解法知识点演练



考点 1: 等式的性质

例 1. (2022 秋·河北邯郸·七年级校考期末) 下列变形符合等式的性质的是 ()

- A. 如果 $2x - 3 = 7$, 那么 $2x = 7 - 3$
- B. 如果 $3x - 2 = x + 1$, 那么 $3x - x = 1 - 2$
- C. 如果 $-2x = 5$, 那么 $x = 5 + 2$
- D. 如果 $-2x = 6$, 那么 $x = -3$

【答案】D

【分析】等式的基本性质：等式两边同时加上（或减去）同一个代数式，所得结果仍是等式；等式两边同时乘同一个数（或除以同一个不为 0 的数），所得结果仍是等式；据此进行判断即可得出答案。

【详解】解：A、等式左边加上 3，右边加上 -3 ，不符合等式的性质，故不符合题意；

B、等式左边加上 $2 - x$ ，右边加上 $-2 - x$ ，不符合等式的性质，故不符合题意；

C、等式左边除以 -2 ，右边加上 2，不符合等式的性质，故不符合题意；

D、等式两边同时除以 -2 ，结果仍是等式，故符合等式性质，符合题意；

故选：D.

知识点训练

1. (2022 秋·辽宁大连·七年级统考期中) 在下列式子中，变形一定成立的是 ()

- A. 如果 $a = b$, 那么 $a + m = b + n$
- B. 如果 $-\frac{a}{3} = b$, 那么 $a = -3b$
- C. 如果 $a - x = b - x$, 那么 $a + b = 0$
- D. 如果 $ma = mb$, 那么 $a = b$

【答案】B

【分析】根据等式的性质，等式两边同时加（或减）同一个数（或式子）等式仍成立；等式两边同时乘以同一个数（或式子），等式仍成立；等式两边同时除以一个不为零的数（或式子）等式仍成立，由此即可求

解.

【详解】解：A选项，等式两边同时加（或减）同一个数（或式子）等式仍成立，故A选项错误；

B选项，等式两边同时乘以 -3 ，故B选项正确；

C选项，如果 $a-x=b-x$ ，那么 $a-b=0$ ，故C选项错误；

D选项， m 的值不确定，故D选项错误.

故选：B.

【点睛】本题主要考查等式的性质，掌握和理解等式的性质，尤其是等式两边同时除以一个不为零的数（或式子）等式仍成立是解题的关键.

2. (2022秋·天津河西·七年级统考期末) 下列方程变形正确的是 ()

A. 由 $-2x=1$ 得 $x=-2$

B. 由 $x-1=3$ 得 $x=3-1$

C. 由 $-\frac{3}{2}x=1$ 得 $x=-\frac{2}{3}$

D. 由 $x+2=7$ 得 $x=7+2$

【答案】C

【分析】等式的基本性质 1：等式两边都加上（或减去）同一个数（或式子）结果仍然是等式；性质 2：等式两边都乘同一个数或除以同一个不为零的数，结果仍然是等式. 根据等式的基本性质，逐项判断即可.

【详解】解：A. 由 $-2x=1$ 得 $x=-\frac{1}{2}$ ，故选项错误，不符合题意；

B. 由 $x-1=3$ 得 $x=3+1$ ，故选项错误，不符合题意；

C. 由 $-\frac{3}{2}x=1$ 得 $x=-\frac{2}{3}$ ，故选项正确，符合题意；

D. 由 $x+2=7$ 得 $x=7-2$ ，故选项错误，不符合题意.

故选：C.

【点睛】此题主要考查了解一元一次方程的方法，解答此题的关键是要明确等式的基本性质.

3. (2022秋·河北·七年级校联考期末) 下列等式变形错误的是 ()

A. 若 $x=2y$ ，则 $x+1=2y+1$

B. 若 $3x=2y$ ，则 $\frac{3x}{m}=\frac{2y}{m}$

C. 若 $\frac{3x}{a}=\frac{2y}{a}$ ，则 $3x=2y$

D. 若 $x=y$ ，则 $(m^2+1)x=(m^2+1)y$

【答案】B

【分析】根据等式的性质，逐一进行判断即可.

【详解】解：A、若 $x=2y$ ，则 $x+1=2y+1$ ，等式成立，不符合题意；

B、若 $3x=2y$ ，则 $\frac{3x}{m}=\frac{2y}{m}$ ，当 $m=0$ 时，等式不成立，选项错误，符合题意；

C、若 $\frac{3x}{a} = \frac{2y}{a}$ ，则 $3x = 2y$ ，等式成立，不符合题意；

D、若 $x = y$ ，则 $(m^2 + 1)x = (m^2 + 1)y$ ， $m^2 + 1 > 0$ ，等式成立，不符合题意；

故选 B.

【点睛】本题考查等式的性质. 熟练掌握等式的性质，是解题的关键.

4. (2022 秋·广东江门·八年级江门市第一中学校考期中) 根据等式的性质，下列变形中正确的是 ()

A. 若 $m + 4 = n - 44$ ，则 $m = n$

B. 若 $a^2x = a^2y$ ，则 $x = y$

C. 若 $\frac{x}{a} = \frac{y}{a}$ ，则 $x = y$

D. 若 $-\frac{3}{2}k = 8$ ，则 $k = -12$

【答案】C

【分析】根据等式的基本性质，逐个进行判断，即可进行解答.

【详解】解：A、若 $m + 4 = n - 44$ ，则 $m \neq n$ ，故 A 不正确，不符合题意；

B、若 $a^2x = a^2y$ ， $a \neq 0$ ，则 $x = y$ ，故 B 不正确，不符合题意；

C、若 $\frac{x}{a} = \frac{y}{a}$ ，则 $x = y$ ，故 C 正确，符合题意；

D、若 $-\frac{3}{2}k = 8$ ，则 $k = -\frac{16}{3}$ ，故 D 不正确，不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题主要考查了等式的基本性质，解题的关键是掌握等式的性质一：等式两边同时加上或者是减去同一个整式，等式仍然成立. 性质二：等式两边同时乘或除以同一个不为 0 的整式，等式仍然成立.

5. (2022 秋·河北保定·七年级校考期末) 如图，两个天平都平衡. 当天平的一边放置 3 个苹果时，要使天平保持平衡，则另一边需要放香蕉 ()



A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【答案】D

【分析】通过等量关系，建立方程求解.

【详解】解：设一个苹果的重量是 a ，一个香蕉的重量是 b ，一根三角形物体的重量是 c ，由题意得：

$$\begin{cases} 2a = 5c \\ 2b = 3c \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} a = \frac{5}{2}c \\ b = \frac{3}{2}c \end{cases}$$

$$\therefore 3a = 3 \times \frac{5}{2}c = \frac{15}{2}c,$$

$$\frac{15}{2}c \div \frac{3}{2}c = 5 \text{ (个)},$$

即另一边需要放香蕉 5 个.

故选: D.

【点睛】 本题考查等式性质, 找到题中的等量关系是求解本题的关键.

6. (2022 秋·江苏南通·七年级校联考期中) 下列运用等式性质正确的是 ()

A. 如果 $a = b$, 那么 $a + c = b - c$

B. 如果 $a = b$, 那么 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

C. 如果 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$, 那么 $a = b$

D. 如果 $a = 3$, 那么 $a^2 = 3a^2$

【答案】 C

【分析】 根据等式的性质: 等式的左、右两边同时加上或减去同一个数, 等式仍然成立; 等式的左、右两边同时乘上或除以同一个数 (0 除外), 等式仍然成立, 由此进行判断即可.

【详解】 解: A、如果 $a = b$, 那么 $a + c = b - c$, 不正确, 本选项不符合题意;

B、如果 $a = b$, 当 $c \neq 0$ 时, 那么 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$, 原说法错误, 本选项不合题意;

C、如果 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$, 这时 $c \neq 0$ 时, 那么 $a = b$, 原说法正确, 本选项合题意;

D、如果 $a = 3$, 那么 $a^2 = 3a^2$, 两边乘的数不相同, 本选项不合题意;

故选: C.

【点睛】 本题考查了等式的性质, 熟练运用等式的基本性质是解题的关键.

7. (2022 秋·陕西西安·七年级西安市铁一中学校考期末) 下列说法中: ①若 $x = y$, 则 $-m + x = -m + y$;

②若 $\frac{x}{a} = \frac{y}{a}$, 则 $x = y$; ③若 $x = y$, 则 $\frac{x}{t^2+1} = \frac{y}{t^2+1}$; ④若 $ax = ay$, 则 $x = y$, 正确的个数 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】 C

【分析】 根据等式的性质依次判断即可.

【详解】 解: \because 等式两边同时加上或者是减去同一个整式, 等式仍然成立,

\therefore 若 $x = y$, 则 $-m + x = -m + y$;

\because 等式两边同时乘或除以同一个不为 0 的整式, 等式仍然成立,

\therefore 若 $\frac{x}{a} = \frac{y}{a}$, 则 $x = y$, 故②正确;

\therefore 若 $x = y$, 则 $\frac{x}{t^2+1} = \frac{y}{t^2+1}$, 故③正确;

\therefore 若 $ax = ay$, 当 $a \neq 0$ 时 $x = y$, 故④错误;

故选：C.

【点睛】本题考查等式的性质，解题的关键是熟知：等式两边同时加上或者是减去同一个整式，等式仍然成立；等式两边同时乘或除以同一个不为0的整式，等式仍然成立.

8. (2022 秋·湖南郴州·七年级校联考期末) 下列运用等式的性质进行的变形，错误的是 ()

- A. 如果 $x + 2 = y + 2$ ，则 $x = y$ B. 如果 $x = y$ ，则 $\frac{x}{-2} = \frac{y}{-2}$
- C. 如果 $mx = my$ ，则 $x = y$ D. 如果 $\frac{x}{m} = \frac{y}{m}$ ，则 $x = y$

【答案】C

【分析】根据等式的性质判断即可.

【详解】解：A. 如果 $x + 2 = y + 2$ ，则 $x = y$ ，说法正确，故不符合题意；

B. 如果 $x = y$ ，则 $\frac{x}{-2} = \frac{y}{-2}$ ，说法正确，故不符合题意；

C. 如果 $mx = my$ ，则 $x = y$ ，只有当 $m \neq 0$ 的时候才成立，说法错误，故符合题意；

D. 如果 $\frac{x}{m} = \frac{y}{m}$ ，则 $x = y$ ，说法正确，故不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了等式的性质，熟练掌握等式的性质是解题的关键

考点 2：方程的解

例 2. (1) (2022 秋·湖北武汉·七年级校考期末) 如果 $x = 3$ 是方程 $3x - 2a = a - 3$ 的解，则 a 的值为

_____.

【答案】4

【分析】把 $x = 3$ 代入原方程，即可求解.

【详解】解：∵ $x = 3$ 是方程 $3x - 2a = a - 3$ 的解，

$$\therefore 3 \times 3 - 2a = a - 3,$$

解得： $a = 4$,

故答案为：4

(2) ((2022 秋·湖北黄石·七年级校考期末) 已知关于 x 的一元一次方程 $\frac{1}{2021}x + 4 = 2x + b$ 的解为 $x = 2$ ，那么关于 y 的一元一次方程 $\frac{1}{2021}(y + 1) + 4 = 2(y + 1) + b$ 的解为 $y =$ _____.

【答案】1

【分析】利用换元法可求得 $y + 1 = 2$ ，即可求解

【详解】解：设 $y + 1 = x$ ，原方程可变为： $\frac{1}{2021}x + 4 = 2x + b$ ，

\therefore 方程 $\frac{1}{2021}x + 4 = 2x + b$ 的解为 $x = 2$ ，

$\therefore y + 1 = 2$ ，

$\therefore y = 1$ ，

故答案为：1

例 3. (1) (2022 秋·山东青岛·八年级统考期末) 若 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$ 是二元一次方程 $ax + by = -2$ 的一个解，则 $3a - 2b + 2024$ 的值为_____.

【答案】2022

【分析】根据方程的解满足方程，把解代入方程，可得关于 a, b 的方程，可得整体代数式的值，再代入代数式 $3a - 2b + 2024$ 可得答案.

【详解】解： $\because \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$ 是二元一次方程 $ax + by = -2$ 的一个解，

\therefore 代入得： $3a - 2b = -2$ ，

$\therefore 3a - 2b + 2024 = -2 + 2024 = 2022$ ，

故答案为：2022.

(2) (2021 春·重庆渝中·七年级重庆市求精中学校校考期中) 关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} ax + 2y = 3 \\ 2x - by = 4 \end{cases}$ ，下列说法正确的是_____.

①当 $a = b = 2$ 时，方程组的解为 $\begin{cases} x = \frac{7}{4} \\ y = -\frac{1}{4} \end{cases}$.

②当 $a = b = 0$ 时，方程组无解.

③当 $a \neq 0$ 时， b 无论为何值，方程组均有解.

④当 $\frac{a}{2} \neq -\frac{2}{b}$ 时，方程组有解.

【答案】①④

【分析】根据解二元一次方程的知识，进行求解，即可.

【详解】①当 $a = b = 2$ 时，二元一次方程组为： $\begin{cases} 2x + 2y = 3 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$

令 $\begin{cases} 2x + 2y = 3, & \text{①} \\ 2x - 2y = 4, & \text{②} \end{cases}$

① + ②得， $4x = 7$ ，解得： $x = \frac{7}{4}$

把 $x = \frac{7}{4}$ 代入①式，得 $2 \times \frac{7}{4} + 2y = 3$ ，解得： $y = -\frac{1}{4}$

∴当 $a = b = 2$ 时，方程组的解为： $\begin{cases} x = \frac{7}{4} \\ y = -\frac{1}{4} \end{cases}$ ；

故①正确；

②当 $a = b = 0$ 时，二元一次方程组为： $\begin{cases} 2y = 3 \\ 2x = 4 \end{cases}$

解得： $\begin{cases} y = \frac{3}{2} \\ x = 2 \end{cases}$

∴当 $a = b = 0$ 时，方程组的解为： $\begin{cases} y = \frac{3}{2} \\ x = 2 \end{cases}$ ；

故②错误；

③∵ $ax + 2y = 3$

∴ $y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}$

把 $y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}$ 代入 $2x - by = 4$ 中，得 $x = \frac{3b+8}{4+ab}$

∴ $y = \frac{12-8a}{2(4+ab)}$

若 $4 + ab = 0$ ，则 $ab = -4$ ，方程无解

当 $a \neq 0$ ， $ab = -4$ 且 $b \neq -\frac{8}{3}$ 时，方程无解

∴③错误；

④当 $\frac{a}{2} \neq -\frac{2}{b}$ ，

∴ $ab \neq -4$ ，

∴在 $\begin{cases} x = \frac{3b+8}{4+ab} \\ y = \frac{12-8a}{2(4+ab)} \end{cases}$ 中， x, y 有意义，

∴当 $\frac{a}{2} \neq -\frac{2}{b}$ 时，二元一次方程组 $\begin{cases} ax + 2y = 3 \\ 2x - by = 4 \end{cases}$ 有解，

∴④正确，

∴正确的为：①④。

故答案为：①④。

例 4. (1) (2023 秋·重庆渝中·八年级重庆巴蜀中学校考期末) 若 a, b 分别是方程 $3x^2 - 9x + 5 = 0$ 的两根，则 $a^2 - 4a - b =$ _____。

【答案】 $-\frac{14}{3} - 4\frac{2}{3}$

【分析】根据 a, b 分别是方程 $3x^2 - 9x + 5 = 0$ 的两根，得出 $3a^2 - 9a + 5 = 0$ ， $a + b = -\frac{-9}{3} = 3$ ，将 $3a^2 - 9a + 5 = 0$ 变形得出 $a^2 - 3a = -\frac{5}{3}$ ，然后变形 $a^2 - 4a - b = a^2 - 3a - (a + b)$ ，最后代入求值即可。

【详解】解：∵ a, b 分别是方程 $3x^2 - 9x + 5 = 0$ 的两根，

$$\therefore 3a^2 - 9a + 5 = 0, a + b = -\frac{-9}{3} = 3,$$

$$\therefore 3a^2 - 9a = -5,$$

$$\text{即 } a^2 - 3a = -\frac{5}{3},$$

$$\therefore a^2 - 4a - b$$

$$= a^2 - 3a - a - b$$

$$= a^2 - 3a - (a + b)$$

$$= -\frac{5}{3} - 3$$

$$= -\frac{14}{3}.$$

故答案为： $-\frac{14}{3}$ 。

(2) (2021 秋·广东东莞·九年级东莞市华侨中学校考期中) 已知 $x = 0$ 是关于 x 的一元二次方程 $(m + 1)x^2 + x + m^2 - 1 = 0$ 的一个根，则 $m =$ ()

A. 1

B. -1

C. 1 或 -1

D. 无法确定

【答案】A

【分析】根据一元二次方程的解的定义，将 $x = 0$ 代入已知方程列出关于系数 m 的新方程，通过解方程即可求得 m 的值。

【详解】解：∵ 关于 x 的方程 $(m + 1)x^2 + x + m^2 - 1 = 0$ 是一元二次方程，

$$\therefore m + 1 \neq 0,$$

$$\therefore m \neq -1.$$

根据题意，知 $x = 0$ 满足关于 x 的一元二次方程 $(m + 1)x^2 + x + m^2 - 1 = 0$ ，

$$\text{则 } m^2 - 1 = 0, \text{ 即 } (m + 1)(m - 1) = 0,$$

解得， $m = -1$ (不合题意，舍去)，或 $m = 1$ 。

故选：A。

例 5. (1) (2022 秋·北京海淀·七年级清华附中校考期末) 已知关于 x 的方程 $\frac{x}{x-5} - \frac{m}{5-x} = -1$ 的解大于 1，则实数 m 的取值范围是_____。

【答案】 $m < 3$, 且 $m \neq -1$

【分析】 先解方程 $\frac{x}{x-5} - \frac{m}{5-x} = -1$, 再利用方程的解大于 1, 且 $x \neq 5$ 求解即可.

【详解】 解: 方程两边乘 $x-5$ 得: $x+m=5-x$,

移项得: $2x=5-m$,

系数化为 1 得: $x = \frac{5-m}{2}$,

\because 方程的解大于 1,

$\therefore \frac{5-m}{2} > 1$, 且 $\frac{5-m}{2} \neq 5$,

解得 $m < 3$, 且 $m \neq -1$.

故答案为: $m < 3$, 且 $m \neq -1$.

【点睛】 本题主要考查了分式方程的解, 解题的关键是不要漏掉分式方程有意义的条件.

(2) (2022 秋·湖南衡阳·八年级校考期中) 已知关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-1} + \frac{mx}{(x-1)(x+2)} = \frac{1}{x+2}$

(1) 若方程的增根为 $x=1$, 求 m 的值;

(2) 若方程无解, 求 m 的值.

【答案】 (1) -6

(2) -1 或 $\frac{3}{2}$ 或 -6

【分析】 (1) 先把分式方程化为整式方程, 再把 $x=1$ 代入整式方程, 即可求解;

(2) 根据方程无解可得两种情况: ① $m+1=0$ 时, 方程无解, ② 方程有增根, 进而即可求解.

【详解】 (1) 解: 方程两边同时乘以 $(x+2)(x-1)$,

去分母并整理得 $(m+1)x = -5$,

$\because x=1$ 是分式方程的增根,

$\therefore 1+m = -5$,

解得: $m = -6$;

(2) 解: 由 (1) 知, 当 $m+1=0$ 时, 该方程无解, 此时 $m = -1$;

当 $m+1 \neq 0$ 时, 要使原方程无解,

则 $(x+2)(x-1) = 0$,

解得: $x = -2$ 或 $x = 1$,

即 $-2(m+1) = -5$ 或 $m+1 = -5$,

$\therefore m = \frac{3}{2}$ 或 $m = -6$,

综上， m 的值为 -1 或 $\frac{3}{2}$ 或 -6 。

例 6. (2022 秋·北京海淀·七年级清华附中校考期末) 已知关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-3} + \frac{mx}{x^2-9} = \frac{5}{x+3}$ 。

(1)若这个方程的解是负数，求 m 的取值范围；

(2)若这个方程无解，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(直接写出答案)

【答案】 (1) $m > 3$ 且 $m \neq 10$;

(2)3, 10, -4.

【分析】 (1) 将分式方程化为整式方程，求得 x ，由题意可得 $x < 0$ ，且 $x \neq -3$ 求解即可；

(2) 将分式方程化为整式方程，求得 x ，由题意可得 $x = 3$ 或 $x = -3$ ，求解即可。

【详解】 (1) 解： $\frac{2}{x-3} + \frac{mx}{x^2-9} = \frac{5}{x+3}$

化为整式方程可得： $2(x+3) + mx = 5(x-3)$ ，

即 $(m-3)x = -21$ ，

由方程的解是负数可得 $m-3 \neq 0$ ，

则 $x = \frac{-21}{m-3} < 0$ ，且 $x = \frac{-21}{m-3} \neq -3$

解得 $m > 3$ 且 $m \neq 10$ ；

(2) 解：由(1)可得方程可化为 $(m-3)x = -21$ ，

当 $m = 3$ 时， $m-3 = 0$ ，方程化为 $0 = -21$ ，无解，符合题意；

当 $m \neq 3$ 时， $m-3 \neq 0$ ， $x = \frac{-21}{m-3}$ ，

由题意可得：这个方程无解，则 $x = -3$ 或 $x = 3$

即 $\frac{-21}{m-3} = -3$ 或 $\frac{-21}{m-3} = 3$ ，

解得 $m = 10$ 或 $m = -4$ ，

综上所述： $m = 3$ 或 $m = 10$ 或 $m = -4$ ，

故答案为：3, 10, -4.

知识点训练

1. (2022 秋·北京东城·七年级东直门中学校考期末) 关于 x 的方程 $ax = 2$ 的解是 $x = -2$ ，则 a 的值为()

- A. 1 B. -1 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

【答案】 B

【分析】直接把 $x = -2$ 代入到方程中得到关于 a 的方程，解方程即可。

【详解】解： \because 关于 x 的方程 $ax = 2$ 的解是 $x = -2$ ，

$$\therefore -2a = 2,$$

$$\therefore a = -1,$$

故选 B.

【点睛】本题主要考查了一元一次方程的解和解一元一次方程，熟知一元一次方程的解是使方程左右两边相等的未知数的值是解题的关键。

2. (2022 秋·河北石家庄·七年级石家庄市第四十一中学校考期末) 已知关于 x 的方程 $3m - 2x + 1 = 0$ 的解是 $x = 2$ ，则 m 的值是 ()

A. 2

B. 1

C. -1

D. -2

【答案】B

【分析】把 $x = 2$ 代入原方程，解方程即可求解。

【详解】解： \because 关于 x 的方程 $3m - 2x + 1 = 0$ 的解是 $x = 2$ ，

$$\therefore \text{把 } x = 2 \text{ 代入方程 } 3m - 2x + 1 = 0,$$

$$\text{得 } 3m - 2 \times 2 + 1 = 0,$$

$$\text{解得 } m = 1,$$

故选：B.

【点睛】本题考查了利用方程的解求参数的方法，熟练掌握和运用利用方程的解求参数的方法是解决本题的关键。

3. (2022 秋·河北保定·八年级保定市第十七中学校考期末) 若 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ 是关于 x, y 的二元一次方程 $ax + 2y = 5$ 的解，则 a 的值是 ()

A. $\frac{3}{2}$

B. $-\frac{2}{3}$

C. $-\frac{3}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

【答案】A

【分析】把 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ 代入 $ax + 2y = 5$ ，然后解关于 a 的方程即可求出 a 的值。

【详解】解：把 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ 代入 $ax + 2y = 5$ ，得

$$2a + 2 = 5,$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}.$$

故选 A.

【点睛】 本题考查了求二元一次方程的解，能使二元一次方程左右两边相等的未知数的值叫做二元一次方程的解。

4. (2022 秋·吉林松原·九年级统考期中) 方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的一个实数根为 m ，则 $2022 - m^2 + 2m$ 的值是 ()

- A. 2023 B. 2022 C. 2021 D. 2020

【答案】 A

【分析】 根据一元二次方程解的定义，可得 $m^2 - 2m = -1$ ，再代入，即可求解。

【详解】 解：∵ 方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的一个实数根为 m ，

$$\therefore m^2 - 2m + 1 = 0,$$

$$\therefore m^2 - 2m = -1,$$

$$\therefore 2022 - m^2 + 2m = 2022 - (m^2 - 2m) = 2022 - (-1) = 2023.$$

故选：A

【点睛】 本题主要考查了一元二次方程解的定义，求代数式的值，熟练掌握能使方程左右两边同时成立的未知数的值是方程的解是解题的关键。

5. (2023 秋·重庆渝中·八年级重庆巴蜀中学校考期末) 已知 $x = 1$ 是一元二次方程 $2x^2 - kx - 3 = 0$ 的根，则 k 的值为 ()

- A. -1 B. 1 C. 2 D. -2

【答案】 A

【分析】 把 $x = 1$ 代入 $2x^2 - kx - 3 = 0$ ，然后解关于 k 的方程即可。

【详解】 把 $x = 1$ 代入 $2x^2 - kx - 3 = 0$ ，得

$$2 - k - 3 = 0,$$

$$\text{解得 } k = -1.$$

故选 A.

【点睛】 本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解，解决此题的关键是计算的正确性。

6. (2022 秋·湖北武汉·八年级校考期末) 已知关于 x 的方程 $\frac{4x-m}{2x+4} = 1$ 的解是负数，那么 m 的取值范围是 ()

- A. $m > -4$ B. $m < -4$
C. $m < -4$ 且 $m \neq -8$ D. $m > -4$ 且 $m \neq -8$

【答案】C

【分析】先解分式方程求出方程的解，再根据解是负数、 $2x + 4 \neq 0$ 求解即可得.

【详解】解： $\frac{4x-m}{2x+4} = 1$,

方程两边同乘以 $(2x + 4)$ ，得 $4x - m = 2x + 4$,

解得 $x = \frac{m+4}{2}$,

\because 关于 x 的方程 $\frac{4x-m}{2x+4} = 1$ 的解是负数，

$\therefore \frac{m+4}{2} < 0$ 且 $2 \times \frac{m+4}{2} + 4 \neq 0$,

解得 $m < -4$ 且 $m \neq -8$,

故选：C.

【点睛】本题考查了解分式方程，熟练掌握分式方程的解法是解题关键.

7. (2022 秋·贵州黔南·八年级统考期末) 若关于 x 的方程 $\frac{ax}{x-1} = \frac{x-2}{1-x} + 1$ 无解，则 a 的值为 ()

A. 0或1

B. 0

C. 1

D. -1或0

【答案】A

【分析】等式两边同时乘以公倍数： $x - 1$ ，去分母；然后根据方程无解，求出 a ；当 $x = 1$ 时，方程无解，求出 a ，综合 a 的值，即可.

【详解】 $\frac{ax}{x-1} = \frac{x-2}{1-x} + 1$,

解： $\frac{ax}{x-1} = -\frac{x-2}{x-1} + 1$,

等式两边同时乘以： $(x - 1)$,

$\therefore \frac{ax}{x-1} \times (x - 1) = -\frac{x-2}{x-1} \times (x - 1) + 1 \times (x - 1)$,

$\therefore ax = -x + 2 + x - 1$,

$\therefore ax = 1$,

\because 方程无解，

$\therefore a = 0$;

当 $x - 1 = 0$ 时，方程无解，

\therefore 把 $x = 1$ 代入方程，得 $a = 1$;

$\therefore a$ 的值为：0或1.

故选：A.

【点睛】 本题考查分式方程的知识，解题的关键是掌握分式方程无解的性质。

8. (2023 秋·山东泰安·八年级校考期末) 若关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-3} + \frac{3a}{3-x} = 2a$ 无解，则 a 的值为 ()

- A. 1 B. 1 或 $\frac{1}{2}$ C. -1 或 $\frac{1}{2}$ D. 以上都不是

【答案】 B

【分析】 根据分式方程“无解”，考虑两种情况：第一种是分式方程化为整式方程时，整式方程有解，但是整式方程的解会使最简公分母为 0，产生了增根。第二种情况是化为整式方程时，整式方程无解，则原分式方程也无解。综合两种情况求解即可。

【详解】 解： $\frac{x}{x-3} + \frac{3a}{3-x} = 2a$

分式方程两边同乘以 $(3-x)$ 得：

$$-x + 3a = 2a(3-x)$$

$$(2a-1)x = 3a$$

要使原分式方程无解，则有以下两种情况：

当 $2a-1=0$ 时，即 $a=\frac{1}{2}$ ，整式方程无解，原分式方程无解。

当 $2a-1 \neq 0$ 时，则 $x = \frac{3a}{2a-1}$ ，

令最简公分母为 0，即 $x-3=0$ ，

解得 $x=3$

\therefore 当 $\frac{3a}{2a-1}=3$ ，即 $a=1$ 时，原分式方程产生增根，无解。

综上所述可得： $a=1$ 或 $\frac{1}{2}$ 时，原分式方程无解。

故选：B。

【点睛】 本题考查分式方程的解，熟练掌握分式方程的解法，根据分式方程无解，分两种情况进行讨论是解题的关键。

9. (2022 秋·湖南株洲·八年级校考期中) 若关于 x 的分式方程 $\frac{7x}{x-1} + 8 = \frac{2m-1}{x-1}$ 有增根，则 m 的值为 ()

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 4

【答案】 D

【分析】 先求解分式方程的增根，再把分式方程去分母，把增根代入去分母后的整式方程求解参数的值即可。

【详解】解：∵关于 x 的分式方程 $\frac{7x}{x-1}+8=\frac{2m-1}{x-1}$ 有增根，

∴增根为： $x=1$ ，

$$\therefore \frac{7x}{x-1}+8=\frac{2m-1}{x-1},$$

$$\text{去分母得：} 7x+8(x-1)=2m-1,$$

$$\therefore 7=2m-1,$$

$$\text{解得：} m=4,$$

故选：D.

【点睛】本题考查的是分式方程的增根问题，理解分式方程增根产生的原因是解题的关键.

10. (2022·重庆璧山·统考一模) 已知的不等式组 $\begin{cases} m-5x>2 \\ x-2\leq 3x+8 \end{cases}$ 有且只有4个整数解，并且使得关于 y 的分

式方程 $\frac{5}{y-3}-\frac{m}{3-y}=2$ 的解为整数，则满足条件的所有整数 m 的个数有()

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】B

【分析】利用不等式组的整数解和分式方程的整数解确定 m 的值即可.

【详解】解：不等式组 $\begin{cases} m-5x>2 \\ x-2\leq 3x+8 \end{cases}$ 的解为： $-5\leq x<\frac{m-2}{5}$.

∴关于 x 的不等式组 $\begin{cases} m-5x>2 \\ x-2\leq 3x+8 \end{cases}$ 有且只有四个整数解，

$$\therefore -2 < \frac{m-2}{5} \leq -1,$$

$$\therefore -8 < m \leq -3,$$

∴整数 m 的值为： $-7, -6, -5, -4, -3$.

关于 y 的分式方程 $\frac{5}{y-3}-\frac{m}{3-y}=2$ 的解为： $y=\frac{11+m}{2}$.

∴分式方程有可能产生增根3，

$$\therefore \frac{11+m}{2} \neq 3.$$

$$\therefore m \neq -5.$$

∴关于 y 的分式方程 $\frac{5}{y-3}-\frac{m}{3-y}=2$ 的解为整数，

$$\therefore m = -7 \text{ 或 } -3.$$

故选：B.

【点睛】本题主要考查了分式方程的解，一元一次不等式组的整数解，考虑分式方程可能产生增根的情况

是解题要注意之处.

11. (2022 秋·湖北恩施·八年级统考期末) 分式方程 $\frac{m}{x} - \frac{1}{x-1} = 0$ 有解, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m \neq 0$ B. $m \neq 1$ C. $m \neq 0$ 或 $m \neq 1$ D. $m \neq 0$ 且 $m \neq 1$

【答案】 D

【分析】 先求出 m 与 x 的关系, 再根据分式方程有解的条件判断即可.

【详解】 $\frac{m}{x} - \frac{1}{x-1} = 0$

方程两边同时乘以 $x(x-1)$ 得: $m(x-1) - x = 0$,

$$\therefore (m-1)x = m,$$

\therefore 分式方程有解,

$$\therefore m-1 \neq 0,$$

$$\therefore m \neq 1.$$

$$\therefore m(x-1) - x = 0,$$

$$\therefore m = \frac{x}{x-1}$$

\therefore 分式方程 $\frac{m}{x} - \frac{1}{x-1} = 0$ 有解,

$$\therefore x \neq 0 \text{ 且 } x-1 \neq 0$$

$$\therefore x \neq 0 \text{ 且 } x \neq 1$$

$$\therefore m \neq 0$$

故选 D

【点睛】 本题考查了根据分式方程解的情况求参数, 解题的关键是找出增根.

12. (2023 秋·吉林长春·七年级长春市实验学校考期末) 已知 $x = 5$ 是方程 $ax - 8 = 20 + a$ 的解, 则 $a =$

_____.

【答案】 7

【分析】 将 $x = 5$ 代入方程, 得到关于 a 的一元一次方程, 解一元一次方程即可求解.

【详解】 解: 将 $x = 5$ 代入 $ax - 8 = 20 + a$, 得

$$5a - 8 = 20 + a$$

$$\text{即 } 4a = 28,$$

$$\text{解: } a = 7,$$

故答案为: 7.

【点睛】 本题考查了一元一次方程的解，解一元一次方程，掌握一元一次方程的解的定义是解题的关键。

13. (2022 春·广东江门·七年级校联考期中) 已知 $\begin{cases} x = a \\ y = 1 \end{cases}$ 是二元一次方程 $2x + y = 4$ 的一组解，则 a 的值是_____.

【答案】 $\frac{3}{2}$

【分析】 将方程的解代入方程求解即可.

【详解】 解：将 $\begin{cases} x = a \\ y = 1 \end{cases}$ 代入 $2x + y = 4$ ，得 $2a + 1 = 4$ ，

解得 $a = \frac{3}{2}$ ，

故答案为： $\frac{3}{2}$.

【点睛】 此题考查了二元一次方程的解的定义，二元一次方程的解是使方程等号两边相等的未知数的值，正确理解定义是解题的关键。

14. (2022 秋·全国·九年级期中) 已知 m 为方程 $x^2 + 3x - 2022 = 0$ 的一个根，那么 $m^3 + 2m^2 - 2025m + 2022$ 的值为_____.

【答案】 0

【分析】 先根据一元二次方程解的定义得到 $m^2 = -3m + 2022$ ，再用 m 表示 m^3 得到 $m^3 = 2031m - 6066$ ，然后利用整体代入的方法计算 $m^3 + 2m^2 - 2025m + 2022$ 的值.

【详解】 解：∵ m 为方程 $x^2 + 3x - 2022 = 0$ 的一个根，

$$\therefore m^2 + 3m - 2022 = 0,$$

$$\therefore m^2 = -3m + 2022,$$

$$\therefore m^3 = m(-3m + 2022) = -3m^2 + 2022m = -3(-3m + 2022) + 2022m = 2031m - 6066,$$

$$\therefore m^3 + 2m^2 - 2025m + 2022 = 2031m - 6066 + 2(-3m + 2022) - 2025m + 2022 = 0.$$

故答案为：0.

【点睛】 本题主要考查了一元二次方程的解的定义，求代数式的值，熟练掌握能使方程左右两边同时成立的未知数的值是方程的解是解题的关键。

15. (2021 春·重庆南岸·八年级重庆市第十一中学校校考期中) 若关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-3} - \frac{mx}{3-x} = 1$ 无解，则 m 的值为_____.

【答案】 0 或 1 或 -1 或 0

【分析】 分式方程无解，即有增根，此时 $x = 3$ ，整理分式方程得 $mx = 3$ ，则由 $mx = 3$ 无解或者 $mx = 3$ 的解是分式方程的增根求得 m 的值.

【详解】解：将 $\frac{x}{x-3} - \frac{mx}{3-x} = 1$ 变形为： $\frac{x}{x-3} + \frac{mx}{x-3} = 1$

即： $\frac{x+mx}{x-3} = 1$

方程两边同时乘以 $x-1$ 得： $x+mx = x-3$

移项得： $mx = 3$

∵分式方程无解

∴ $mx = 3$ 无解或者 $mx = 3$ 的解是分式方程的增根，

∴ $m = 0$ 或 $\frac{3}{m} = 3$ ，

∴ $m = 0$ 或 $m = 1$

故答案为：0或1

【点睛】本题考查的是分式方程的求解以及增根问题，根据相关知识点求值是解题的关键。

16. (2023 秋·江苏南通·八年级启东市长江中学校考期末) 若关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-3} = 1 - \frac{m}{3-x}$ 的解为非负数，则 m 的取值范围是 _____.

【答案】 $m \leq 5$ 且 $m \neq 2$

【分析】先解分式方程可得 $x = 5 - m$ ，再根据分式方程的解为非负数建立不等式组即可得到答案。

【详解】解： $\frac{2}{x-3} = 1 - \frac{m}{3-x}$ ，

去分母得： $2 = x - 3 + m$ ，

整理得： $x = 5 - m$ ，

∵关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-3} = 2 + \frac{m}{3-x}$ 的解为非负数，

∴ $\begin{cases} 5 - m \geq 0 \\ 5 - m \neq 3 \end{cases}$ ，

解得： $m \leq 5$ 且 $m \neq 2$ 。

故答案为： $m \leq 5$ 且 $m \neq 2$ 。

【点睛】本题考查的是分式方程的解法，分式方程的解，不等式组的解法，掌握“解分式方程的步骤与方法，以及分式方程的解的含义”是解本题的关键。

17. (2022 春·江苏连云港·八年级统考期中) 关于 x 的分式方程 $\frac{m-2}{x-1} - \frac{2x}{x-1} = 1$ 有增根，则 m 的值为 _____.

【答案】4

【分析】首先把所给的分式方程化为整式方程，然后根据分式方程有增根，得到 $m - 2 - 2x = x - 1$ ，据此

求出 x 的值，代入整式方程求出 a 的值即可。

【详解】解：将分式方程 $\frac{m-2}{x-1} - \frac{2x}{x-1} = 1$ 两边同乘 $(x-1)$ ，

得 $m-2-2x=x-1$ 。

由分式方程有增根，得到 $x-1=0$ ，即 $x=1$ ，

把 $x=1$ 代入整式方程 $m-2-2=0$ ，可得： $m=4$ 。

故答案为：4。

【点睛】此题主要考查了分式方程的增根，解答此题的关键是要明确：（1）化分式方程为整式方程；（2）把增根代入整式方程即可求得相关字母的值。

18. (2023 秋·重庆·七年级西南大学附中校考期末) 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x+3y=19 \\ ax+by=-1 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 3x-2y=9 \\ bx+ay=-7 \end{cases}$ 有相同的解，则 $a+4b-3$ 的值为 ()

A. -1

B. -6

C. -10

D. -12

【答案】C

【分析】先求出 $\begin{cases} 2x+3y=19 \\ 3x-2y=9 \end{cases}$ 的解，再将解代入 $\begin{cases} ax+by=-1 \\ bx+ay=-7 \end{cases}$ 中求出 $\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$ ，即可求解。

【详解】解： \because 方程组 $\begin{cases} 2x+3y=19 \\ ax+by=-1 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 3x-2y=9 \\ bx+ay=-7 \end{cases}$ 有相同的解，

$\therefore \begin{cases} 2x+3y=19 \\ 3x-2y=9 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} ax+by=-1 \\ bx+ay=-7 \end{cases}$ 的解相同，

由 $\begin{cases} 2x+3y=19 \\ 3x-2y=9 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$ ，

$\therefore \begin{cases} 5a+3b=-1 \\ 5b+3a=-7 \end{cases}$ ，

解得 $\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$ ，

$\therefore a+4b-3=-10$ ，

故选：C。

【点睛】本题考查了同解方程组，涉及到了解二元一次方程组，解题关键是理解同解方程组的含义，能利用其中系数确定的方程先求出它们的解，再求出其中字母系数的值。

考点 3：方程（组）的解法

例 7. (2022 秋·湖北武汉·七年级统考期末) 解方程

(1) $3x-2=1-2(x+1)$

(2) $\frac{3y-1}{4}-1=\frac{5y-7}{6}$

【答案】 (1) $x = \frac{1}{5}$

(2) $y = -1$

【分析】 (1) 去括号、移项、合并同类项、系数化为1即可；

(2) 去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1即可。

【详解】 (1) 解： $3x - 2 = 1 - 2x - 2$,

$5x = 1$,

$x = \frac{1}{5}$;

(2) 解： $3(3y - 1) - 12 = 2(5y - 7)$,

$9y - 3 - 12 = 10y - 14$,

$-y = 1$,

$y = -1$.

例 8. (1) (2021 春·重庆渝中·七年级重庆市求精中学校校考期中) 用代入法解一元二次方程 $\begin{cases} 2x + y = 5 \text{①} \\ 3x + 4y = 7 \text{②} \end{cases}$

过程中，下列变形不正确的是 ()

A. 由①得 $x = \frac{5-y}{2}$

B. 由①得 $y = 5 - 2x$

C. 由②得 $x = \frac{7+4y}{3}$

D. 由②得 $y = \frac{7-3x}{4}$

【答案】 C

【分析】 根据代入消元法解方程组的方法，进行变形时要特别注意移项后符号要变号。

【详解】 解： $\because 3x + 4y = 7$

$\therefore 3x = 7 - 4y$

$\therefore x = \frac{7-4y}{3}$, C 选项变形不正确

故选 C

(2) (2022 秋·广东佛山·八年级佛山市南海石门实验中学学校考期中) 已知 x 、 y 满足方程组 $\begin{cases} x + 5y = 12 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$ ，则

$x + y$ 的值为 ()

A. -4

B. 4

C. -2

D. 2

【答案】 B

【分析】 根据解二元一次方程组的方法，两个方程相加即可得出结论。

【详解】 $\therefore \begin{cases} x + 5y = 12 \text{(1)} \\ 3x - y = 4 \text{(2)} \end{cases}$,

(1)+(2), 得 $4x + 4y = 16$,

$\therefore x + y = 4$,

故选: B.

(3) (2021 春·江苏南通·七年级校考期中) 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的唯一解是 $\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$, 则

关于 m, n 的方程组 $\begin{cases} a_1(2m - 4) + b_1n = c_1 + b_1 \\ a_2(2m - 4) + b_2n = c_2 + b_2 \end{cases}$ 的解是 ()

A. $\begin{cases} m = 3 \\ n = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = 3 \\ n = 4 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m = 4 \\ n = 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = 4 \\ n = 3 \end{cases}$

【答案】 C

【分析】 先将关于 m, n 的方程组变形为 $\begin{cases} a_1(2m - 4) + b_1(n - 1) = c_1 \\ a_2(2m - 4) + b_2(n - 1) = c_2 \end{cases}$, 再根据关于 x, y 的方程组的解可得

$\begin{cases} 2m - 4 = 4 \\ n - 1 = 1 \end{cases}$, 由此即可得出答案.

【详解】 解: 关于 m, n 的方程组可变形为 $\begin{cases} a_1(2m - 4) + b_1(n - 1) = c_1 \\ a_2(2m - 4) + b_2(n - 1) = c_2 \end{cases}$,

由题意得: $\begin{cases} 2m - 4 = 4 \\ n - 1 = 1 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} m = 4 \\ n = 2 \end{cases}$,

故选: C.

(4) (2022 秋·广东广州·八年级统考期末) 解方程组:

(1) $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$;

(2) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 3(x - 1) + 2y = 9 \end{cases}$

【答案】 (1) $\begin{cases} x = 7 \\ y = 1 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

【分析】 (1) 用加减消元法解二元一次方程组;

(2) 先变形然后用加减消元法解二元一次方程组.

【详解】 (1) 解: $\begin{cases} x - 3y = 4 \text{ ①} \\ x + 2y = 9 \text{ ②} \end{cases}$,

② - ① 得: $5y = 5$,

解得: $y = 1$,

把 $y = 1$ 代入 ① 得: $x - 3 = 4$,

解得： $x = 7$ ，

\therefore 原方程组的解为 $\begin{cases} x = 7 \\ y = 1 \end{cases}$ 。

(2) 解： $\begin{cases} x + y = 5 \\ 3(x - 1) + 2y = 9 \end{cases}$ ，

原方程组可变为： $\begin{cases} x + y = 5 \text{①} \\ 3x + 2y = 12 \text{②} \end{cases}$ ，

① $\times 2 -$ ②得： $-x = -2$ ，即 $x = 2$ ，

把 $x = 2$ 代入①得： $2 + y = 5$ ，

解得： $y = 3$ ，

\therefore 原方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ 。

例 9. (1) (2022 秋·陕西汉中·九年级统考期末) 用公式法解方程： $4x^2 + x - 3 = 0$ 。

【答案】 $x_1 = -1, x_2 = \frac{3}{4}$

【分析】 先找出 a, b, c ，求出 $\Delta = b^2 - 4ac$ 的值，再代入求根公式求得答案即可。

【详解】 $4x^2 + x - 3 = 0$

$\therefore a = 4, b = 1, c = -3$ ，

$\therefore \Delta = 1^2 - 4 \times 4 \times (-3) = 49$ ，

$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2 \times 4} = \frac{-1 \pm 7}{8}$ 。

即 $x_1 = -1, x_2 = \frac{3}{4}$ 。

(2) (2022 秋·河北廊坊·九年级校考期末) 嘉嘉解方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的过程如图 14 所示。

解方程： $x^2 + 2x - 3 = 0$

解： $x^2 + 2x = 3$ 第一步

$(x+1)^2 = 3$ 第二步

$x_1 = \sqrt{3} - 1, x_2 = -\sqrt{3} - 1$... 第三步

(1) 在嘉嘉解方程过程中，是用_____（填“配方法”“公式法”或“因式分解法”）来求解的；从第_____步开始出现错误；

(2) 请你用不同于 (1) 中的方法解该方程。

【答案】(1)配方法；二

$$(2)x_1 = -3, x_2 = 1$$

【分析】(1) 根据配方法解答，即可求解；

(2) 利用因式分解法解答，即可求解.

【详解】(1) 解：在嘉嘉解方程过程中，是用配方法来求解的；

从第二步开始出现错误；

故答案为：配方法；二

$$(2) \text{解：} x^2 + 2x - 3 = 0,$$

$$\therefore (x + 3)(x - 1) = 0,$$

$$\therefore x + 3 = 0, x - 1 = 0,$$

$$\text{解得：} x_1 = -3, x_2 = 1.$$

例 10. (2022 秋·重庆合川·八年级校考期末) 解分式方程：

$$(1) \frac{2}{x+3} = \frac{1}{x-2};$$

$$(2) \frac{x+5}{x-5} = 1 + \frac{10}{x^2-10x+25}.$$

【答案】(1) $x = 7$

$$(2)x = 6$$

【分析】(1) 方程两边同乘以 $(x + 3)(x - 2)$ 化成整式方程，解一元一次方程即可得；

(2) 方程两边同乘以 $(x - 5)^2$ 化成整式方程，解一元一次方程即可得.

【详解】(1) 解： $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x-2},$

方程两边同乘以 $(x + 3)(x - 2)$ ，得 $2(x - 2) = x + 3,$

去括号，得 $2x - 4 = x + 3,$

移项，得 $2x - x = 4 + 3,$

合并同类项，得 $x = 7,$

经检验， $x = 7$ 是分式方程的解.

(2) 解： $\frac{x+5}{x-5} = 1 + \frac{10}{x^2-10x+25},$

方程两边同乘以 $(x - 5)^2$ ，得 $(x + 5)(x - 5) = (x - 5)^2 + 10,$

去括号，得 $x^2 - 25 = x^2 - 10x + 25 + 10,$ 即 $-25 = -10x + 25 + 10,$

移项，得 $10x = 25 + 25 + 10,$

合并同类项，得 $10x = 60$ ，

系数化为1，得 $x = 6$ ，

经检验， $x = 6$ 是分式方程的解。

知识点训练

1. (2022秋·黑龙江绥化·六年级校考期中) 解方程： $\frac{2}{9}x + \frac{1}{6} = \frac{12}{5}$

【答案】 $x = \frac{201}{20}$

【分析】 根据解方程的步骤进行求解即可。

【详解】 解： $\frac{2}{9}x + \frac{1}{6} = \frac{12}{5}$

$$\frac{2}{9}x + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{12}{5} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{9}x = \frac{72}{30} - \frac{5}{30}$$

$$\frac{2}{9}x = \frac{67}{30}$$

$$\frac{9}{2} \times \frac{2}{9}x = \frac{67}{30} \times \frac{9}{2}$$

$$x = \frac{201}{20}$$

【点睛】 本题主要考查了解方程，熟知分数的混合计算法则是解题的关键。

2. (2022秋·北京东城·七年级东直门中学校考期末) 解方程：

(1) $3(x - 1) = 5x + 1$;

(2) $\frac{2x+1}{3} = 1 - \frac{2x-1}{6}$

【答案】 (1) $x = -2$;

(2) $x = \frac{5}{6}$.

【分析】 (1) 按照一元一次方程的求解步骤求解即可；

(2) 按照一元一次方程的求解步骤求解即可。

【详解】 (1) 解： $3(x - 1) = 5x + 1$

$$3x - 3 = 5x + 1$$

$$-2x = 4$$

解得 $x = -2$;

(2) 解: $\frac{2x+1}{3} = 1 - \frac{2x-1}{6}$

可得: $2(2x+1) = 6 - (2x-1)$

$4x+2 = 6 - 2x+1$

$6x = 5$

解得 $x = \frac{5}{6}$;

【点睛】此题考查了一元一次方程的求解，解题的关键是掌握一元一次方程的求解步骤。

3. (2022 秋·黑龙江绥化·六年级校考期中) 解方程: $x - \frac{1}{5}x = \frac{2}{3} \div \frac{17}{18}$

【答案】 $x = \frac{15}{17}$

【分析】根据解方程的步骤进行求解即可。

【详解】解: $x - \frac{1}{5}x = \frac{2}{3} \div \frac{17}{18}$

$\frac{4}{5}x = \frac{2}{3} \times \frac{18}{17}$

$\frac{4}{5}x = \frac{12}{17}$

$\frac{5}{4} \times \frac{4}{5}x = \frac{12}{17} \times \frac{5}{4}$

$x = \frac{15}{17}$.

【点睛】本题主要考查了解方程，熟知等式的基本性质是解题的关键。

4. (2022 秋·重庆北碚·七年级统考期末) $\begin{cases} a-b+c=0 \\ 2a-3b+c=0 \end{cases}$, 则 $\frac{a-c}{b} = (\quad)$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】 C

【分析】先用② - ①得到 $a = 2b$ ，再将 $a = 2b$ 代入①得到 $c = -b$ ，最后代入 $\frac{a-c}{b}$ 求值即可。

【详解】解: $\begin{cases} a-b+c=0 \text{ ①} \\ 2a-3b+c=0 \text{ ②} \end{cases}$,

② - ①得, $a - 2b = 0$,

解得, $a = 2b$,

把 $a = 2b$ 代入①得, $c = -b$,

则 $\frac{a-c}{b} = \frac{2b-(-b)}{b} = 3$,

故选: C.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/748014005072006072>