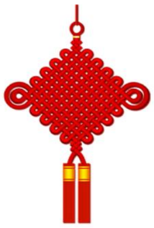
辽宁省营口市协作校2023-2024学年九年级上学期期中考试数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．下列图形中，是中心对称图形的是（　）

A．  B． 

C． 

D． 

2．若方程$(m+1)x^2+x-4m=0$是关于x的一元二次方程，则m的取值范围是（　）

A．$m\neq 0$　　B．$m\neq -1$　　C．$m\neq 1$　　D．$m>1$

3．若m，n是一元二次方程$x^2-3x-2=0$的两个不同实数根，则代数式m^2-2m+n的值是（　）

A．1　　B．-1　　C．5　　D．-5

4．已知四条线段a，b，c，d是成比例线段，其中$b=3\text{cm}$，$d=6\text{cm}$，$c=4\text{cm}$，则线段a的长度为（　）

A．$8cm$　　B．$2cm$　　C．$4cm$　　D．$1cm$

5．下列命题中是真命题的是（　）

A．半圆是最长的弧；　　B．平分弦的直径平分弦所对的弧；

C．相等的弦所对的圆心角相等；　　D．相等的弧所对的圆心角相等

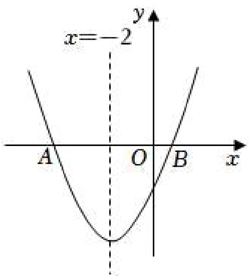
6．已知二次函数$y=-x^2+1$的图象上有三点$(-3,y_1)$，$(-1,y_2)$，$(2,y_3)$则y_1，y_2，y_3的大小关系是（　）

A．$y_1<y_2<y_3$　　B．$y_1<y_3<y_2$　　C．$y_3<y_1<y_2$　　D．$y_3<y_2<y_1$

7．某商场销售一批工艺品，平均每天可售出20件，每件盈利45元，为扩大销售，尽快减少库存，商场决定采取适当的降价措施，经调查发现：若每件工艺品每降价1元，则商场平均每天可多售出4件，若商场平均每天盈利2100元，则每件工艺品应降价（ ）

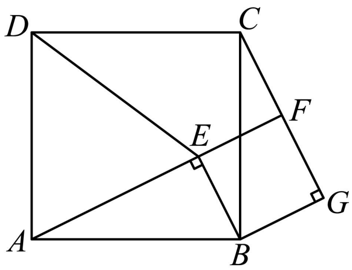
A．8元　　B．10元　　C．30元　　D．10元或30元

8．如图，抛物线$y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$与轴交于$A\left(-5,0\right)$，$B\left(1,0\right)$两点，则下列结论中：①$abc>0$；②$9a+4c<0$；③$b^2>4ac$；④$\left(a+c\right)^2=b^2$；⑤若$m$为任意实数，则$am^2+bm\leq 4a-2b$．正确的个数是（　　）



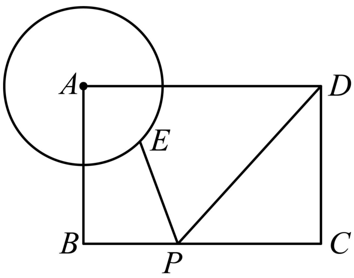
A．1　　B．2　　C．3　　D．4

9．如图，点E为正方形$ABCD$内一点，$\angle AEB=90°$，将Rt$\triangle ABE$绕点B按顺时针方向旋转，得到$\triangle CBG$．延长AE交CG于点F，连接DE．下列结论：①$AF\perp CG$；②四边形$BEFG$是正方形；③若$DA=DE$，则$CF=FG$；其中正确的是（ ）



A．①②③　　B．①②　　C．②③　　D．①

10．如图，矩形$ABCD$中，$AB=2$，$BC=3$，以A为圆心，1为半径画圆，E是$\odot A$上一动点，P是BC上的一动点，则$PE+PD$的最小值是（　　）



A．2　　B．3　　C．4　　D．$2\sqrt{3}$

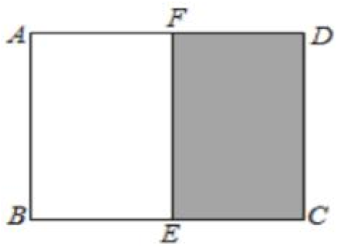
二、填空题

11．方程 $x^2-2x=0$ 的实数解是________.

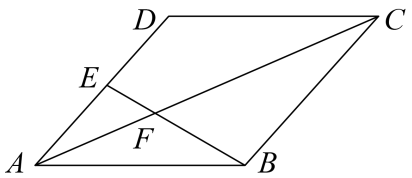
12．已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=2$，且经过点 $(1,1)$，则当 $x=3$ 时，$y=$__________.

13．已知半径为 3 的 $\odot O$ 中，弦 $AB=3\sqrt{3}$，弦 $AC=3$，则 $\angle BAC=$______.

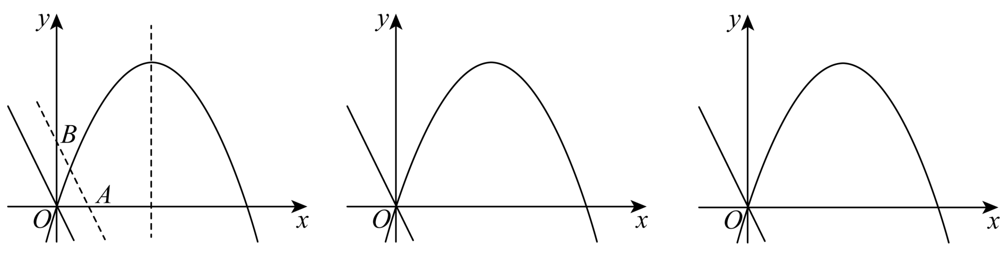
14．如图所示，一张矩形纸片 $ABCD$ 的长 $BC=x$，宽 $AB=2$，沿 EF 将矩形纸片 $ABCD$ 剪成大小相同的两个小矩形，若剩下的矩形 $ECDF$ 与原矩形 $ABCD$ 相似，则原矩形的长 x 的值为___________.



15．如图，在Y $ABCD$ 中，点 E 是 AD 中点，连接 BE，交 AC 于点 F，如果 $\triangle AEF$ 的面积为 6，则Y $ABCD$ 的面积为___________.



16．如图，已知点 P 是二次函数 $y=-x^2+3x$ 图像在 y 轴右侧部分上的一个动点，将直线 $y=-2x$ 沿 y 轴向上平移，分别交 x 轴、y 轴于 A、B 两点．若以 AB 为直角边的 $\triangle PAB$ 与 $\triangle OAB$ 相似，请求出点 P 的坐标_______.



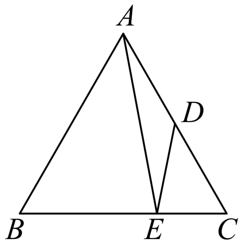
三、解答题

17．解方程：

(1) $x^2+5x-5=0$

(2) $3x(x-1)=2(x-1)$

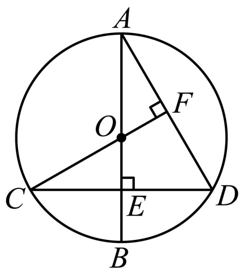
18．已知：在等边三角形 ABC 中，D 是 AC 的中点，E 是 BC 上一点，且 $\dfrac{CE}{BC}=\dfrac{1}{3}$．



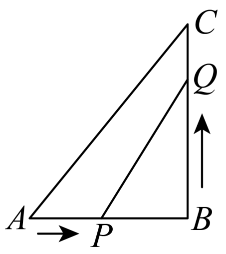
(1)求证：$\triangle ABE\backsim\triangle DCE$．

(2)若 $S_{\triangle DCE}=2$，求 $\triangle ABC$ 的面积．

19．如图，已知圆 O 的直径 AB 垂直于弦 CD 于点 E，连接CO并延长交 AD 于点 F，且 $CF\perp AD$．证明：E 是 OB 的中点．



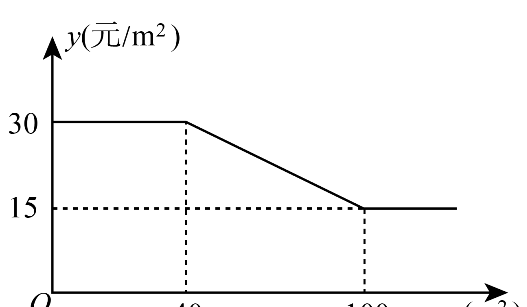
20．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle B=90^{\circ}$，$AB=6\text{cm}$，$BC=10\text{cm}$，点P从点A开始沿AB边向点B以1cm/s的速度移动，点Q从点B开始沿BC边向点C以2cm/s的速度移动.



(1)如果P，Q分别从A，B同时出发，那么几秒后，PQ与AC平行？

(2)$\triangle PQB$面积能否等于10cm^2？请说明理由.

21．为增强民众生活幸福感，县政府大力推进老旧小区改造工程．电厂小区新建一小型活动广场，计划在360m^2的绿化带上种植甲乙两种花卉．市场调查发现：甲种花卉种植费用y（元/m^2）与种植面积x（m^2）之间的函数关系如图所示，乙种花卉种植费用为15元/m^2.



(1)当$x\le 100$时，求y与x的函数关系式，并写出x的取值范围；

(2)当甲种花卉种植面积不少于30m^2，且乙种花卉种植面积不低于甲种花卉种植面积的

3.5倍时．

①求出 x 的取值范围；

②如何分配甲乙两种花卉的种植面积才能使种植的总费用 w（元）最少？最少是多少元？

22．【探究与证明】

【问题情境】如图 1，点 E 为正方形 $ABCD$ 内一点，$AE=2$，$BE=4$，$\angle AEB=90^{\circ}$，将直角三角形 ABE 绕点 A 逆时针方向旋转 α 度（$0\le\alpha\le180^{\circ}$）点 B、E 的对应点分别为点 B'、E'．

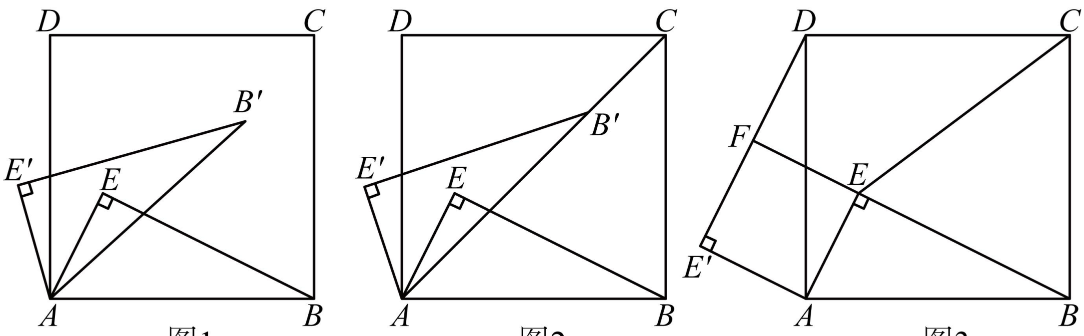


图1　　图2　　图3

【问题解决】

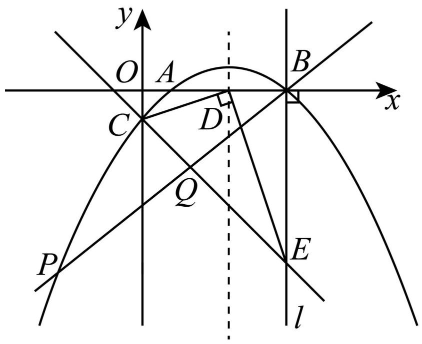
(1)如图 2，在旋转的过程中，点 B' 落在了 AC 上，求此时 CB' 的长；

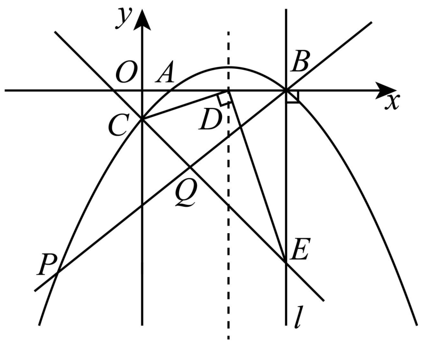
(2)若 $\alpha=90^{\circ}$，如图 3，得到 $\triangle ADE'$（此时 B' 与 D 重合），延长 BE 交 DE' 于点 F，

①试判断四边形 $AEFE'$ 的形状，并说明理由；

②连接 CE，求 CE 的长．

23．如图，抛物线$y=ax^2+bx-1\left(a\neq 0\right)$与$x$轴交于点$A\left(1,0\right)$和点$B$，与$y$轴交于点$C$，抛物线的对称轴交$x$轴于点$D\left(3,0\right)$，过点$B$作直线$l\perp x$轴，过点$D$作$DE\perp CD$，交直线$l$于点$E$．





备用图

(1)求抛物线的解析式；

(2)如图，点P为第三象限内抛物线上的点，连接CE和BP交于点Q，当$\dfrac{BQ}{PQ}=\dfrac{5}{7}$时．求点$P$的坐标；

(3)在x轴上是否存在点F，使得$\angle DEF=45^{\circ}$？若存在，请直接写出点F的坐标；若不存在，请说明理由．

参考答案：

1．B

【分析】本题考查了中心对称图形的定义，据此进行逐项分析，即可作答．在平面内，把一个图形绕着某个点旋转$180°$，如果旋转后的图形能与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形．

【详解】解：A、该图形不是中心对称图形，故不符合题意；

B、该图形是中心对称图形，故符合题意；

C、该图形不是中心对称图形，故不符合题意；

D、该图形不是中心对称图形，故不符合题意；

故选：B

2．B

【分析】根据一元二次方程的定义，可得$m+1\neq 0$，即可求解．一元二次方程定义，只含有一个未知数，并且未知数项的最高次数是 2 的整式方程叫做一元二次方程．

【详解】解：∵方程$\left(m+1\right)x^2+x-4m=0$是关于$x$的一元二次方程，

∴$m+1\neq 0$，

∴$m\neq -1$，

故选：B．

【点睛】本题考查了一元二次方程的定义，熟练掌握一元二次方程的定义是解题的关键．

3．C

【分析】根据m，n是一元二次方程$x^2-3x-2=0$的两个不同实数根得出$m^2-3m=2$，$m+n=3$，再根据$m^2-2m+n=m^2-3m+m+n$进行计算即可得到答案．

【详解】解：∵ m，n是一元二次方程$x^2-3x-2=0$的两个不同实数根，

$\therefore m^2-3m-2=0$，$m+n=-\dfrac{-3}{1}=3$，

$\therefore m^2-3m=2$，

$\therefore m^2-2m+n=m^2-3m+m+n=2+3=5$，

故选：C．

【点睛】本题考查了一元二次方程的解，一元二次方程根与系数的关系，熟练掌握关于x的一元二次方程$ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$的两个实数根$x_1$，$x_2$和系数$a$，$b$，$c$，有如下关系：

$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$.

4．B

【分析】由$a:b=c:d$即可求解.

【详解】解：由题意得：$a:b=c:d$

∴$a:3=4:6$

解得：$a=2cm$.

故选：B.

【点睛】本题考查成比例线段．熟记相关结论即可.

5．D

【分析】本题主要考查了判断命题真假，弧，弦，圆心角之间的关系，垂径定理等等，熟知相关知识是解题的关键.

【详解】解：A、半圆不是最长的弧，原命题是假命题，不符合题意；

B、平分非直径的弦的直径平分弦所对的弧，原命题是假命题，不符合题意；

C、同圆或等圆中相等的弦所对的圆心角相等，原命题是假命题，不符合题意；

D、相等的弧所对的圆心角相等，原命题是真命题，符合题意；

故选D.

6．B

【分析】先找到对称轴和开口方向，根据点到对称轴的距离比较函数值的大小即可.

【详解】解：函数$y=-x^2+1$的对称轴为直线$x=0$，开口向下，距离对称轴越近，函数值越大，

∵三点$(-3,y_1)$，$(-1,y_2)$，$(2,y_3)$

点$(-1,y_2)$到对称轴的距离为$|-1-0|=1$，

点$(-3,y_1)$到对称轴的距离为$|-3-0|=3$，

点$(2,y_3)$到对称轴的距离为$|2-0|=2$，

∵$1<2<3$，

∴$y_1<y_3<y_2$，

故选：B.

【点睛】本题考查二次函数的性质，当开口向上时，距离对称轴越近，函数值越小；当开口向下时，距离对称轴越近，函数值越大.

7．C

【分析】商场平均每天盈利数＝每件的盈利×售出件数；每件的盈利＝原来每件的盈利－降价数．设每件工艺品应降价x元，然后根据前面的关系式即可列出方程，解方程即可求出结果.

【详解】解：设每件工艺品降价x元，依题意，得：

$\left(45-x\right)\left(20+4x\right)=2100$，

解得：$x_1=10$，$x_2=30$，

经检验：为了尽快减少库存$x=10$不符合题意，应取$x=30$.

∴每件工艺品应降价30元.

故选：C.

【点睛】本题考查一元二次方程的应用，利用基本数量关系：平均每天售出的件数×每件盈利＝每天销售的利润是解题关键.

8．D

【分析】根据二次函数的基本性质及与一元二次方程的关系结合图象依次判断即可.

【详解】解：观察图象可知：$a>0$，$c<0$，对称轴为直线$x=-2$，即$-\dfrac{b}{2a}=-2$，

∴$b=4a>0$，

∴$abc<0$，故①错误；

∵$a+b+c=0$，$b=4a$，

∴$5a+c=0$，

∴$c=-5a$，

∴$9a+4c=-11a<0$，故②正确；

根据图象可得，抛物线与x轴有两个交点，

∴$ax^2+bx+c=0$有两个根，

即$\Delta=b^2-4ac>0$，

∴$b^2>4ac$，故③正确；

对称轴为直线$x=-2$，$A\left(-5,0\right)$，$B\left(1,0\right)$，

∴ $OA=5$，$OB=1$，

∴当 $x=1$ 时，$y=0$，即 $a+b+c=0$，

∴ $(a+c)^2-b^2=(a+b+c)(a+c-b)=0$，故④正确；

当 $x=-2$ 时，函数有最小值 $y=4a-2b+c$，

得 $am^2+bm+c\geq 4a-2b+c$，

∴ $am^2+bm+2b\geq 4a$，

∴若 m 为任意实数，则 $am^2+bm\leq 4a-2b$，故⑤正确.

综上可知正确的有 4 个.

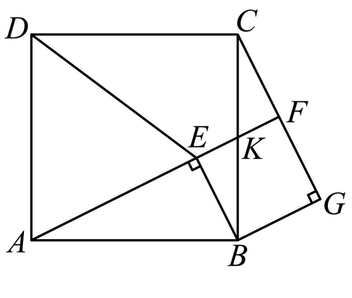
故选：D.

【点睛】本题目主要考查二次函数的基本性质及与一元二次方程的关系，熟练掌握二次函数的基本性质是解题关键.

9．A

【分析】设 AF 交 BC 于 K，由 $\angle ABK=90°$ 及将 $\mathrm{Rt}\triangle ABE$ 绕点 B 按顺时针方向旋转 $90°$，得到 $\triangle CBG$，可得 $\angle KAB=\angle BCG$，即可得 $\angle KFC=90°$，从而判断①正确；由旋转的性质可得 $\angle AEB=\angle CGB=90°$，$BE=BG$，$\angle EBG=90°$，由正方形的判定可证四边形 $BEFG$ 是正方形，可判断②正确；过点 D 作 $DH\perp AE$ 于 H，由等腰三角形的性质可得 $AH=\frac{1}{2}AE$，$DH\perp AE$，由“AAS”可得 $\triangle ADH\cong\triangle BAE$，可得 $AH=BE=\frac{1}{2}AE$，由旋转的性质可得 $AE=CG$，从而可得 $CF=FG$，判断③正确.

【详解】解：设 AF 交 BC 于 K，如图：



∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $\angle ABK=90°$，

∴ $\angle KAB+\angle AKB=90°$，

∵将 $\mathrm{Rt}\triangle ABE$ 绕点 B 按顺时针方向旋转 $90°$，得到 $\triangle CBG$，

∴ $\angle KAB=\angle BCG$，

∵ $\angle AKB=\angle CKF$，

∴ $\angle BCG+\angle CKF=90°$，

∴ $\angle KFC=90°$，

∴ $AF\perp CG$，故①正确；

∵将 $Rt\triangle ABE$ 绕点 B 按顺时针方向旋转 $90°$，

∴ $\angle AEB=\angle CGB=90°$， $BE=BG$， $\angle EBG=90°$，

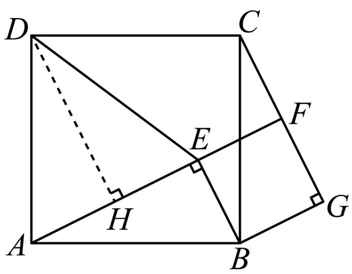
又∵ $\angle BEF=180°-\angle AEB=90°$，

∴四边形 $BEFG$ 是矩形，

又∵ $BE=BG$，

∴四边形 $BEFG$ 是正方形，故②正确；

如图，过点 D 作 $DH\perp AE$ 于 H，



∵ $DA=DE$， $DH\perp AE$，

∴ $AH=EH=\frac{1}{2}AE$，

∴ $\angle ADH+\angle DAH=90°$，

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $AD=AB$， $\angle DAB=90°$，

∴ $\angle DAH+\angle EAB=90°$，

∴ $\angle ADH=\angle EAB$，

又∵ $AD=AB$， $\angle AHD=\angle AEB=90°$，

∴ $\triangle ADH\cong\triangle BAE(\text{AAS})$，

∴ $AH=BE=\frac{1}{2}AE$，

∵将 $Rt\triangle ABE$ 绕点 B 按顺时针方向旋转 $90°$，

∴ $AE=CG$，

∵四边形 $BEFG$ 是正方形，

∴ $BE=GF$，

∴ $GF=\frac{1}{2}CG$，

∴ $CF=FG$，故③正确；

∴正确的有：①②③，

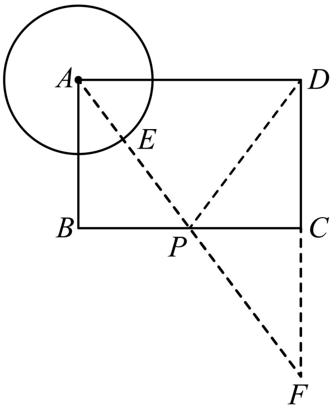
故选：A．

【点睛】本题是四边形综合题，考查了正方形的判定和性质，旋转的性质，全等三角形的判定和性质等知识，灵活运用这些性质进行推理是本题的关键．

10．C

【分析】过点 D 作关于直线 BC 的对称点 F，连接 AF，交 BC 于点 P，交⊙A 于点 E，此时 $PE+PD$ 最小，等于 $AF-AE$，利用勾股定理计算即可．

【详解】如图，过点 D 作关于直线 BC 的对称点 F，



连接 AF，交 BC 于点 P，交⊙A 于点 E，此时 $PE+PD$ 最小，等于 $AF-AE$，

因为四边形 $ABCD$ 是矩形，$AB=CD=2$，$AD=BC=3$，

所以 $DF=4$，Ð$ADF=90^{\circ}$，

所以 $AF=\sqrt{AD^2+DF^2}=5$，

所以 $AE+EF=5$，

所以 $EF=5-1=4$，

所以 $PE+PD$ 的最小值为 4，

故选：C．

【点睛】本题考查了矩形的性质，勾股定理，轴对称求线段和最小值，熟练掌握矩形的性质，轴对称性质是解题的关键．

11．$x_1=0$，$x_2=2$ / $x_1=2, x_2=0$