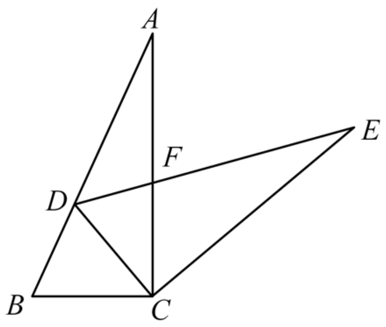
吉林省四平市2024-2025学年九年级上学期期末数学模拟试卷（九）

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．如图，$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90^\circ$，将$\triangle ABC$绕点C顺时针旋转得到$\triangle EDC$，使点B的对应点D恰好落在AB边上，AC、ED交于点F．若$\angle BCD=\alpha$，则$\angle EFC$的度数是（用含α的代数式表示）（　）



A．$90^\circ+\frac{1}{2}\alpha$　　B．$90^\circ-\frac{1}{2}\alpha$　　C．$180^\circ-\frac{3}{2}\alpha$　　D．$\frac{3}{2}\alpha$

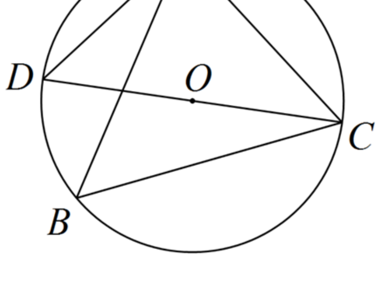
2．已知x_1，x_2是方程$x^2-x-2022=0$的两个实数根，则代数式$x_1^3-2022x_1+x_2^2$的值是（　）

A．4045　　B．4044　　C．2022　　D．1

3．已知二次函数$y=2x^2-4x+5$，当函数值y随x值的增大而增大时，x的取值范围是（　）

A．$x<1$　　B．$x>1$　　C．$x<2$　　D．$x>2$

4．如图，$\triangle ABC$内接于$\odot O$，CD是$\odot O$的直径，$\angle ACD=40^\circ$，则$\angle B=$（　）



A．70°　　　　　B．60°　　　　　C．50°　　　　　D．40°

5．某路口的交通信号灯每分钟红灯亮30秒，绿灯亮25秒，黄灯亮5秒，当小明到达该路口时，遇到绿灯的概率是（　　）

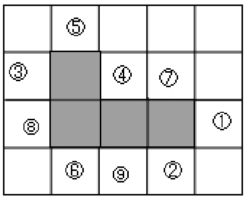
A．$\frac{1}{2}$　　　　B．$\frac{3}{4}$　　　　C．$\frac{1}{12}$　　　　D．$\frac{5}{12}$

6．若一个点的坐标满足$\left(k,2k\right)$，我们将这样的点定义为“倍值点”．若关于x的二次函数$y=\left(t+1\right)x^2+\left(t+2\right)x+s$（$s,t$为常数，$t\neq-1$）总有两个不同的倍值点，则$s$的取值范围是（　）

A．$s<-1$　　　　B．$s<0$　　　　C．$0<s<1$　　　　D．$-1<s<0$

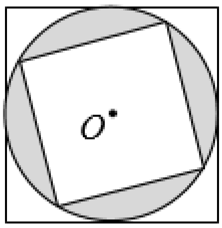
二、填空题

7．在方格纸中，选择标有序号的一个小正方形涂黑，与图中阴影构成中心对称图形，涂黑的小正方形序号为________；若与图中阴影构成轴对称图形，涂黑的小正方形序号为________．

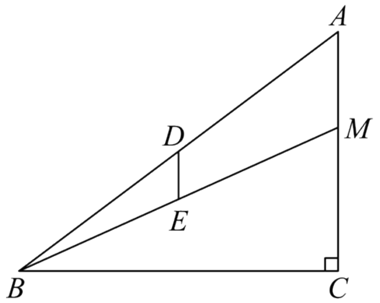


8．用配方法解一元二次方程$3x^2+6x-1=0$时，将它化为$\left(x+a\right)^2=b$的形式，则$a+b$的值为______．

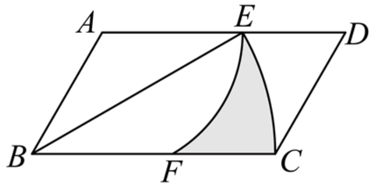
9．如图，已知$\odot O$是小正方形的外接圆，是大正方形的内切圆．现假设可以随意在图中取点，则这个点取在阴影部分的概率是_______．



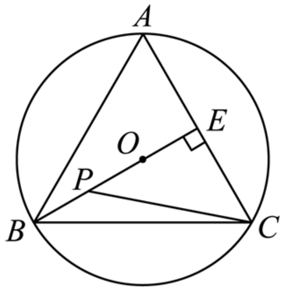
10．如图，在Rt△ABC中，$\angle ACB=90^\circ$，$AB=10$，$AC=6$，点M是边AC上一动点，点D，E分别是AB，MB的中点，当$AM=2.4$时，DE的长是_________．若点N在边BC上，且$CN=AM$，点F，G分别是MN，AN的中点，当$AM>2.4$时，四边形$DEFG$面积S的取值范围是__________．



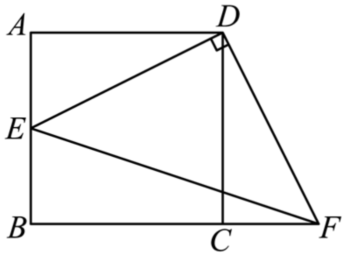
11．平行四边形$ABCD$中，以点B为圆心，BC长为半径画弧，交AD于点E，连接BE．再以点A为圆心，AE长为半径画弧，交BC于点F，若$\angle A=120°$，且BE平分$\angle ABC$，$AB=\sqrt{3}$，则图中阴影部分面积为_____．（结果不取近似值）



12．如图，⊙O是等边三角形ABC的外接圆，其半径为4．过点B作$BE\perp AC$于点E，点P为线段BE上一动点（点P不与B，E重合），则$CP+\frac{1}{2}BP$的最小值为________．

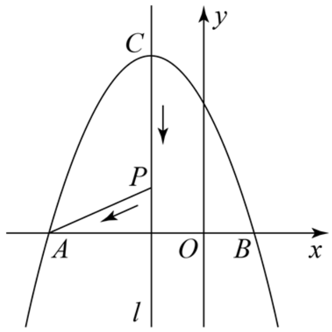


13．如图，在正方形$ABCD$中，$AB=4$，E为AB的中点，连接DE，将△DAE绕点D按逆时针方向旋转90°得到△DCF，连接EF，则EF的长为_____．



14．如图，二次函数$y=ax^2+2ax-3a$与x轴交于点A，B，对称轴为直线l，顶点C到x轴的距离为$2\sqrt{3}$．点P为直线l上一动点，另一点从C出发，先以每秒2个单位长度的速度沿CP运动到点P，再以每秒1个单位长度的速度沿PA运动到点A停止，则时间最短为___

秒．



三、解答题

15．已知关于x的一元二次方程$\left(a+c\right)x^{2}-2bx+\left(a-c\right)=0$，其中分别$a$、$b$、$c$是$\vee ABC$的边长．

(1)若方程有两个相等的实数根，试判断$\vee ABC$的形状；

(2)若$\vee ABC$是等边三角形，试求该一元二次方程的根．

16．已知抛物线$y=a\left(x-h\right)^{2}+k$经过点$A\left(1,\ y_1\right)$，$B\left(2,\ y_2\right)$，$C\left(3,\ y_3\right)$，连接$AB$、$BC$，令$\dfrac{AB}{BC}=\lambda$．

(1)若$a>0$，$h=2$，求λ的值；

(2)若$h=1$，$\lambda=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，求$a$的值．

17．如图1，一大一小两个等腰直角三角形叠放在一起，M，N分别是斜边DE，AB的中点，$DE=2, AB=4$．

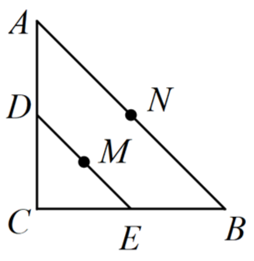


图1

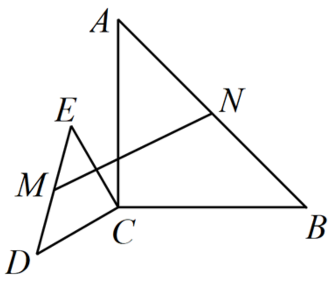


图2

(1)将$\vee CDE$绕顶点C旋转一周，请直接写出点M，N距离的最大值和最小值；

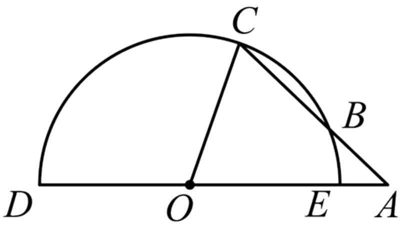
(2)将$\vee CDE$绕顶点C逆时针旋转$120°$（如图2），求MN的长．

18．一个不透明的袋子中装有四个小球，这四个小球上各标有一个数字，分别是1，1，2，3，这些小球除标有的数字外都相同．

(1)从袋中随机摸出一个小球，则摸出的这个小球上标有的数字是1的概率为_____；

(2)先从袋中随机摸出一个小球，记下小球上标有的数字后，放回，摇匀，再从袋中随机摸出一个小球，记下小球上标有的数字，请利用画树状图或列表的方法、求摸出的这两个小球上标有的数字之积是偶数的概率.

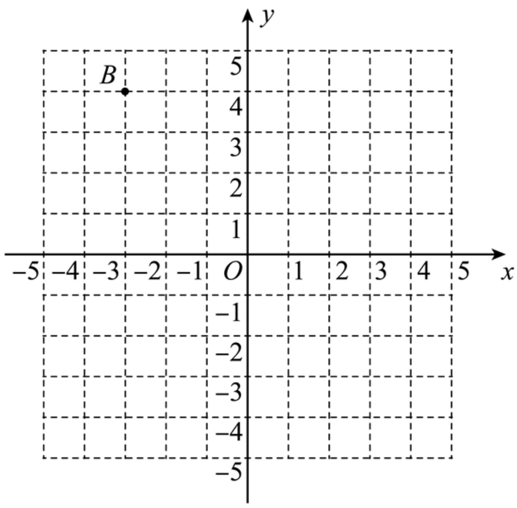
19．如图，DE 为半圆的直径，O 为圆心，$DE=6\sqrt{2}$，延长 DE 到 A，使得 $EA=\sqrt{2}$，直线 AC 与半圆交于 B，C 两点，且 $\angle DAC=45^{\circ}$.



(1)求弦 BC 的长；

(2)求 $\triangle AOC$ 的面积.

20．如图，在直角坐标平面内，已知点 A 的坐标（﹣2，0）.



(1)图中点 B 的坐标是______；

(2)点 B 关于原点对称的点 C 的坐标是_____；点 A 关于 y 轴对称的点 D 的坐标是______；

(3)四边形 $ABDC$ 的面积是______；

(4)在 y 轴上找一点 F，使 $S_{\triangle ADF}=S_{\triangle ABC}$，那么点 F 的所有可能位置是______.

21．已知抛物线 $y=-x^{2}+bx$（b 为常数）的顶点横坐标比抛物线 $y=-x^{2}+2x$ 的顶点横坐标大 1.

(1)求 b 的值；

(2)点 $A\left(x_{1},y_{1}\right)$ 在抛物线 $y=-x^{2}+2x$ 上，点 $B\left(x_{1}+t,y_{1}+h\right)$ 在抛物线 $y=-x^{2}+bx$ 上.

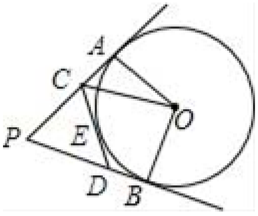
（ⅰ）若 $h=3t$，且 $x_1\geq 0$，$t>0$，求 h 的值；

（ⅱ）若 $x_1=t-1$，求 h 的最大值．

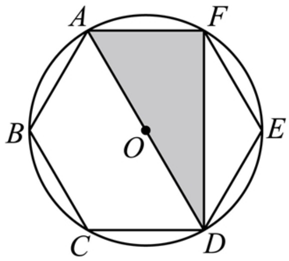
22．已知：PA、PB、CD 分别切⊙O 于 A、B、E 三点，PA＝6．求：

（1）$\triangle PCD$ 的周长；

（2）若$\angle P$＝50°，求$\angle COD$ 的度数．



23．如图，正六边形 $ABCDEF$ 内接于⊙O．



(1)若 P 是 $\overset{\frown}{CD}$ 上的动点，连接 BP,FP，求 $\angle BPF$ 的度数；

(2)已知$\triangle ADF$ 的面积为$2\sqrt{3}$．

① 求$\angle DAF$ 的度数；

② 求⊙O 的半径．

24．掷实心球是兰州市高中阶段学校招生体育考试的选考项目．如图 1 是一名女生投掷实心球，实心求行进路线是一条抛物线，行进高度 y（m）与水平距离 x（m）之间的函数关系如图 2 所示，抛出时起点处高度为$\frac{5}{3}$m，当水平距离为 3m 时，实心球行进至最高点 3m 处．

图1

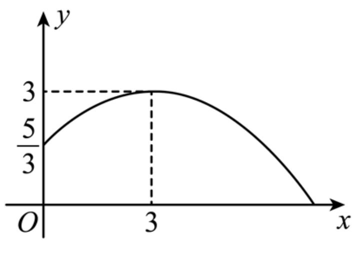


图2

(1)求 y 关于 x 的函数表达式；

(2)根据兰州市高中阶段学校招生体育考试评分标准（女生），投掷过程中，实心球从起点到落地点的水平距离大于等于 6.70m

，此项考试得分为满分 10 分．该女生在此项考试中是否得满分，请说明理由．

25．综合与实践

【问题提出】

某数学兴趣小组开展综合实践活动：在 $Rt\vee ABC$ 中，$\angle C=90°$，D 为 AC 上一点，$CD=\sqrt{2}$，动点 P 以每秒 1 个单位的速度从 C 点出发，在三角形边上沿 $C\to B\to A$ 匀速运动，到达点 A 时停止，以 DP 为边作正方形 $DPEF$．设点 P 的运动时间为 ts，正方形 $DPEF$ 的面积为 S，探究 S 与 t 的关系．

【初步感知】

（1）如图 1，当点 P 由点 C 运动到点 B 时，

①当 $t=\frac{1}{2}$ 时，S＝________；

②求 S 关于 t 的函数解析式．

（2）当点 P 由点 B 运动到点 A 时，经探究发现 S 是关于 t 的二次函数，并绘制成如图 2 的图象．请根据图象信息，求 S 关于 t 的函数解析式（并写出自变量的取值范围）及线段 AB 的长．

【延伸探究】

（3）若存在 3 个时刻 t_1，t_2，t_3（$t_1<t_2<t_3$）对应的正方形 $DPEF$ 的面积均相等．

①t_1+t_2＝________；

②当 $t_3=5t_1$ 时，求正方形 $DPEF$ 的面积．

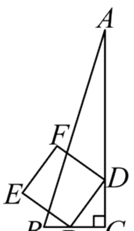


图1

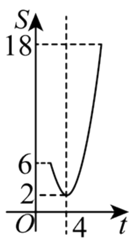
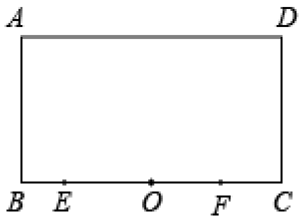


图2

26．如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=2\sqrt{3}$，BC=6，点 O 是 BC 的中点．点 E 从点 B 出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿射线 BC 匀速运动；点 F 从点 O 出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿射线 OC 匀速运动．E，F 两点同时出发，运动时间为 t 秒（$0\le t\le\frac{5}{2}$），在两点运动过程中，以 EF 为边作等边三角形 EFG，使$\triangle EFG$ 和矩形 $ABCD$ 在射线 BC 的同侧．



(1)若点 G 落在边 AD 上，求 t 的值；

(2)若 $t=2$，求$\triangle EFG$ 和矩形 $ABCD$ 重叠部分的周长；

(3)在整个运动过程中，设$\triangle EFG$ 和矩形 $ABCD$ 重叠部分的面积为 S，试求出 S 与 t 之间的函数表达式.

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6				
答案	C	A	B	C	D	D				

1．C

【分析】根据旋转的性质可得，$BC=DC$，$\angle ACE=\alpha$，$\angle A=\angle E$，则$\angle B=\angle BDC$，利用三角形内角和可求得$\angle B$，进而可求得$\angle E$，则可求得答案．

【详解】解：$\because$将$\vee ABC$绕点C顺时针旋转得到$\triangle EDC$，且$\angle BCD=\alpha$

$\therefore BC=DC$，$\angle ACE=\alpha$，$\angle A=\angle E$，

$\therefore \angle B=\angle BDC$，

$\therefore \angle B=\angle BDC=\dfrac{180^\circ-\alpha}{2}=90^\circ-\dfrac{\alpha}{2}$，

$\therefore \angle A=\angle E=90^\circ-\angle B=90^\circ-90^\circ+\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{\alpha}{2}$，

$\therefore \angle A=\angle E=\dfrac{\alpha}{2}$，

$\therefore \angle EFC=180^\circ-\angle ACE-\angle E=180^\circ-\alpha-\dfrac{\alpha}{2}=180^\circ-\dfrac{3}{2}\alpha$，

故选：C．

【点睛】本题考查了旋转变换、三角形内角和、等腰三角形的性质，解题的关键是掌握旋转的性质．

2．A

【分析】根据一元二次方程的解，以及一元二次方程根与系数的关系即可求解．

【详解】解：解：$\because x_1$，x_2是方程$x^2-x-2022=0$的两个实数根，

$\therefore {x_1}^2-2022=x_1$，$x_1x_2=-2022$，$x_1+x_2=1$

$x_1^3-2022x_1+x_2^2=x_1\left({x_1}^2-2022\right)+{x_2}^2={x_1}^2+{x_2}^2=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=1-2\times\left(-2022\right)=4045$

故选 A

【点睛】本题考查了一元二次方程根与系数的关系，一元二次方程根的定义，掌握一元二次方程根与系数的关系是解题的关键．

3．B

【分析】先将函数表达式写成顶点式，根据开口方向和对称轴即可判断．

【详解】解：$\because y=2x^2-4x+5=2\left(x-1\right)^2+3$

∵开口向上，对称轴为 $x=1$，

∴$x>1$ 时，函数值 y 随 x 的增大而增大.

故选：B.

【点睛】本题考查的是二次函数的图像与性质，比较简单，需要熟练掌握二次函数的图像与性质.

4．C

【分析】由 CD 是⊙O 的直径，根据直径所对的圆周角是直角，得出∠CAD＝90°，根据直角三角形两锐角互余得到∠ACD 与∠D 互余，即可求得∠D 的度数，继而求得∠B 的度数.

【详解】解：∵CD 是⊙O 的直径，

∴∠CAD＝90°，

∴∠ACD+∠D＝90°，

∵∠ACD＝40°，

∴∠ADC＝∠B＝50°.

故选：C.

【点睛】本题考查了圆周角定理，直角三角形的性质，注意掌握数形结合思想是解题的关键.

5．D

【分析】随机事件 A 的概率 $P(A)$= 事件 A 可能出现的结果数÷所有可能出现的结果数.

【详解】解：Q 每分钟红灯亮 30 秒，绿灯亮 25 秒，黄灯亮 5 秒，

∴ 当小明到达该路口时，遇到绿灯的概率 $P=\frac{25}{60}=\frac{5}{12}$，

故选 D.

【点睛】本题考查了概率，熟练掌握概率公式是解题的关键.

6．D

【分析】利用“倍值点”的定义得到方程 $\left(t+1\right)x^2+tx+s=0$，则方程的 $\Delta>0$，可得 $t^2-4ts-4s>0$，利用对于任意的实数 s 总成立，可得不等式的判别式小于 0，解不等式可得出 s 的取值范围.

【详解】解：由“倍值点”的定义可得：$2x=\left(t+1\right)x^2+\left(t+2\right)x+s$，

整理得，$\left(t+1\right)x^2+tx+s=0$

∵关于 x 的二次函数 $y=(t+1)x^2+(t+2)x+s$（s,t 为常数，$t\neq -1$）总有两个不同的倍值点，

$\therefore \Delta=t^2-4(t+1)s=t^2-4ts-4s>0,$

∵对于任意实数 t 总成立，

$\therefore (-4s)^2-4\times(-4s)<0,$

整理得，$16s^2+16s<0,$

$\therefore s^2+s<0,$

$\therefore s(s+1)<0$，

$\therefore \begin{cases} s<0 \\ s+1>0 \end{cases}$，或 $\begin{cases} s>0 \\ s+1<0 \end{cases}$，

当 $\begin{cases} s<0 \\ s+1>0 \end{cases}$ 时，解得 $-1<s<0$，

当 $\begin{cases} s>0 \\ s+1<0 \end{cases}$ 时，此不等式组无解，

$\therefore -1<s<0$，

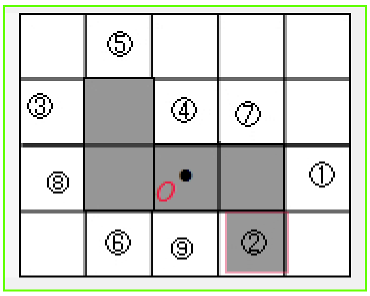
故选：D．

【点睛】本题主要考查了二次函数图象上点的坐标特征，一元二次方程根的判别式以及二次函数与不等式的关系，理解新定义并能熟练运用是解答本题的关键．

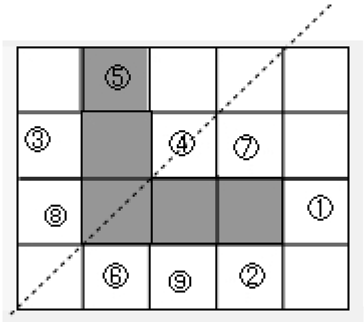
7．　　②　　⑤或⑥或⑦

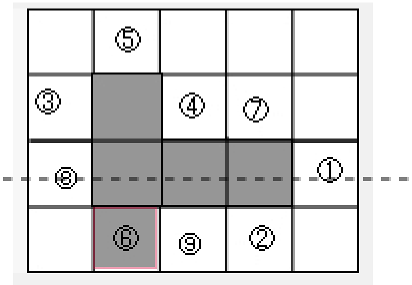
【分析】根据轴对称图形与中心对称的定义找到答案．

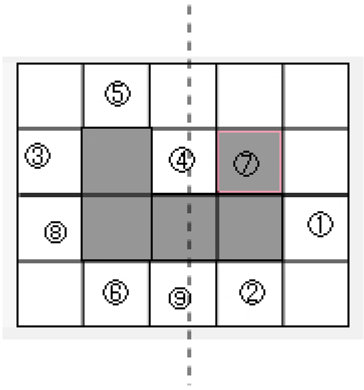
【详解】当涂黑②时,将图形绕 O 旋转 180°,与原图重合,阴影部分为中心对称图形,故答案为②.



当涂黑⑤⑥⑦时,与阴影部分组成轴对称图形.故答案为⑤⑥⑦.







【点睛】本题主要考查了利用旋转设计图案,解决本题主要关键是要熟练正确把握中心对称图形的性质.

8．$\frac{7}{3}$

【分析】对$3x^2+6x-1=0$用配方法处理化为$(x+a)^2=b$的形式即可.

【详解】解：$3x^2+6x-1=0$进行移项得$3x^2+6x=1$，

二次项系数化为 1 得$x^2+2x=\frac{1}{3}$，

配成完全平方式得$x^2+2x+1=\frac{1}{3}+1=\frac{4}{3}$，即$(x+1)^2=\frac{4}{3}$，

因为用配方法解一元二次方程$3x^2+6x-1=0$时，将它化为$(x+a)^2=b$的形式，

所以$a=1$，$b=\frac{4}{3}$，则$a+b=1+\frac{4}{3}=\frac{7}{3}$；

故答案为：$\frac{7}{3}$.

【点睛】本题主要考查的是一元二次方程的配方法等知识，灵活掌握一元二次方程的配方法过程是解题的关键.

9．$\frac{\pi-2}{4}$

【分析】如图，设 $OA=a$，则 $OB=OC=a$，根据正方形内接圆和外接圆的关系，求出大正方形、小正方形和圆的面积，再根据概率公式计算即可.

【详解】解：如图，设 $OA=a$，则 $OB=OC=a$，

由正方形的性质可知$\angle AOB=90°$，

$AB=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$，

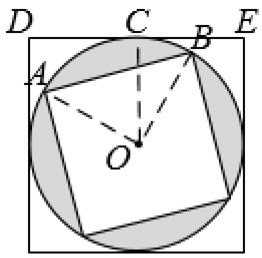
由正方形的性质可得 $CD=CE=OC=a$，

∴$DE=2a$，

$S_{阴影}=S_{圆}-S_{小正方形}=\pi a^2-\left(\sqrt{2}a\right)^2=\pi a^2-2a^2=\left(\pi-2\right)a^2$，

$S_{大正方形}=\left(2a\right)^2=4a^2$，

∴这个点取在阴影部分的概率是$\dfrac{\left(\pi-2\right)a^2}{4a^2}=\dfrac{\pi-2}{4}$，



故答案为：$\dfrac{\pi-2}{4}$

【点睛】本题考查了概率公式、正方形的性质、正方形外接圆和内切圆的特点、圆的面积计算，根据题意弄清楚图形之间的关系是解题的关键.

10．　1.2　$3\le S\le 4$

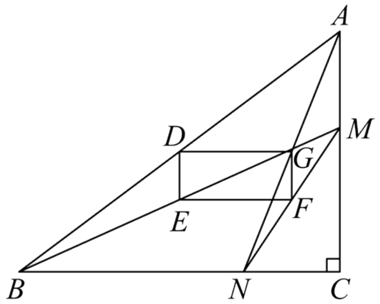
【分析】根据三角形中位线定理可得$DE=\dfrac{1}{2}AM=1.2$，设$AM=x$，从而$DE=\dfrac{1}{2}AM=\dfrac{1}{2}x$，由此得到四边形$DEFG$是平行四边形，结合$DE$边上的高为$\left(4-\dfrac{1}{2}x\right)$，即可得到函数解析式，进而得到答案.

【详解】解：∵点 D，E 分别是AB，MB的中点，

∴DE是$\triangle ABM$的中位线，

∴$DE=\dfrac{1}{2}AM=1.2$；

如图，设$AM=x$，



由题意得，$DE // AM$，且$DE=\frac{1}{2}AM$，

$\therefore DE=\frac{1}{2}AM=\frac{1}{2}x$，

又F、G分别是MN、AN的中点，

$\therefore FG // AM$，$FG=\frac{1}{2}AM$，

$\therefore DE // FG$，$DE=FG$，

$\therefore$四边形$DEFG$是平行四边形，

由题意得，GF与AC的距离是$\frac{1}{2}x$，

$\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=8$，

$\therefore DE$边上的高为$\left(4-\frac{1}{2}x\right)$，

$\therefore$四边形$DEFG$面积$S=\frac{1}{2}x\cdot\left(4-\frac{1}{2}x\right)=2x-\frac{1}{4}x^2=-\frac{1}{4}(x-4)^2+4$，

$\because 2.4<x\leq 6$，

$\therefore 3\leq S\leq 4$，

故答案为：1.2，$3\leq S\leq 4$．

【点睛】此题主要考查了三角形的中位线定理，二次函数的性质，求函数解析式，解题时要熟练掌握并灵活运用是关键．

11．$\frac{\pi}{4}$/$\frac{1}{4}\pi$

【分析】连接AF，由平行四边形的性质推出$\triangle ABF$是等边三角形，$\vee ABE$是等腰三角形，由直角三角形的性质求出AH，BH的长，得到BE的长，求出扇形BCE的面积，扇形AFE的面积，$\triangle ABF$的面积，$\vee ABE$的面积，即可求出阴影的面积．

【详解】解：连接AF，