

8 年级下册数学-压轴解答题

1. 由于新冠肺炎疫情暴发，某公司根据市场需求代理 A 、 B 两种型号的空气净化器，每台 A 型净化器比每台 B 型净化器进价多 200 元，用 5 万元购进 A 型净化器与用 4.5 万元购进 B 型净化器的数量相等。
 - (1) 求每台 A 型、 B 型净化器的进价各是多少元？
 - (2) 公司计划购进 A 、 B 两种型号的净化器共 50 台进行试销，其中 A 型净化器为 m 台，购买资金不超过 9.8 万元。试销时 A 型净化器每台售价 2500 元， B 型净化器每台售价 2180 元。公司决定从销售 A 型净化器的利润中按每台捐献 75 元作为公司帮扶疫区贫困居民，设公司售完 50 台净化器并捐献扶贫资金后获得的利润为 W ，求 W 的最大值。

2. 某学校打算购买甲乙两种不同类型的笔记本。已知甲种类型的笔记本的单价比乙种类型的要便宜 1 元，且用 110 元购买的甲种类型的数量与用 120 元购买的乙种类型的数量一样。
 - (1) 求甲乙两种类型笔记本的单价。
 - (2) 该学校打算购买甲乙两种类型笔记本共 100 件，且购买的乙的数量不超过甲的 3 倍，则购买的最低费用是多少。

3. 某商店欲购进甲、乙两种商品进行销售，有关信息如表：

	进价（元/袋）	售价（元/袋）
甲	a	25
乙	$1.5a$	37

用 600 元购进甲种商品的数量比用同样金额购进乙种商品的数量多 10 袋。

(1) 求甲、乙两种商品每袋进价分别为多少元？

(2) 该店准备购进甲、乙两种商品共 40 袋，且甲种商品不少于 30 袋，问应该怎样进货，才能使总获利最大，最大利润为多少元？

4. 某图书大厦儿童部张经理向总经理室提交购书申请：儿童部计划用 1800 元购进《笑读成语》若干套，若是购进同等数量的《图画百科》需要 3000 元。张经理又补充如图。



(1) 每套《笑读成语》和《图画百科》的进价各是多少元？

(2) 总经理批示：“可购进《笑读成语》和《图画百科》两种套装书共 65 套，费用不超过 2700 元，其中《笑读成语》不超过 33 套”，那么《图画百科》最多可以购买多少套？

5. 新华书店决定用不多于 28000 元购进甲乙两种图书共 1200 本进行销售, 已知甲种图书进价是乙种图书每本进价的 1.4 倍, 若用 1680 元购进甲种图书的数量比用 1400 元购进的乙种图书的数量少 10 本.

(1) 甲乙两种图书的进价分别为每本多少元?

(2) 新华书店决定甲种图书售价为每本 40 元, 乙种图书售价每本 30 元, 问书店应如何进货才能获得最大利润? (购进的两种图书全部销售完)

6. 阅读: 对于两个不等的非零实数 a, b , 若分式 $\frac{(x-a)(x-b)}{x}$ 的值为零, 则 $x=a$ 或 $x=b$. 又因为 $\frac{(x-a)(x-b)}{x} = \frac{x^2-(a+b)x+ab}{x} = x + \frac{ab}{x} - (a+b)$, 所以关于 x 的方程 $x + \frac{ab}{x} = a + b$ 有两个解, 分别为 $x_1=a, x_2=b$.

应用上面的结论解答下列问题:

(1) 方程 $x + \frac{p}{x} = q$ 的两个解分别为 $x_1 = -2, x_2 = 4$, 则 $p = \underline{\hspace{2cm}}$, $q = \underline{\hspace{2cm}}$;

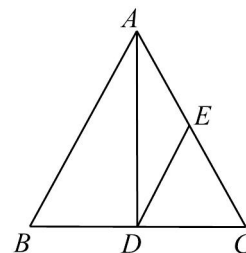
(2) 方程 $x + \frac{6}{x} = 5$ 的两个解中较大的一个为 $\underline{\hspace{2cm}}$;

(3) 关于 x 的方程 $2x + \frac{n^2+2n-3}{2x+1} = 2n+1$ 的两个解分别为 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), 求 $\frac{2x_1}{x_2-2}$ 的值.

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $AD\perp BC$ 于点 D 。

(1) 若 $DE\parallel AB$ 交 AC 于点 E ，证明： $\triangle ADE$ 是等腰三角形；

(2) 若 $BC=12$ ， $DE=5$ ，且 E 为 AC 中点，求 AD 的值。



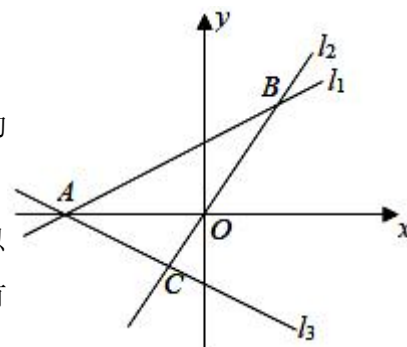
8. 在学习一元一次不等式与一次函数中，小明在同一个坐标系中发现直线 $l_1: y_1=kx+b$ ($k\neq 0$)与 x 轴交于点 A 且与直线 $l_2: y_2=\frac{3}{2}x$ 交于点 B ，并且有如下信息：①当 $x>2$ 时， $y_1<y_2$ ；当 $x<2$ 时， $y_1>y_2$ 。

②当 $y_1<0$ 时， $x<-4$ 。根据信息解答下列问题：

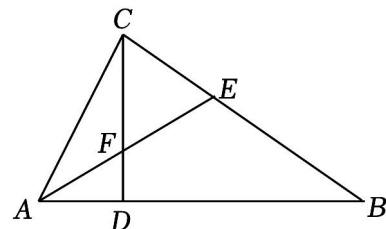
(1) 求直线 l_1 的表达式。

(2) 过点 A 的直线 $l_3: y_3=-\frac{1}{2}x-2$ 与直线 l_2 交于点 C ，求 $\triangle ABC$ 的面积。

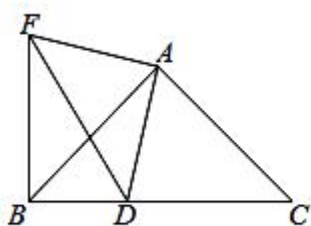
(3) 若点 D 是 x 轴上的动点，点 E 是直线 AB 上的动点，是否存在以 A 、 C 、 D 、 E 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，请直接写出所有满足条件的 D 点坐标。若不存在，请说明理由。



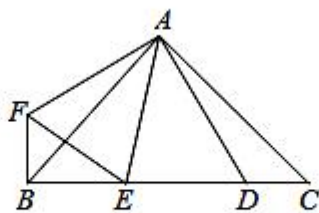
9. 如图，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $CD\perp AB$ 于点 D ， $\angle BAC$ 的平分线分别交 BC ， CD 于点 E 、 F 。
- (1) 试说明 $\triangle CEF$ 是等腰三角形；
 - (2) 若点 E 恰好在线段 AB 的垂直平分线上，猜想：线段 AC 与线段 AB 的数量关系，并说明理由；
 - (3) 在 (2) 的条件下，若 $CE=2$ ， $AC=2\sqrt{3}$ ，求 $\triangle ABE$ 的面积。



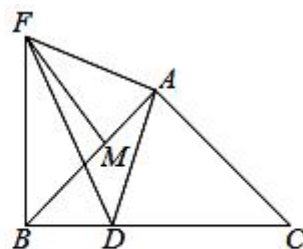
10. 在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=AC=6\sqrt{2}$ ， D 是射线 CB 上的动点，过点 A 作 $AF\perp AD$ (AF 始终在 AD 上方)，且 $AF=AD$ ，连接 BF 。
- (1) 如图 1，当点 D 在线段 BC 上时， BF 与 DC 的关系是_____。
 - (2) 如图 2，若 D 、 E 为线段 BC 上的两个动点，且 $\angle DAE=45^\circ$ ，连接 EF ， $DC=3$ ，求 ED 的长；
 - (3) 若在点 D 的运动过程中， $BD=3$ ，则 $AF=_____$ ；
 - (4) 如图 3，若 M 为 AB 中点，连接 MF ，在点 D 的运动过程中，当 $BD=_____$ 时， MF 的长最小？最小值是_____。



(图1)



(图2)



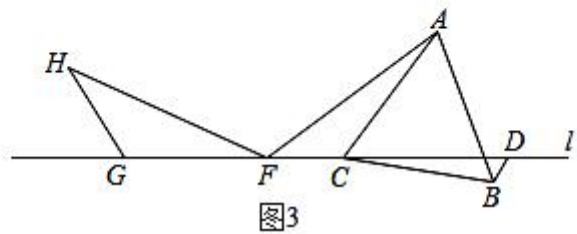
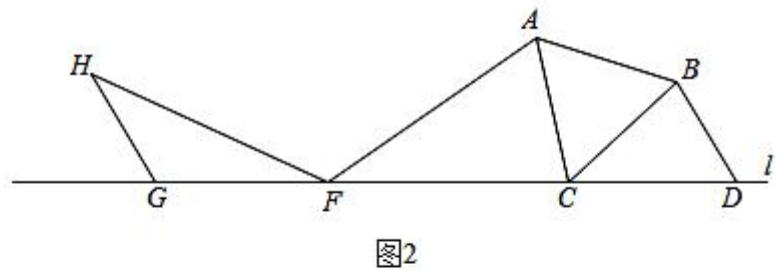
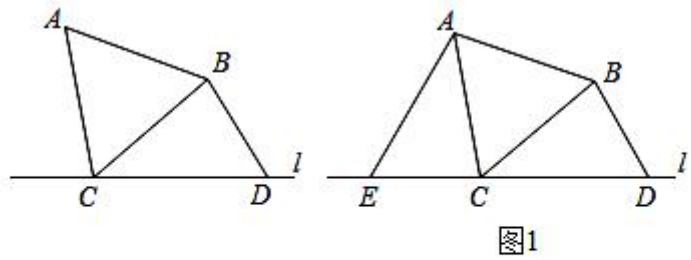
(图3)

11. 如图, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 直线 l 经过点 C , 在 l 上位于 C 点右侧的点 D 满足 $\angle BDC=60^\circ$.

(1) 如图 1, 在 l 上位于 C 点左侧取一点 E , 使 $\angle AEC=60^\circ$, 求证: $\triangle AEC \cong \triangle CDB$;

(2) 如图 2, 点 F 、 G 在直线 l 上, 连 AF , 在 l 上方作 $\angle AFH=120^\circ$, 且 $AF=HF$, $\angle HGF=120^\circ$, 求证: $HG+BD=CF$;

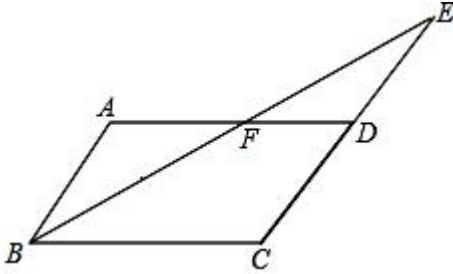
(3) 在 (2) 的条件下, 当 A 、 B 位于直线 l 两侧, 其余条件不变时 (如图 3), 线段 HG 、 CF 、 BD 的数量关系为_____.



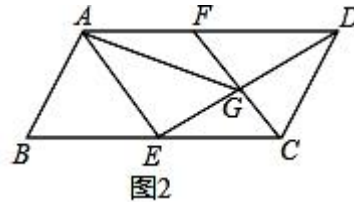
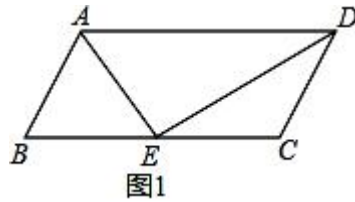
12. 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle ABC$ 的平分线与边 CD 的延长线交于点 E ，与 AD 交于点 F ，且 $AF=DF$ 。

①求证： $AB=DE$ ；

②若 $AB=3$ ， $BF=5$ ，求 $\triangle BCE$ 的周长。



13. 如图 1，在平行四边形 $ABCD$ 中， AE 、 DE 分别平分 $\angle BAD$ 、 $\angle ADC$ ，点 E 在 BC 上。



(1) 求证： $BC=2AB$ ；

(2) 如图 2，若 $AB=4$ ， $\angle B=60^\circ$ ，过点 C 作 $CF \parallel AE$ ， CF 交 DE 于 G ，连接 AG ，求线段 AG 的长。

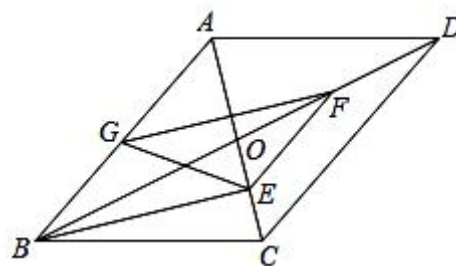
14. 如图，在▭ $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ， $BD=2AD$ ，点 E 在线段 OC 上，且 $OE=CE$ 。

(1) 求证： $\angle OBE = \frac{1}{2}\angle ADO$ ；

(2) 若 F ， G 分别是 OD ， AB 的中点，且 $BC=10$ ，

①求证： $\triangle EFG$ 是等腰三角形；

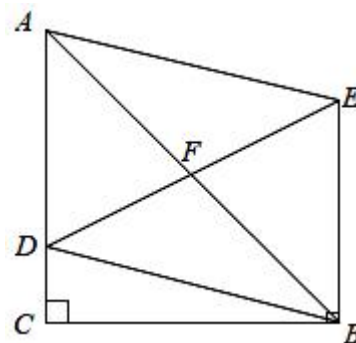
②当 $EF \perp EG$ 时，求▭ $ABCD$ 的面积。



15. 如图， $\triangle ABC$ 为直角三角形， $\angle ACB=90^\circ$ ， F 为斜边 AB 的中点， D 为边 AC 上的一个动点（不与 A ， C 重合），连接 DF ，过 B 作 $BE \perp BC$ 交 DF 的延长线于 E ，连接 AE ， BD 。

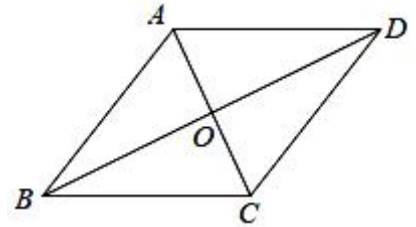
(1) 求证：四边形 $ADBE$ 为平行四边形；

(2) 若 $AC=8$ ， $BC=6$ ， $AD=BD$ ，求对角线 DE 的长。



16. 我们新定义一种三角形：两边平方和等于第三边平方的 3 倍的三角形叫做非凡三角形．例如：某三角形三边长分别是 $\sqrt{3}$ ，2 和 3，因为 $(\sqrt{3})^2 + 2^2 = 12 = 3 \times 3^2$ ，所以这个三角形是非凡三角形．

- (1) 判断：等腰直角三角形 _____非凡三角形（填“是”或“不是”）；
 (2) 若 $\triangle ABC$ 是非凡三角形，且 $AB=3$ ， $BC=6$ ，则 $AC=_____$ ；
 (3) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AC \perp BD$ 于点 O ， $AB=6$ ，且 $\triangle ABD$ 是非凡三角形，求 AC 的值．



17. 阅读下列材料，并解答其后的问题：

定义：有一组邻边相等且有一组对角互补的四边形叫做等补四边形．

如图 1，若 $AB=AD$ ， $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ，则四边形 $ABCD$ 是等补四边形．

- (1) 理解：如图 2，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ．请用尺规作图法作出点 D ，使得以 A 、 B 、 C 、 D 四点为顶点的四边形是等补四边形；（只需作出一个满足条件的点 D 即可．要求不用写作法，但要保留作图痕迹．）
 (2) 探究：如图 3，等补四边形 $ABCD$ 中， $AB=BC$ ， $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ， BD 是对角线．求证： BD 平分 $\angle ADC$ ；
 (3) 运用：将斜边相等的两块三角板如图 4 放置，其中含 45° 角的三角板 ABC 的斜边与含 30° 角的三角板 ADC 的斜边重合， B 、 D 位于 AC 的两侧， $AB=BC=4$ ，连接 BD ．则 BD 的长为_____．

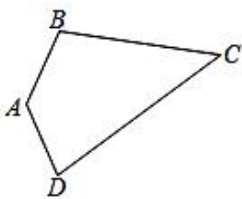


图1

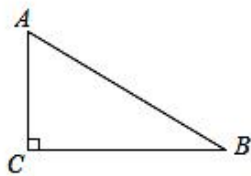


图2

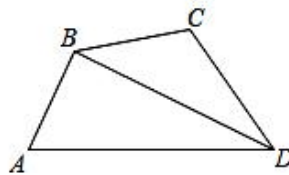


图3

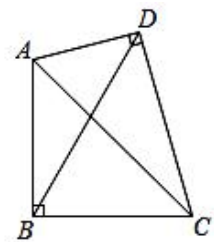
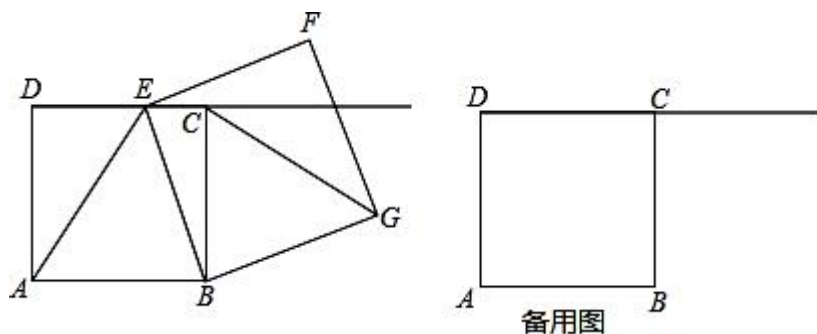


图4

18. 如图，已知正方形 $ABCD$ ， $AB=8$ ，点 E 是射线 DC 上一个动点（点 E 与点 D 不重合），连接 AE ， BE ，以 BE 为边在线段 AD 的右侧作正方形 $BEFG$ ，连接 CG 。



- (1) 当点 E 在线段 DC 上时，求证： $\triangle BAE \cong \triangle BCG$ ；
- (2) 在 (1) 的条件下，若 $CE=2$ ，求 CG 的长；
- (3) 连接 CF ，当 $\triangle CFG$ 为等腰三角形时，求 DE 的长。

19. 如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形， E 为线段 BC 上一动点， $EF \perp AC$ ，垂足为 F 。

(1) 如图 1，连接 DE 交 AC 于点 M ，若 $\angle DEF = 15^\circ$ ，求 AM 的长；

(2) 如图 2，点 G 在 BC 的延长线上，点 E 在 BC 上运动时，满足 $CG = BE$ ，

①连接 BF ， DG ，判断 BF ， DG 的数量关系并说明理由；

②如图 3，若 Q 为 CG 的中点，直接写出 $DE + 2DQ$ 的最小值为 _____。

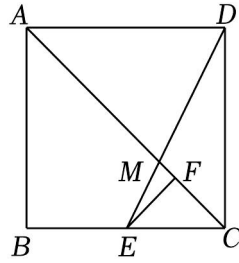


图1

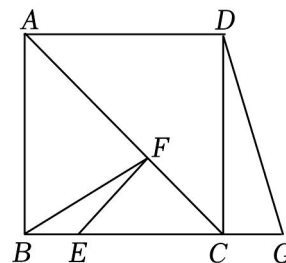


图2

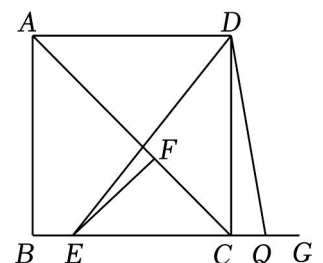


图3

20. 【初步探索】

(1) 如图 1: 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD$, $\angle B=\angle ADC=90^\circ$, E 、 F 分别是 BC 、 CD 上的点, 且 $EF=BE+FD$, 探究图中 $\angle BAE$ 、 $\angle FAD$ 、 $\angle EAF$ 之间的数量关系.

小王同学探究此问题的方法是: 延长 FD 到点 G , 使 $DG=BE$. 连接 AG , 先证明 $\triangle ABE \cong \triangle ADG$, 再证明 $\triangle AEF \cong \triangle AGF$, 可得出结论, 他的结论应是 _____.

【灵活运用】

(2) 如图 2, 若在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD$, $\angle B+\angle D=180^\circ$, E 、 F 分别是 BC 、 CD 上的点, 且 $EF=BE+FD$, 上述结论是否仍然成立, 并说明理由.

【拓展延伸】

(3) 已知在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$, $AB=AD$, 若点 E 在 CB 的延长线上, 点 F 在 CD 的延长线上, 如图 3 所示, 仍然满足 $EF=BE+FD$, 请直接写出 $\angle EAF$ 与 $\angle DAB$ 的数量关系.

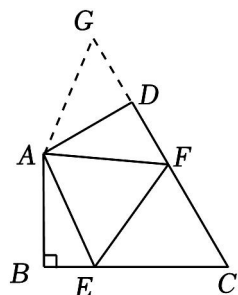


图1

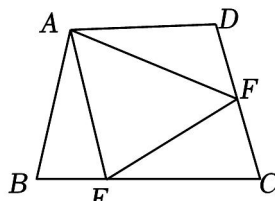


图2

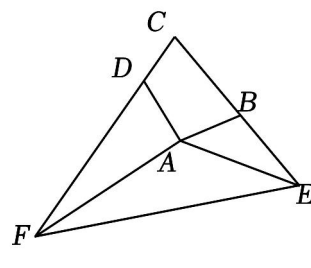


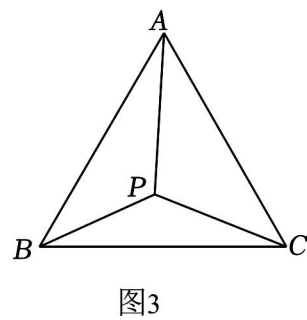
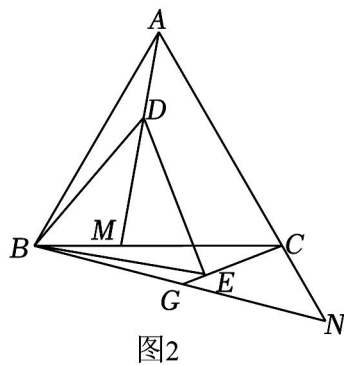
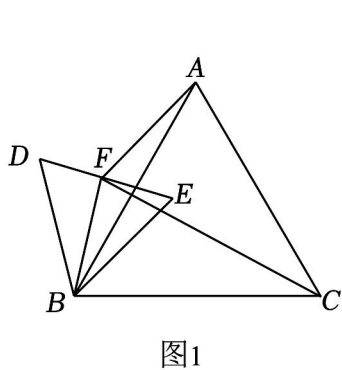
图3

21. 已知 $\triangle ABC$ 、 $\triangle BDE$ 都是等边三角形， $\triangle BDE$ 可以绕点 B 旋转.

(1) 如图1， F 为 DE 边上一点，连接 AF 、 BF 、 CF ，当 $CF=BC$ 且 $AF\parallel BE$ 时，求 $\angle EBF$ 的度数；

(2) 如图2，连接 AD 并延长交 BC 于点 M ， N 为 AC 延长线上一点，连接 BN ，连接 CE 并延长交 BN 于点 G ，若 G 为 BN 的中点，求证： $BM=CN$.

(3) 如图3，在等边 $\triangle ABC$ 内部，若 $AB=6$ ，是否存在一点 P ，使得 $AP+BP+CP$ 取得最小值. 若存在，直接写出最小值；不存在，请说明理由.



22. 已知：等边 $\triangle ABC$ 中， D 为 AB 延长线上一点，连接 CD ，点 E 在 CD 上，连接 AE ， $\angle AEC=60^\circ$ 。

(1) 如图1，连接 BE ，求证： BE 平分 $\angle AED$ ；

(2) 如图2，点 F 为线段 AC 上一点，连接 BF 交 AE 于点 G ，若点 G 为 BF 中点，求证： $AF=BD$ ；

(3) 如图3，点 F 为线段 AC 上一动点，作 F 关于 AB 的对称点 F' ，连接 AF' ， CF' ，交 AD 于点 K ，点 D 在 AB 的延长线上运动，始终满足 $AF=BD$ ，连接 $F'D$ ， BF 交 AE 于点 G ，当 $F'D$ 取得最大值时，此时 $AD=16\sqrt{3}$ ，求整个运动过程中 GF 的最小值。

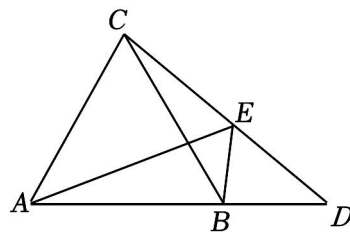


图1

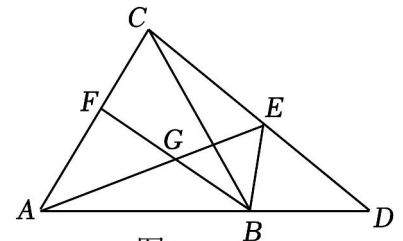


图2

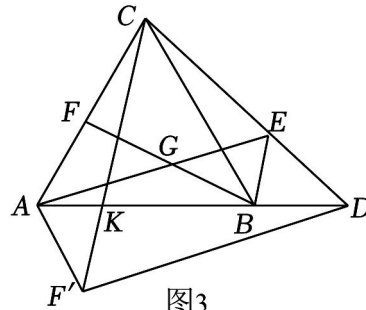


图3

8 年级下册数学-压轴解答题

参考答案与试题解析

1. 由于新冠肺炎疫情暴发，某公司根据市场需求代理 A 、 B 两种型号的空气净化器，每台 A 型净化器比每台 B 型净化器进价多 200 元，用 5 万元购进 A 型净化器与用 4.5 万元购进 B 型净化器的数量相等.

(1) 求每台 A 型、 B 型净化器的进价各是多少元？

(2) 公司计划购进 A 、 B 两种型号的净化器共 50 台进行试销，其中 A 型净化器为 m 台，购买资金不超过 9.8 万元. 试销时 A 型净化器每台售价 2500 元， B 型净化器每台售价 2180 元. 公司决定从销售 A 型净化器的利润中按每台捐献 75 元作为公司帮扶疫区贫困居民，设公司售完 50 台净化器并捐献扶贫资金后获得的利润为 W ，求 W 的最大值.

【分析】(1) 设每台 B 型净化器的进价是 x 元，则每台 A 型净化器的进价是 $(x+200)$ 元，根据数量 = 总价 \div 单价结合用 5 万元购进 A 型净化器与用 4.5 万元购进 B 型净化器的数量相等，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验后即可得出结论；

(2) 由总价 = 单价 \times 数量结合购买资金不超过 9.8 万元，即可得出关于 m 的一元一次不等式，解之即可得出 m 的取值范围，根据总利润 = 每台的利润 \times 销售数量，即可得出 W 关于 m 的函数关系式，再利用一次函数的性质即可解决最值问题.

【解答】解：(1) 设每台 B 型净化器的进价是 x 元，则每台 A 型净化器的进价是 $(x+200)$ 元，

依题意，得：
$$\frac{50000}{x+200} = \frac{45000}{x},$$

解得： $x=1800$ ，

经检验， $x=1800$ 是原方程的解，且符合题意，

$\therefore x+200=2000$.

答：每台 A 型净化器的进价是 2000 元，每台 B 型净化器的进价是 1800 元.

(2) \because 购进 A 型净化器 m 台， \therefore 购进 B 型净化器 $(50 - m)$ 台，

又 \because 购买资金不超过 9.8 万元，

$\therefore 2000m+1800(50 - m) \leq 98000$ ，

$\therefore m \leq 40$.

依题意：获得的利润 $W = (2500 - 2000 - 75)m + (2180 - 1800)(50 - m) = 45m + 19000$ ，

$\because 45 > 0$ ，

$\therefore W$ 随 m 的增大而增大，

\therefore 当 $m=40$ 时， W 取得最大值，最大值 $= 45 \times 40 + 19000 = 20800$.

答： W 的最大值为 20800 元.

【点评】本题考查了分式方程的应用、一元一次不等式的应用以及一次函数的性质，解题的关键是：(1) 找准等量关系，正确列出分式方程；(2) 根据各数量之间的关系，正确列出一元一次不等式及一次函数关系式.

2. 某学校打算购买甲乙两种不同类型的笔记本. 已知甲种类型的笔记本的单价比乙种类型的要便宜 1 元, 且用 110 元购买的甲种类型的数量与用 120 元购买的乙种类型的数量一样.

(1) 求甲乙两种类型笔记本的单价.

(2) 该学校打算购买甲乙两种类型笔记本共 100 件, 且购买的乙的数量不超过甲的 3 倍, 则购买的最低费用是多少.

【分析】(1) 设甲类型的笔记本单价为 x 元, 则乙类型的笔记本单价为 $(x+1)$ 元, 根据用 110 元购买的甲种类型的数量与用 120 元购买的乙种类型的数量一样列方程, 从而可解决问题;

(2) 设甲类型笔记本购买了 a 件, 费用为 w 元, 则乙类型的笔记本购买了 $(100 - a)$ 件, 列出 w 关于 a 的函数解析式, 由一次函数的性质可得答案.

【解答】解: (1) 设甲类型的笔记本单价为 x 元, 则乙类型的笔记本单价为 $(x+1)$ 元,

$$\text{由题意得, } \frac{110}{x} = \frac{120}{x+1},$$

解得 $x=11$,

经检验 $x=11$ 是原方程的解, 且符合题意,

\therefore 乙类型的笔记本单价为 $x+1=11+1=12$ (元),

答: 甲类型的笔记本单价为 11 元, 乙类型的笔记本单价为 12 元;

(2) 设甲类型笔记本购买了 a 件, 费用为 w 元, 则乙类型的笔记本购买了 $(100 - a)$ 件,

\because 购买的乙的数量不超过甲的 3 倍,

$\therefore 100 - a \leq 3a$, 且 $100 - a \geq 0$,

解得 $25 \leq a \leq 100$,

根据题意得 $w = 11a + 12(100 - a) = 11a + 1200 - 12a = -a + 1200$,

$\because -1 < 0$,

$\therefore w$ 随 a 的增大而减小,

$\therefore a=100$ 时, w 最小值为 $-100 + 1200 = 1100$ (元),

答: 最低费用为 1100 元.

【点评】本题主要考查了分式方程的应用, 一次函数的应用, 一元一次不等式的运用等知识, 根据题意, 列出方程和函数解析式是解题的关键.

3. 某商店欲购进甲、乙两种商品进行销售, 有关信息如表:

	进价 (元/袋)	售价 (元/袋)
甲	a	25
乙	$1.5a$	37

用 600 元购进甲种商品的数量比用同样金额购进乙种商品的数量多 10 袋.

(1) 求甲、乙两种商品每袋进价分别为多少元?

(2) 该店准备购进甲、乙两种商品共 40 袋，且甲种商品不少于 30 袋，问应该怎样进货，才能使总获利最大，最大利润为多少元？

【分析】(1) 根据用 600 元购进甲种商品的数量比用同样金额购进乙种商品的数量多 10 袋和表格中的数据，可以得到相应的分式方程，然后即可求得甲、乙两种商品每袋进价分别为多少元；

(2) 根据题意和 (1) 中的结果、表格中的数据，可以得到利润和购进甲种商品数量的函数关系式，然后根据一次函数的性质，即可得到应该怎样进货，才能使总获利最大，最大利润为多少元，

【解答】解：(1) 由题意，得： $\frac{600}{a} = \frac{600}{1.5a} + 10$ ，

解得： $a=20$ ，

经检验：当 $a=20$ 时，是原分式方程的解且符合题意

$\therefore 1.5a=30$ ，

答：甲、乙两种商品每袋进价分别为 20 元，30 元；

(2) 设购进甲种商品 x 袋，则购进乙种商品 $(40-x)$ 袋，总利润为 w 元，

$w = (25-20)x + (37-30)(40-x) = -2x+280$ ，

$\therefore k = -2 < 0$ ，

$\therefore w$ 随 x 的增大而减小，

\therefore 甲种商品不少于 30 袋，

$\therefore x \geq 30$ ，

\therefore 当 $x=30$ 时， w 取得最大值，此时 $w = -2 \times 30 + 280 = 220$ (元)， $40-x=10$ ，

答：当购进甲种商品 30 袋，购进乙种商品 10 袋时，才能使总获利最大，最大利润为 220 元。

【点评】 本题考查了一次函数的应用、分式方程的应用、一元一次不等式的应用，解题的关键是列出相应的分式方程，求出函数解析式，利用一次函数的性质和不等式的性质解答，注意分式方程要检验。

4. 某图书大厦儿童部张经理向总经理室提交购书申请：儿童部计划用 1800 元购进《笑读成语》若干套，若是购进同等数量的《图画百科》需要 3000 元。张经理又补充如图。



(1) 每套《笑读成语》和《图画百科》的进价各是多少元？

(2) 总经理批示：“可购进《笑读成语》和《图画百科》两种套装书共 65 套，费用不超过 2700 元，其中《笑读成语》不超过 33 套”，那么《图画百科》最多可以购买多少套？

【分析】(1) 设每套《笑读成语》的进价为 x 元，则每套《图画百科》的进价为 $(x+20)$ 元，由题意：

儿童部计划用 1800 元购进《笑读成语》若干套，若是购进同等数量的《图画百科》需要 3000 元。列出方程组，解方程组即可；

(2) 设《图画百科》购买 m 套，则《笑读成语》购买 $(65 - m)$ 套，由题意：“可购进《笑读成语》和《图画百科》两种套装书共 65 套，费用不超过 2700 元，其中《笑读成语》不超过 33 套”，列出不等式，解不等式即可。

【解答】解：(1) 设每套《笑读成语》的进价为 x 元，则每套《图画百科》的进价为 $(x+20)$ 元，

由题意得：
$$\frac{1800}{x} = \frac{3000}{x+20},$$

解得： $x=30$ ，

经检验， $x=30$ 是原方程的解，且符合题意，

则 $x+20=50$ ，

答：每套《笑读成语》的进价为 30 元，每套《图画百科》的进价为 50 元；

(2) 设《图画百科》购买 m 套，则《笑读成语》购买 $(65 - m)$ 套，

由题意得： $50m+30(65 - m) \leq 2700$ ，

解得： $m \leq 37.5$ ，

又： $65 - m \leq 33$ ，

$\therefore m \geq 32$ ，

$\therefore 32 \leq m \leq 37.5$ ，

答：《图画百科》最多可以购买 37 套。

【点评】本题考查了分式方程的应用以及一元一次不等式的应用；解题的关键是：(1) 找准等量关系，列出分式方程；(2) 找出不等关系，列出一元一次不等式。

5. 新华书店决定用不多于 28000 元购进甲乙两种图书共 1200 本进行销售，已知甲种图书进价是乙种图书每本进价的 1.4 倍，若用 1680 元购进甲种图书的数量比用 1400 元购进的乙种图书的数量少 10 本。

(1) 甲乙两种图书的进价分别为每本多少元？

(2) 新华书店决定甲种图书售价为每本 40 元，乙种图书售价每本 30 元，问书店应如何进货才能获得最大利润？(购进的两种图书全部销售完)

【分析】(1) 设乙种图书进价每本 x 元，则甲种图书进价为每本 $1.4x$ 元，由题意：用 1680 元购进甲种图书的数量比用 1400 元购进的乙种图书的数量少 10 本。列出分式方程，解方程即可；

(2) 设书店甲种图书进货 a 本，总利润为 w 元，由题意：甲种图书售价为每本 40 元，乙种图书售价每本 30 元，求出 $w=2a+12000$ ，再由新华书店决定用不多于 28000 元购进甲乙两种图书共 1200 本进行销售，列出 a 的一元一次不等式，解得 $a \leq 500$ ，再由一次函数的性质求出最大利润即可。

【解答】解：(1) 设乙种图书进价每本 x 元，则甲种图书进价为每本 $1.4x$ 元，

由题意得：
$$\frac{1400}{x} - \frac{1680}{1.4x} = 10,$$

解得： $x=20$ ，

经检验， $x=20$ 是原方程的解，且符合题意，

则 $1.4x=1.4\times 20=28$ ，

答：甲种图书进阶每本 28 元，乙种图书进阶每本 20 元；

(2) 设书店甲种图书进货 a 本，总利润为 w 元，

由题意得： $w=(40-28)a+(30-20)(1200-a)=2a+12000$ ，

$\because 28a+20\times(1200-a)\leq 28000$ ，

解得： $a\leq 500$ ，

$\because w$ 随 a 的增大而增大，

\therefore 当 a 最大时 w 最大，

\therefore 当 $a=500$ 时， w 最大 $=2\times 500+12000=13000$ (元)，

此时，乙种图书进货本数为 $1200-500=700$ (本)

答：书店甲种图书进货 500 本，乙种图书进货 700 本时利润最大，最大利润是 13000 元。

【点评】 本题考查了分式方程的应用、一元一次不等式的应用以及一次函数的应用；解题的关键是：(1) 找准等量关系，正确列出分式方程；(2) 找出数量关系，正确列出一元一次不等式。

6. 阅读：对于两个不等的非零实数 a, b ，若分式 $\frac{(x-a)(x-b)}{x}$ 的值为零，则 $x=a$ 或 $x=b$ 。又因为 $\frac{(x-a)(x-b)}{x} = \frac{x^2-(a+b)x+ab}{x} = x + \frac{ab}{x} - (a+b)$ ，所以关于 x 的方程 $x + \frac{ab}{x} = a + b$ 有两个解，分别为 $x_1=a, x_2=b$ 。

应用上面的结论解答下列问题：

(1) 方程 $x + \frac{p}{x} = q$ 的两个解分别为 $x_1 = -2, x_2 = 4$ ，则 $p = \underline{-8}$ ， $q = \underline{2}$ ；

(2) 方程 $x + \frac{6}{x} = 5$ 的两个解中较大的一个为 $\underline{3}$ ；

(3) 关于 x 的方程 $2x + \frac{n^2+2n-3}{2x+1} = 2n+1$ 的两个解分别为 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)，求 $\frac{2x_1}{x_2-2}$ 的值。

【分析】 (1) 根据材料可得： $p = -2\times 4 = -8$ ， $q = -2+4 = 2$ ，计算出结果；

(2) 设方程 $x + \frac{6}{x} = 5$ 的两个解为 a, b ，同理得 $ab=6, a+b=5$ ，解出可得结论；

(3) 将原方程变形后变为： $2x+1 + \frac{n^2+2n-3}{2x+1} = 2n+2$ ，未知数变为整体 $2x+1$ ，根据材料中的结论可得：

$x_1 = n-1, x_2 = n+3$ ，代入所求式子可得结论。

【解答】 解：(1) \because 方程 $x + \frac{p}{x} = q$ 的两个解分别为 $x_1 = -2, x_2 = 4$ ，

$\therefore p = -2\times 4 = -8, q = -2+4 = 2$ ，

故答案为： $-8, 2$ ；

(2) 设方程 $x + \frac{6}{x} = 5$ 的两个解为 a, b ，

则 $ab=6, a+b=5$ ，

∴ $a=2, b=3$ 或 $a=3, b=2$,

∴ 两个解中较大的一个为 3;

故答案为: 3;

$$(3) \because 2x + \frac{n^2 + 2n - 3}{2x + 1} = 2n + 1$$

$$\therefore 2x + 1 + \frac{n^2 + 2n - 3}{2x + 1} = 2n + 2$$

$$2x + 1 + \frac{(n+3)(n-1)}{2x+1} = (n+3) + (n-1),$$

$$\therefore 2x + 1 = n + 3 \text{ 或 } 2x + 1 = n - 1,$$

$$x = \frac{n+2}{2} \text{ 或 } \frac{n-2}{2},$$

$$\because x_1 < x_2,$$

$$\therefore x_1 = \frac{n-2}{2}, x_2 = \frac{n+2}{2},$$

$$\therefore \frac{2x_1}{x_2 - 2} = \frac{2 \cdot \frac{n-2}{2}}{\frac{n+2}{2} - 2} = \frac{n-2}{\frac{n-2}{2}} = 2.$$

【点评】 此题考查了分式方程的解, 弄清题中的规律是解本题的关键.

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $AD \perp BC$ 于点 D .

(1) 若 $DE \parallel AB$ 交 AC 于点 E , 证明: $\triangle ADE$ 是等腰三角形;

(2) 若 $BC=12$, $DE=5$, 且 E 为 AC 中点, 求 AD 的值.

【分析】 (1) 根据等腰三角形的性质得到 $\angle BAD = \angle CAD$, 根据平行线的性质、等腰三角形的性质定理和判定定理证明结论;

(2) 根据直角三角形的性质求出 AC , 根据勾股定理计算, 得到答案.

【解答】 (1) 证明: $\because AB=AC, AD \perp BC$,

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD,$$

$$\because DE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle ADE,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CAD,$$

$$\therefore EA = ED, \text{ 即: } \triangle ADE \text{ 是等腰三角形;}$$

(2) 解: $\because AD \perp BC, E$ 为 AC 中点,

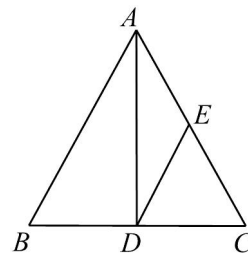
$$\therefore AC = 2DE = 10,$$

$$\because AB = AC, AD \perp BC,$$

$$\therefore CD = BD = \frac{1}{2}BC = 6,$$

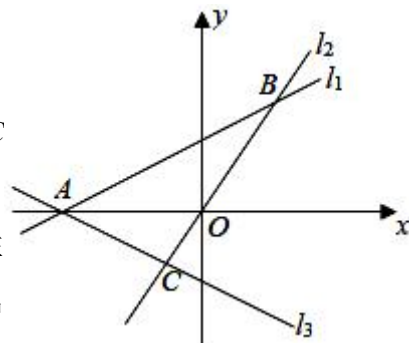
由勾股定理得: $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$

【点评】 本题考查的是等腰三角形的性质、直角三角形的性质、勾股定理的应用, 掌握等腰三角形的三



线合一解题的关键.

8. 在学习一元一次不等式与一次函数中, 小明在同一个坐标系中发现直线 $l_1: y_1=kx+b$ ($k \neq 0$) 与 x 轴交于点 A 且与直线 $l_2: y_2=\frac{3}{2}x$ 交于点 B , 并且有如下信息: ①当 $x > 2$ 时, $y_1 < y_2$; 当 $x < 2$ 时, $y_1 > y_2$. ②当 $y_1 < 0$ 时, $x < -4$. 根据信息解答下列问题:



(1) 求直线 l_1 的表达式.

(2) 过点 A 的直线 $l_3: y_3=-\frac{1}{2}x-2$ 与直线 l_2 交于点 C , 求 $\triangle ABC$ 的面积.

(3) 若点 D 是 x 轴上的动点, 点 E 是直线 AB 上的动点, 是否存在以 A, C, D, E 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 请直接写出所有满足条件的 D 点坐标. 若不存在, 请说明理由.

【分析】(1) 结合题目信息, 利用数形结合思想确定 A 点和 B 点坐标, 然后利用待定系数法求函数解析式;

(2) 联立方程组, 求得 C 点坐标, 然后利用三角形面积公式计算求解;

(3) 设 E 点坐标为 $(x, \frac{1}{2}x+2)$, D 点坐标为 $(m, 0)$, 然后分当 AC, DE 为平行四边形的对角线时, 当 AD, CE 为平行四边形的对角线时, 当 AE, CD 为平行四边形的对角线时三种情况列方程组求解.

【解答】解: (1) \because 当 $x > 2$ 时, $y_1 < y_2$; 当 $x < 2$ 时, $y_1 > y_2$,

\therefore 点 B 的横坐标为 2,

当 $x=2$ 时, $y_2=\frac{3}{2} \times 2=3$,

\therefore 直线 l_1, l_2 的交点坐标为 $B(2, 3)$,

\because 当 $y_1 < 0$ 时, $x < -4$,

\therefore 直线 l_1 与 x 轴的交点坐标为 $A(-4, 0)$,

将 $A(-4, 0), B(2, 3)$ 代入 $y_1=kx+b$ 中,

$$\therefore \begin{cases} 2k+b=3 \\ -4k+b=0 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ b=2 \end{cases}$

\therefore 直线 l_1 的表达式为 $y_1=\frac{1}{2}x+2$;

(2) 联立 $\begin{cases} y_2=\frac{3}{2}x \\ y_3=-\frac{1}{2}x-2 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x=-1 \\ y=-\frac{3}{2} \end{cases}$

\therefore 直线 l_2, l_3 的交点坐标为 $C(-1, -\frac{3}{2})$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times (3 + \frac{3}{2}) = 9;$$

(3) 存在,

\because 点 E 是直线 AB 上的动点, 点 D 是 x 轴上的动点,

\therefore 设 E 点坐标为 $(x, \frac{1}{2}x+2)$, D 点坐标为 $(m, 0)$,

又 $\because A(-4, 0), C(-1, -\frac{3}{2})$,

在以 A, C, D, E 为顶点的四边形是平行四边形中,

①当 AC, DE 为平行四边形的对角线时,

$$\begin{cases} x+m = -4-1 \\ \frac{1}{2}x+2 = -\frac{3}{2} \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = -7 \\ m = 2 \end{cases},$$

\therefore 此时 D 点坐标为 $(2, 0)$,

②当 AD, CE 为平行四边形的对角线时,

$$\begin{cases} -4+m = -1+x \\ \frac{1}{2}x+2 - \frac{3}{2} = 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = -1 \\ m = 2 \end{cases},$$

此时 D 点坐标为 $(2, 0)$,

③当 AE, CD 为平行四边形的对角线时,

$$\begin{cases} -4+x = -1+m \\ \frac{1}{2}x+2 = -\frac{3}{2} \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = -7 \\ m = -10 \end{cases},$$

此时 D 点坐标为 $(-10, 0)$,

综上, 满足条件的点 D 的坐标为 $(2, 0)$ 或 $(-10, 0)$.

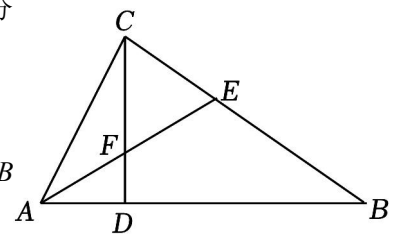
【点评】 本题考查一次函数与几何综合, 理解一次函数的性质和平行四边形的性质, 利用数形结合思想解题是关键.

9. 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$ 于点 D , $\angle BAC$ 的平分线分别交 BC, CD 于点 E, F .

(1) 试说明 $\triangle CEF$ 是等腰三角形;

(2) 若点 E 恰好在线段 AB 的垂直平分线上, 猜想: 线段 AC 与线段 AB 的数量关系, 并说明理由;

(3) 在 (2) 的条件下, 若 $CE=2, AC=2\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABE$ 的面积.



【分析】 (1) 通过直角三角形, 角平分线性质, 对顶角证明 $\angle CFE = \angle CEF$, 从而证明 $\triangle CEF$ 是等腰三角形;

(2) 通过角平分线, 直角三角形内角关系, 可求出 $\angle B=30^\circ$, 直角三角形中, 就可求得 $2AC=AB$;

(3) 通过勾股定理, 可求出 CB 的长, 再求出 BE 的长, 再通过勾股定理求出 $\triangle ABE$ 的边 AB 上的高, 再求 $\triangle ABE$ 的面积.

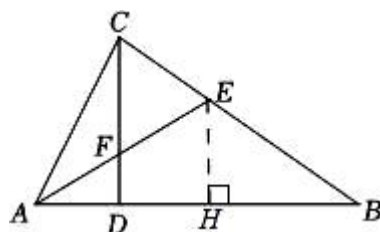
【解答】 解: (1) $\because \angle ACB=90^\circ$,

$\therefore \angle CEF = 90^\circ - \angle CAE$,
 $\because CD \perp AB$,
 $\therefore \angle CDA = 90^\circ$,
 $\therefore \angle AFD = 90^\circ - \angle EAD$,
 $\because AE$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\angle AFD$ 与 $\angle CFE$ 是对顶角,
 $\therefore \angle CAE = \angle EAD$, $\angle AFD = \angle CFE$,
 $\therefore \angle CEF = \angle AFD = \angle CFE$,
 $\therefore CE = CF$,
 $\therefore \triangle CEF$ 是等腰三角形;

(2) $2AC = AB$,

如图, 过 E 作 $EH \perp AB$, 由题意可知 EH 垂直平分 AB ,

$\therefore AE = BE$, $\angle EAB = \angle B$,
 $\because AE$ 是 $\angle BAC$ 的角平分线,
 $\therefore \angle CAE = \angle EAB$,
 \therefore 在直角三角形 $\triangle ACB$ 中, $3\angle B = 90^\circ$,
 $\therefore \angle B = 30^\circ$,



$2AC = AB$;

(3) 由 (2) 得 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle B = 30^\circ$, $CE = 2$, $AC = 2\sqrt{3}$,

$$\therefore AB = 2AC = 4\sqrt{3}, \quad CB = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{3})^2} = 6,$$

$$\therefore EB = CB - CE = 6 - 2 = 4,$$

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle EHB$ 中,

$$EH = \sqrt{EB^2 - HB^2},$$

$\because EH$ 垂直平分 AB , $2AC = AB$; $AC = 2\sqrt{3}$,

$$\therefore BH = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 2AC = AC = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore EH = \sqrt{EB^2 - HB^2} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2}AB \times EH = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}.$$

(注: 计算方法不唯一)

【点评】 本题考查了直角三角形的勾股定理与等腰三角形的判定, 角平分线性质的, 解题的关键是熟练掌握直角三角形的勾股定理与等腰三角形的判定, 角平分线性质的.

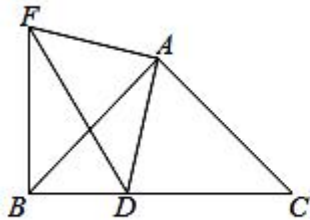
10. 在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 6\sqrt{2}$, D 是射线 CB 上的动点, 过点 A 作 $AF \perp AD$ (AF 始终在 AD 上方), 且 $AF = AD$, 连接 BF .

(1) 如图 1, 当点 D 在线段 BC 上时, BF 与 DC 的关系是 $BF=DC, BF \perp DC$.

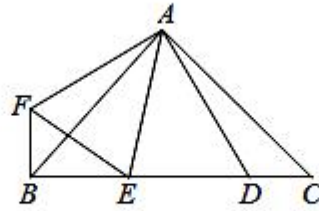
(2) 如图 2, 若 D, E 为线段 BC 上的两个动点, 且 $\angle DAE=45^\circ$, 连接 EF , $DC=3$, 求 ED 的长;

(3) 若在点 D 的运动过程中, $BD=3$, 则 $AF=$ $3\sqrt{5}$ 或 $3\sqrt{13}$;

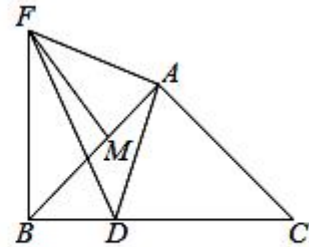
(4) 如图 3, 若 M 为 AB 中点, 连接 MF , 在点 D 的运动过程中, 当 $BD=$ 9 时, MF 的长最小? 最小值是 3.



(图1)



(图2)



(图3)

【分析】(1) 证明 $\triangle FAB \cong \triangle DAC$ (SAS), 由全等三角形的性质可得出结论;

(2) 证明 $\triangle FAE \cong \triangle DAE$ (SAS), 由全等三角形的性质及勾股定理可得出答案;

(3) 分两种情况画出图形, 设 AG 为 BC 边上的高, G 为垂足, 由勾股定理可求出答案;

(4) 当 $MF \perp BF$ 时, 线段 MF 最短, 证出 $\triangle BFM$ 为等腰直角三角形, 可求出 MF, BD 的长.

【解答】解: (1) 当点 D 在线段 BC 上时,

$$\because AF=AD, \angle BAF=90^\circ - \angle BAD = \angle DAC, AB=AC,$$

$$\therefore \triangle FAB \cong \triangle DAC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BF=DC, \angle ABF = \angle ACD = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle FBC = 90^\circ,$$

$$\therefore BF \perp DC.$$

故答案为: $BF=DC, BF \perp DC$;

$$(2) \because AE=AE, \angle EAF=90^\circ - \angle DAE=45^\circ = \angle EAD, AF=AD,$$

$$\therefore \triangle FAE \cong \triangle DAE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore ED=EF,$$

$$\because \angle BAC=90^\circ, AB=AC=6\sqrt{2},$$

$$\therefore BC=12,$$

$$\therefore BD=BC - CD=9,$$

由 (1) 可知 $\angle C = \angle ABF = \angle ABC = 45^\circ, CD=BF=3,$

$$\therefore \angle FBE=90^\circ,$$

设 $DE=EF=x,$

$$\because BF^2 + BE^2 = EF^2,$$

$$\therefore 3^2 + (9-x)^2 = x^2,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/757133063005006105>