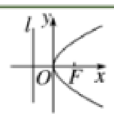
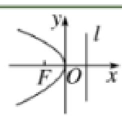
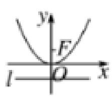
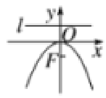
9.4 抛物线（精讲）（提升版）

思维导图

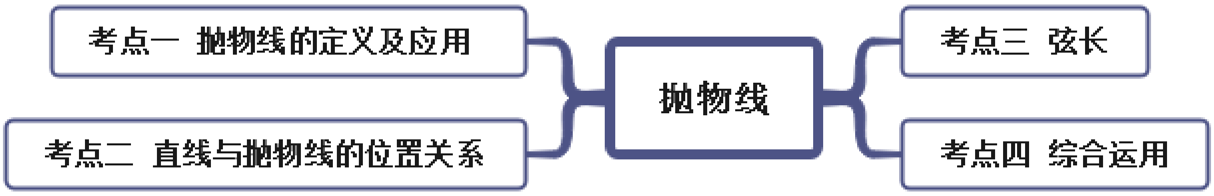
抛物线

- **基本概念**
  - 定义：平面内与一个定点F和一条定直线l（l不经过点F）的距离相等的点的轨迹
  - 焦点：点F叫做抛物线的焦点
  - 准线：直线l叫做抛物线的准线
  - “看到准线想到焦点，看到焦点想到准线”
- **性质**

标准方程	$y^2=2px(p>0)$	$y^2=-2px(p>0)$	$x^2=2py(p>0)$	$x^2=-2py(p>0)$
图形				
范围	$x\geq0$，$y\in R$	$x\leq0$，$y\in R$	$y\geq0$，$x\in R$	$y\leq0$，$x\in R$
焦点	$\left(\frac{p}{2},0\right)$	$\left(-\frac{p}{2},0\right)$	$\left(0,\frac{p}{2}\right)$	$\left(0,-\frac{p}{2}\right)$
准线方程	$x=-\frac{p}{2}$	$x=\frac{p}{2}$	$y=-\frac{p}{2}$	$y=\frac{p}{2}$
对称轴	x 轴		y 轴	
顶点	(0,0)			
离心率	$e=1$			

- **标准方程**
  - 方法　待定系数法
  - 关键
    - (1)先定位：根据焦点或准线的位置.
    - (2)再定形：即根据条件求p
- **焦点弦**
  - 焦点弦的四个结论上：设 AB 是过抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 焦点 F 的弦，若 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则
    - (1) $x_1\cdot x_2=\frac{p^2}{4}$.　　(2) $y_1\cdot y_2=-p^2$.
    - (3) $|AB|=x_1+x_2+p=\frac{2p}{\sin^2\alpha}$（$\alpha$ 是直线 AB 的倾斜角）.
    - (4) $\frac{1}{|AF|}+\frac{1}{|BF|}=\frac{2}{p}$ 为定值（F 是抛物线的焦点）.
- **最值问题**
  - 方法一：将抛物线上的点到准线的距离转化为该点到焦点的距离，构造出“两点之间线段最短”“三角形两边之和大于第三边”，使问题得以解决
  - 方法二：将抛物线上的点到焦点的距离转化为到准线的距离，利用“与直线上所有点的连线中垂线段最短”原理解决

考点呈现



例题剖析

考点一 抛物线定义及应用

【例 1-1】（2022·广西梧州）已知抛物线 $y=mx^2(m>0)$ 上的点 $\left(x_0,2\right)$ 到该抛物线焦点 F 的距离为 $\frac{11}{4}$，则 $m=$（　　）

A．4　　B．3　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{3}$

【例 1-2】（江苏省百校联考 2022-2023 学年高三上学期第一次考试数学试题） 在平面直角坐标系 xOy 中，设抛物线 $x^2=4y$ 的焦点为 F，准线为 l，P 为抛物线上一点，过点 P 作 $PA\perp l$，交准线 l 于点 A，若直线 AF 的倾斜角为 $30°$，则点 P 的纵坐标为（　　）

A． 3　　B． 2　　C． 1　　D．$\frac{1}{2}$

【一隅三反】

1．（2022·云南民族大学附属中学模拟预测（理））已知点 P 为抛物线 $y^2=-4x$ 上的动点，设点 P 到 $l_2:x=1$ 的距离为 d_1，到直线 $x+y-4=0$ 的距离为 d_2，则 d_1+d_2 的最小值是（　　）

A．$\frac{5}{2}$　　B．$\frac{5\sqrt{2}}{2}$　　C．2　　D．$\sqrt{2}$

2．（2023·全国·高三专题练习）已知抛物线 $x^2=my$ 焦点的坐标为 $F(0,1)$，P 为抛物线上的任意一点，$B(2,2)$，则 $|PB|+|PF|$ 的最小值为（　　）