

2022-2023 学年山东泰安知行学校招生全国统一考试数学试题仿真试题

注意事项

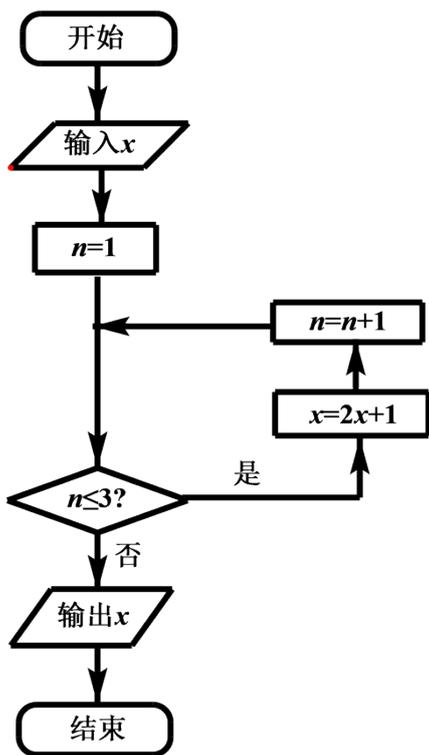
1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 我国古代数学著作《九章算术》有如下问题：“今有蒲生一日，长三尺莞生一日，长一尺蒲生日自半，莞生日自倍。问几何日而长倍？”意思是：“今有蒲草第 1 天长高 3 尺，莞草第 1 天长高 1 尺以后，蒲草每天长高前一天的一半，莞草每天长高前一天的 2 倍。问第几天莞草是蒲草的二倍？”你认为莞草是蒲草的二倍长所需要的天数是（ ）

（结果采取“只入不舍”的原则取整数，相关数据： $\lg 3 \approx 0.4771$ ， $\lg 2 \approx 0.3010$ ）

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
2. 设函数 $f'(x)$ 是奇函数 $f(x)(x \in \mathbb{R})$ 的导函数，当 $x > 0$ 时， $f'(x) \ln x < -\frac{1}{x}f(x)$ ，则使得 $(x^2 - 1)f(x) > 0$ 成立的 x 的取值范围是（ ）
- A. $(-1, 0) \cup (0, 1)$ B. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- C. $(-1, 0) \dot{\cup} (1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
3. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} ，满足 $f(x+2) = 2f(x)$ ，且当 $x \in (0, 2]$ 时， $f(x) = -x(x-2)$ 。若对任意 $x \in (-\infty, m]$ ，都有 $f(x) \leq \frac{40}{9}$ ，则 m 的取值范围是（ ）。
- A. $\left(-\infty, \frac{9}{4}\right]$ B. $\left(-\infty, \frac{19}{3}\right]$ C. $(-\infty, 7]$ D. $\left(-\infty, \frac{23}{3}\right]$
4. 若函数 $f(x) = -\ln x + x + h$ ，在区间 $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ 上任取三个实数 a, b, c 均存在以 $f(a), f(b), f(c)$ 为边长的三角形，则实数 h 的取值范围是（ ）
- A. $\left(-1, \frac{1}{e} - 1\right)$ B. $\left(\frac{1}{e} - 1, e - 3\right)$ C. $\left(\frac{1}{e} - 1, +\infty\right)$ D. $(e - 3, +\infty)$
5. 当输入的实数 $x \in [2, 30]$ 时，执行如图所示的程序框图，则输出的 x 不小于 103 的概率是（ ）



- A. $\frac{9}{14}$ B. $\frac{5}{14}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{9}{28}$

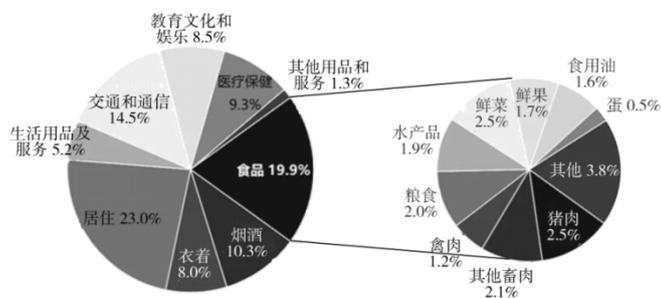
6. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, S_n 为其前 n 项和, $a_6 + a_3 - a_5 = 3$, 则 $S_7 = (\quad)$

- A. 42 B. 21 C. 7 D. 3

7. $\tan 570^\circ = (\quad)$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 据国家统计局发布的数据, 2019年11月全国CPI(居民消费价格指数), 同比上涨4.5%, CPI上涨的主要因素是猪肉价格的上涨, 猪肉加上其他畜肉影响CPI上涨3.27个百分点. 下图是2019年11月CPI一篮子商品权重, 根据该图, 下列结论错误的是()



- A. CPI一篮子商品中所占权重最大的是居住
 B. CPI一篮子商品中吃穿住所占权重超过50%
 C. 猪肉在CPI一篮子商品中所占权重约为2.5%

D. 猪肉与其他畜肉在 CPI 一篮子商品中所占权重约为 0.18%

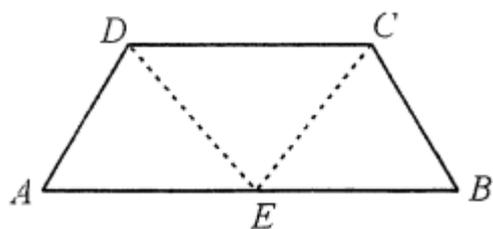
9. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的顶点都在球 O 的球面上, $PA=\sqrt{2}$, $PB=\sqrt{14}$, $AB=4$, $CA=CB=\sqrt{10}$, 面 $PAB \perp$ 面 ABC , 则球 O 的表面积为 ()

- A. $\frac{10\pi}{3}$ B. $\frac{25\pi}{6}$ C. $\frac{40\pi}{9}$ D. $\frac{50\pi}{3}$

10. 设函数 $f(x) = \ln(x-1)$ 的定义域为 D , 命题 $P: \forall x \in D, f(x) \leq x$ 的否定是 ()

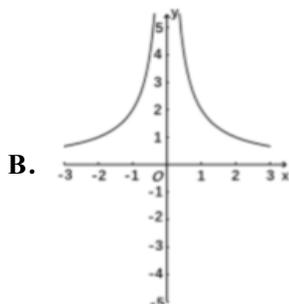
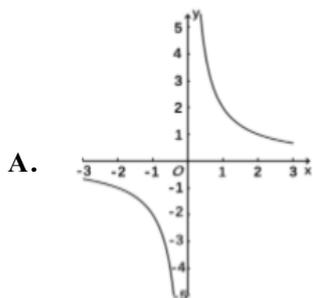
- A. $\forall x \in D, f(x) > x$ B. $\exists x_0 \in D, f(x_0) \leq x_0$
 C. $\forall x \notin D, f(x) > x$ D. $\exists x_0 \in D, f(x_0) > x_0$

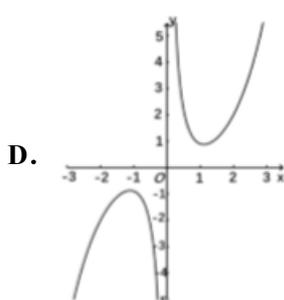
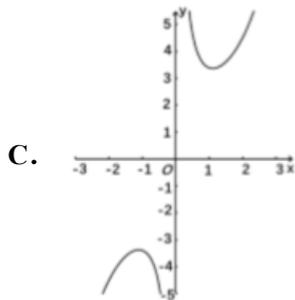
11. 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $AB = 2DC = 2AD = 2$, $\angle DAB = 60^\circ$, E 为 AB 的中点, 将 $\triangle ADE$ 与 $\triangle BEC$ 分别沿 ED 、 EC 向上折起, 使 A 、 B 重合为点 F , 则三棱锥 $F-DCE$ 的外接球的体积是 ()



- A. $\frac{\sqrt{6}}{8}\pi$ B. $\frac{\sqrt{6}}{4}\pi$
 C. $\frac{3}{2}\pi$ D. $\frac{2}{3}\pi$

12. 函数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(x^2 + 1)}$ 在 $[-3, 3]$ 的图象大致为 ()

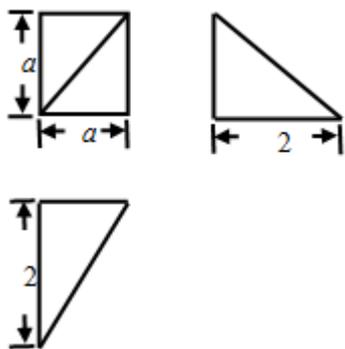




二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知复数 $z = (a + 2i)(1 + i)$ ，其中 i 为虚数单位，若复数 z 为纯虚数，则实数 a 的值是__.

14. 如图是一个几何体的三视图，若它的体积是 $\frac{2}{3}$ ，则 $a =$ _____，该几何体的表面积为 _____.



15. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x - 2y + 4 \geq 0, \\ x + 4y + 6 \geq 0, \\ x - 2 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = x^2 + y^2$ 的最大值为_____.

16. 若复数 Z 满足 $(1 - 2i)Z = -\frac{1}{2}(2 + i)$ ，其中 i 为虚数单位，则 Z 的共轭复数在复平面内对应点的坐标为_____.

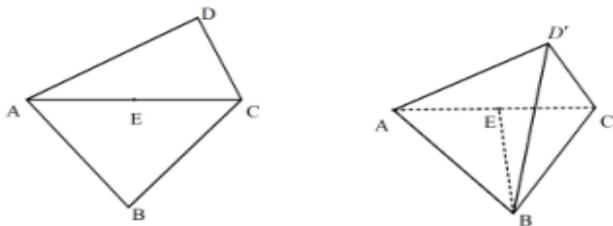
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x - 2| + |2x + 4|$.

(1) 解不等式 $f(x) \geq -3x + 4$;

(2) 若函数 $f(x)$ 的最小值为 $a, m + n = a (m > 0, n > 0)$ ，求 $\frac{2020}{m+1008} + \frac{2020}{n+1008}$ 的最小值.

18. (12 分) 如图，四边形 $ABCD$ 中， $\angle ADC = \frac{\pi}{2}$ ， $AD = AB = BC = 2CD$ ， $AE = EC$ ，沿对角线 AC 将 $\triangle ACD$ 翻折成 $\triangle ACD'$ ，使得 $BD' = BC$.



(1) 证明： $BE \perp CD'$;

(2) 求直线 BE 与平面 ABD' 所成角的正弦值.

19. (12分) 某公司欲投资一新型产品的批量生产, 预计该产品的每日生产总成本(价格) y (单位: 万元) 是每日产量 x (单位: 吨) 的函数: $y = \frac{32x^2}{x^2 - 1} \ln x (x > 1)$.

$$y = \frac{32x^2}{x^2 - 1} \ln x (x > 1).$$

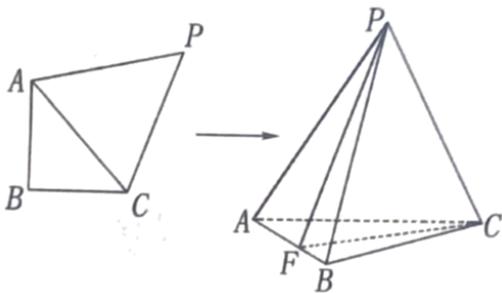
(1) 求当日产量为 3 吨时的边际成本(即生产过程中一段时间的总成本对该段时间产量的导数);

(2) 记每日生产平均成本 $\frac{y}{x} = m$, 求证: $m < 16$;

(3) 若财团每日注入资金可按数列 $a_n = \frac{2n}{4n^2 - 1}$ (单位: 亿元) 递减, 连续注入 60 天, 求证: 这 60 天的总投入资金大于 $\ln 11$ 亿元.

20. (12分) 在四边形 $ABCP$ 中, $AB = BC = \sqrt{2}$, $\angle P = \frac{\pi}{3}$, $PA = PC = 2$; 如图, 将 $\triangle PAC$ 沿 AC 边折起, 连结 PB ,

使 $PB = PA$, 求证:



(1) 平面 $ABC \perp$ 平面 PAC ;

(2) 若 F 为棱 AB 上一点, 且 AP 与平面 PCF 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$, 求二面角 $F - PC - A$ 的大小.

21. (12分) 已知 $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$, $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, 证明:

(1) $(x + y)^2 + (y + z)^2 + (x + z)^2 \geq 4$;

(2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} > 1 + 2\sqrt{xy} + 2\sqrt{xz} + 2\sqrt{yz}$.

22. (10分) 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 和抛物线 $E: y = x^2 - 2$, O 为坐标原点.

(1) 已知直线 l 和圆 O 相切, 与抛物线 E 交于 M, N 两点, 且满足 $OM \perp ON$, 求直线 l 的方程;

(2) 过抛物线 E 上一点 $P(x_0, y_0)$ 作两直线 PQ, PR 和圆 O 相切, 且分别交抛物线 E 于 Q, R 两点, 若直线 QR 的斜率为 $-\sqrt{3}$, 求点 P 的坐标.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

由题意可利用等比数列的求和公式得莞草与蒲草 n 天后长度，进而可得： $2 \times \frac{3\left(1-\frac{1}{2^n}\right)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2^n-1}{2-1}$ ，解出即可得出。

【详解】

由题意可得莞草与蒲草第 n 天的长度分别为 $a_n = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ， $b_n = 1 \times 2^{n-1}$

据题意得： $2 \times \frac{3\left(1-\frac{1}{2^n}\right)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2^n-1}{2-1}$ ，解得 $2^n=12$ ，

$$\therefore n = \frac{\lg 12}{\lg 2} = 2 + \frac{\lg 3}{\lg 2} \approx 1.$$

故选：C.

【点睛】

本题考查了等比数列的通项公式与求和公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

2、D

【解析】

构造函数，令 $g(x) = \ln x \cdot f(x) (x > 0)$ ，则 $g'(x) = \ln x f'(x) + \frac{f(x)}{x}$ ，

由 $f'(x) \ln x < -\frac{1}{x} f(x)$ 可得 $g'(x) < 0$ ，

则 $g(x)$ 是区间 $(0, +\infty)$ 上的单调递减函数，

$$\text{且 } g(1) = \ln 1 \times f(1) = 0,$$

当 $x \in (0,1)$ 时, $g(x) > 0, \because \ln x < 0, f(x) < 0, (x^2-1)f(x) > 0;$

当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $g(x) < 0, \therefore \ln x > 0, \therefore f(x) < 0, (x^2-1)f(x) < 0$

$\therefore f(x)$ 是奇函数, 当 $x \in (-1, 0)$ 时, $f(x) > 0, (x^2-1)f(x) < 0$

\therefore 当 $x \in (-\infty, -1)$ 时, $f(x) > 0, (x^2-1)f(x) > 0$.

综上所述, 使得 $(x^2-1)f(x) > 0$ 成立的 x 的取值范围是 $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$.

本题选择 D 选项.

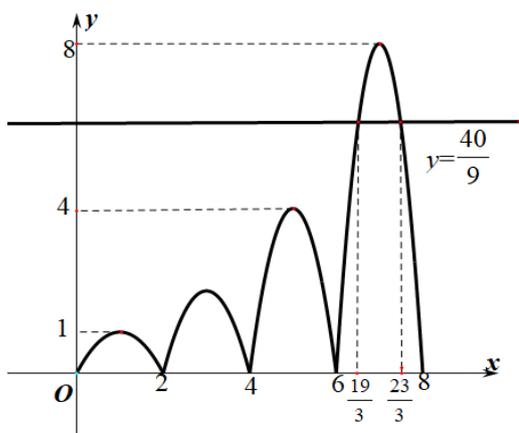
点睛: 函数的单调性是函数的重要性质之一, 它的应用贯穿于整个高中数学的教学之中. 某些数学问题从表面上看似与函数的单调性无关, 但如果我们能挖掘其内在联系, 抓住其本质, 那么运用函数的单调性解题, 能起到化难为易、化繁为简的作用. 因此对函数的单调性进行全面、准确的认识, 并掌握好使用的技巧和方法, 这是非常必要的. 根据题目的特点, 构造一个适当的函数, 利用它的单调性进行解题, 是一种常用技巧. 许多问题, 如果运用这种思想去解决, 往往能获得简洁明快的思路, 有着非凡的功效.

3、B

【解析】

求出 $f(x)$ 在 $x \in (2n, 2n+2]$ 的解析式, 作出函数图象, 数形结合即可得到答案.

【详解】



当 $x \in (2n, 2n+2]$ 时, $x-2n \in (0, 2]$, $f(x) = 2^n f(x-2n) = -2^n(x-2n)(x-2n-2)$,

$f(x)_{\max} = 2^n$, 又 $4 < \frac{40}{9} < 8$, 所以 m 至少小于 7, 此时 $f(x) = -2^3(x-6)(x-8)$,

令 $f(x) = \frac{40}{9}$, 得 $-2^3(x-6)(x-8) = \frac{40}{9}$, 解得 $x = \frac{19}{3}$ 或 $x = \frac{23}{3}$, 结合图象, 故 $m \leq \frac{19}{3}$.

故选: B.

【点睛】

本题考查不等式恒成立求参数的范围, 考查学生数形结合的思想, 是一道中档题.

4、D

【解析】

利用导数求得 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ 上的最大值和最小，根据三角形两边的和大于第三边列不等式，由此求得 h 的取值范围.

【详解】

$$f(x) \text{ 的定义域为 } (0, +\infty), f'(x) = -\frac{1}{x} + 1 = \frac{x-1}{x},$$

所以 $f(x)$ 在 $\left(\frac{1}{e}, 1\right)$ 上递减, 在 $(1, e)$ 上递增, $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极小值也即是最小值, $f(1) = -\ln 1 + 1 + h = 1 + h$,

$$f\left(\frac{1}{e}\right) = -\ln \frac{1}{e} + \frac{1}{e} + h = \frac{1}{e} + 1 + h, f(e) = -\ln e + e + h = e - 1 + h, f\left(\frac{1}{e}\right) < f(e),$$

所以 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ 上的最大值为 $f(e) = e - 1 + h$.

要使在区间 $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ 上任取三个实数 a, b, c 均存在以 $f(a), f(b), f(c)$ 为边长的三角形,

则需 $f(a) + f(b) > f(c)$ 恒成立, 且 $f(1) > 0$,

也即 $[f(a) + f(b)]_{\min} > f(c)_{\max}$, 也即当 $a = b = 1, c = e$ 时, $2f(1) > f(e)$ 成立,

即 $2(1+h) > e - 1 + h$, 且 $f(1) > 0$, 解得 $h > e - 3$. 所以 h 的取值范围是 $(e - 3, +\infty)$.

故选: D

【点睛】

本小题主要考查利用导数研究函数的最值, 考查恒成立问题的求解, 属于中档题.

5、A

【解析】

根据循环结构的运行, 直至不满足条件退出循环体, 求出 x 的范围, 利用几何概型概率公式, 即可求出结论.

【详解】

程序框图共运行 3 次, 输出的 x 的范围是 $[23, 247]$,

所以输出的 x 不小于 103 的概率为 $\frac{247-103}{247-23} = \frac{144}{224} = \frac{9}{14}$.

故选:A.

【点睛】

本题考查循环结构输出结果、几何概型的概率, 模拟程序运行是解题的关键, 属于基础题.

6、B

【解析】

利用等差数列的性质求出 a_4 的值，然后利用等差数列求和公式以及等差中项的性质可求出 S_7 的值.

【详解】

由等差数列的性质可得 $a_6 + a_3 - a_5 = a_4 + a_5 - a_5 = 3$,

$$\therefore S_7 = \frac{7(a_1 + a_7)}{2} = \frac{7 \times 2a_4}{2} = 7 \times 3 = 21.$$

故选：B.

【点睛】

本题考查等差数列基本性质的应用，同时也考查了等差数列求和，考查计算能力，属于基础题.

7、A

【解析】

直接利用诱导公式化简求解即可.

【详解】

$$\tan 570^\circ = \tan (360^\circ + 210^\circ) = \tan 210^\circ = \tan (180^\circ + 30^\circ) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

故选：A.

【点睛】

本题考查三角函数的恒等变换及化简求值，主要考查诱导公式的应用，属于基础题.

8、D

【解析】

A. 从第一个图观察居住占 23%，与其他比较即可. B. CPI 一篮子商品中吃穿住所占 $23\% + 8\% + 19.9\% = 50.9\%$ ，再判断. C. 食品占 19.9%，再看第二个图，分清 2.5% 是在 CPI 一篮子商品中，还是在食品中即可. D. 易知猪肉与其他畜肉在 CPI 一篮子商品中所占权重约为 $2.1\% + 2.5\% = 4.6\%$.

【详解】

A. CPI 一篮子商品中居住占 23%，所占权重最大的，故正确.

B. CPI 一篮子商品中吃穿住所占 $23\% + 8\% + 19.9\% = 50.9\%$ ，权重超过 50%，故正确.

C. 食品占 19.9%，分解后后可知猪肉是占在 CPI 一篮子商品中所占权重约为 2.5%，故正确.

D. 猪肉与其他畜肉在 CPI 一篮子商品中所占权重约为 $2.1\% + 2.5\% = 4.6\%$ ，故错误.

故选：D

【点睛】

本题主要考查统计图的识别与应用，还考查了理解辨析的能力，属于基础题.

9、D

【解析】

由题意画出图形，找出 $\triangle PAB$ 外接圆的圆心及三棱锥 $P-BCD$ 的外接球心 O ，通过求解三角形求出三棱锥 $P-BCD$ 的外接球的半径，则答案可求.

【详解】

如图；设 AB 的中点为 D ；

$$\because PA = \sqrt{2}, PB = \sqrt{14}, AB = 4,$$

$$\therefore \triangle PAB \text{ 为直角三角形，且斜边为 } AB, \text{ 故其外接圆半径为：} r = \frac{1}{2} AB = AD = 2;$$

设外接球球心为 O ；

$$\because CA = CB = \sqrt{10}, \text{ 面 } PAB \perp \text{面 } ABC,$$

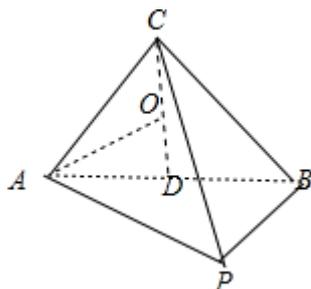
$$\therefore CD \perp AB \text{ 可得 } CD \perp \text{面 } PAB; \text{ 且 } DC = \sqrt{CA^2 - AD^2} = \sqrt{6}.$$

$\therefore O$ 在 CD 上；

$$\text{故有：} AO^2 = OD^2 + AD^2 \Rightarrow R^2 = (\sqrt{6} - R)^2 + r^2 \Rightarrow R = \frac{5}{\sqrt{6}};$$

$$\therefore \text{球 } O \text{ 的表面积为：} 4\pi R^2 = 4\pi \times \left(\frac{5}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{50\pi}{3}.$$

故选：D.



【点睛】

本题考查多面体外接球表面积的法，考查数形结合的解题思想方法，考查思维能力与计算能力，属于中档题.

10、D

【解析】

根据命题的否定的定义，全称命题的否定是特称命题求解.

【详解】

因为 $p: \forall x \in D, f(x) \leq x$ 是全称命题，

所以其否定是特称命题，即 $\exists x_0 \in D, f(x_0) > x_0$.

故选：D

【点睛】

本题主要考查命题的否定，还考查了理解辨析的能力，属于基础题.

11、A

【解析】

由题意等腰梯形中的三个三角形都是等边三角形，折叠成的三棱锥是正四面体，易求得其外接球半径，得球体积.

【详解】

由题意等腰梯形中 $DA = AE = EB = BC = CD$ ，又 $\angle DAB = 60^\circ$ ， $\therefore \triangle AED, \triangle BCE$ 是靠边三角形，从而可得 $DE = CE = CD$ ， \therefore 折叠后三棱锥 $F - DEC$ 是棱长为 1 的正四面体，

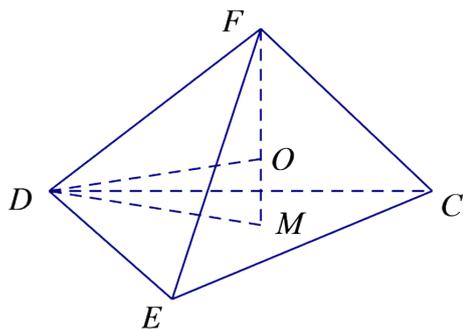
设 M 是 $\triangle DCE$ 的中心，则 $FM \perp$ 平面 DCE ， $DM = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ， $FM = \sqrt{FD^2 - DM^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，

$F - DCE$ 外接球球心 O 必在高 FM 上，设外接球半径为 R ，即 $OF = OD = R$ ，

$\therefore R^2 = (\frac{\sqrt{6}}{3} - R)^2 + (\frac{\sqrt{3}}{3})^2$ ，解得 $R = \frac{\sqrt{6}}{4}$ ，

球体积为 $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \times (\frac{\sqrt{6}}{4})^3 = \frac{\sqrt{6}}{8} \pi$.

故选：A.



【点睛】

本题考查求球的体积，解题关键是由已知条件确定折叠成的三棱锥是正四面体.

12、C

【解析】

先根据函数奇偶性排除 B，再根据函数极值排除 A；结合特殊值即可排除 D，即可得解.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/765124104120011144>