第3章　电阻电路的一般分析

●重点

熟练掌握电路方程的列写方法：

支路电流法

回路电流法

结点电压法

● 线性电路的一般分析方法

(1) 普遍性：对任何线性电路都适用。

(2) 系统性：计算方法有规律可循。

● 方法的基础

（1）电路的连接关系—KCL，KVL定律。

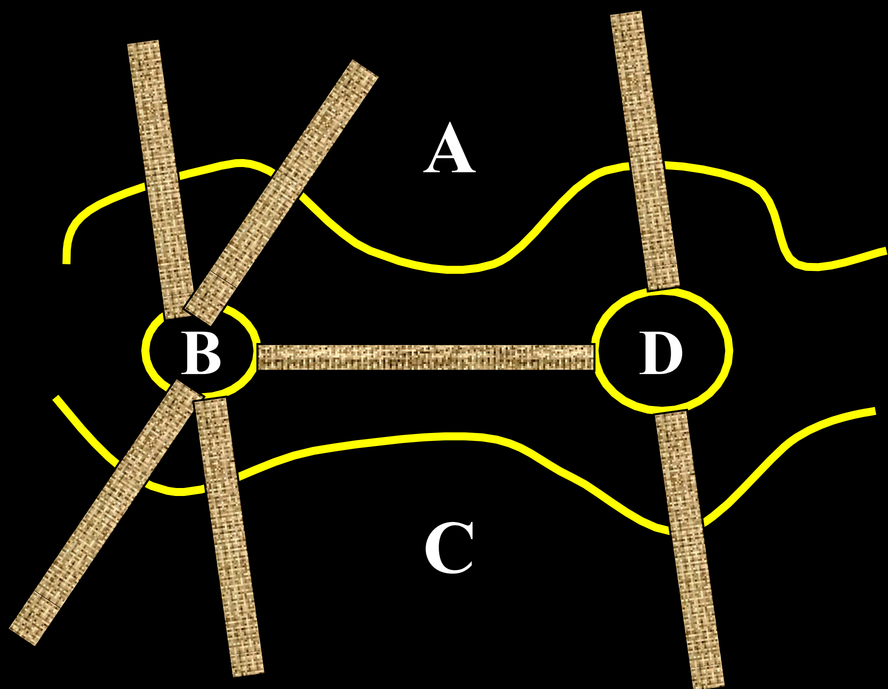
（2）元件的电压、电流关系特性。

复杂电路的一般分析法就是根据KCL、KVL及元件电压和电流关系列方程、解方程。根据列方程时所选变量的不同可分为支路电流法、回路电流法和结点电压法。

● 网络图论

图论是拓

有趣味和应



哥尼斯堡七桥难题

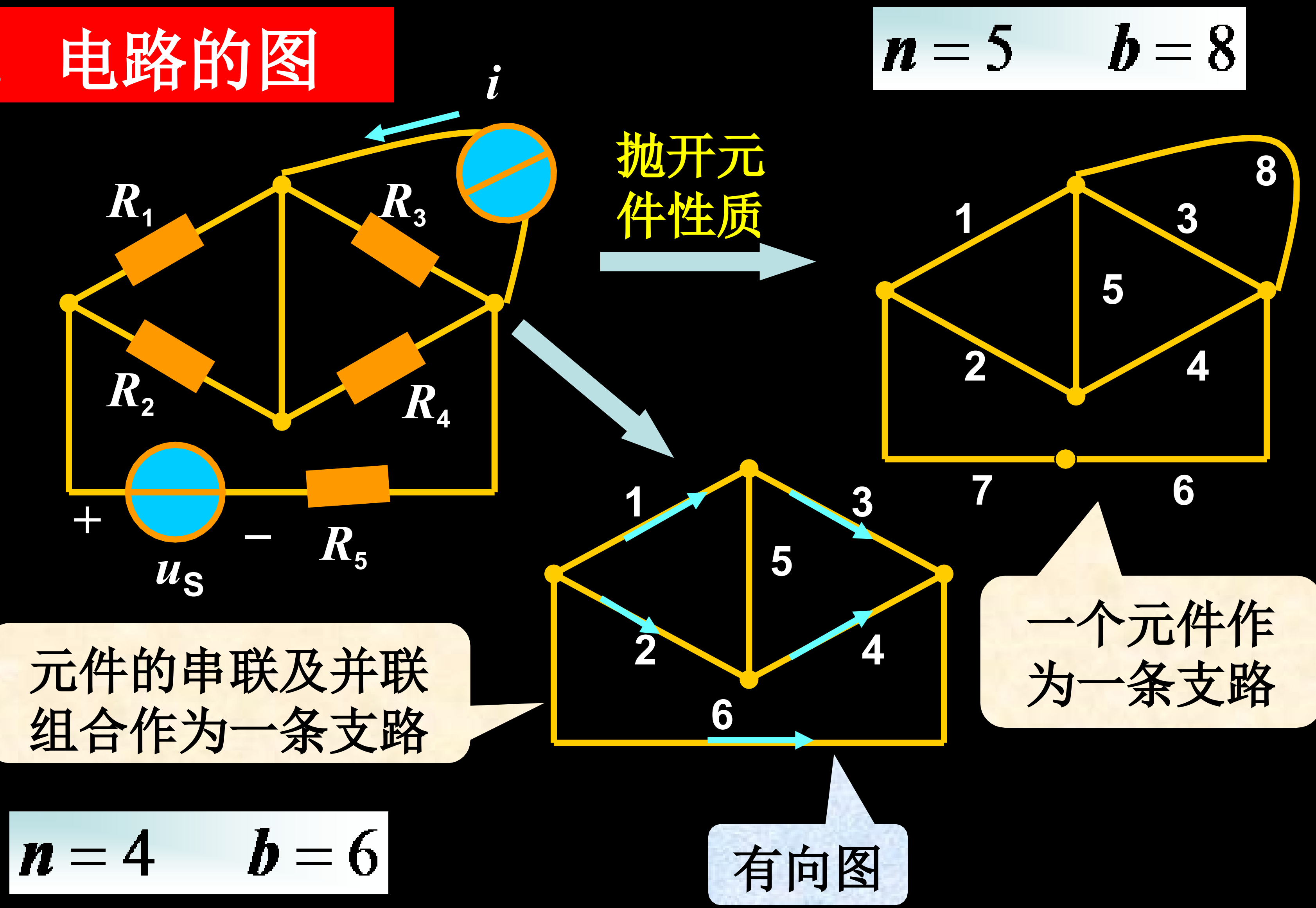
18世纪时，欧洲有一个风景秀丽的小城哥尼斯堡(今俄罗斯加里宁格勒)，那里的普莱格尔河上有七座桥。将河中的两个岛和河岸连结，城中的居民经常沿河过桥散步，于是提出了一个问题：一个人怎样才能一次走遍七座桥，每座桥只走过一次，最后回到出发点？大家都试图找出问题的答案，但是谁也解决不了这个问题…………这就是哥尼斯堡七桥问题，一个著名的图论问题。

1727年在欧拉20岁的时候，被俄国请去在圣彼得堡（原列宁格勒）的科学院做研究。他的德国朋友告诉了他这个曾经令许多人困惑的问题。

欧拉并没有跑到哥尼斯堡去走走。他把这个难题化成了这样的问题来看：把二岸和小岛缩成一点，桥化为边，于是“七桥问题”就等价于下图中所画图形的一笔画问题了， 这个图如果能够一笔画成的话，对应的“七桥问题”也就解决了。

3.1　电路的图

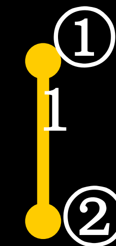
1.　电路的图



电路的图是用以表示电路几何结构的图形，图中的支路和结点与电路的支路和结点一一对应。

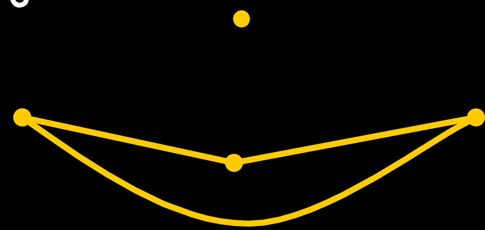
（1） 图的定义(Graph)

G={支路，结点}



a. 图中的结点和支路各自是一个整体。

b. 移去图中的支路，与它所联接的结点依然存在，因此允许有孤立结点存在。



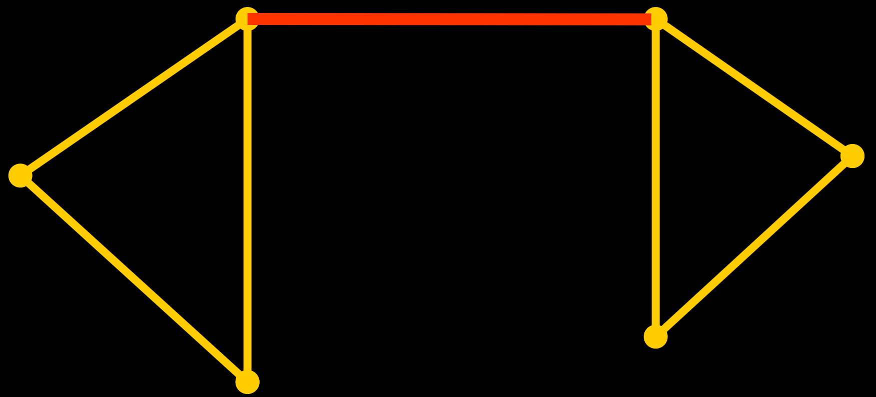
c. 如把结点移去，则应把与它联接的全部支路同时移去。

(2) 路径

从图G的一个结点出发沿着一些支路连续移动到达另一结点所经过的支路构成路径。

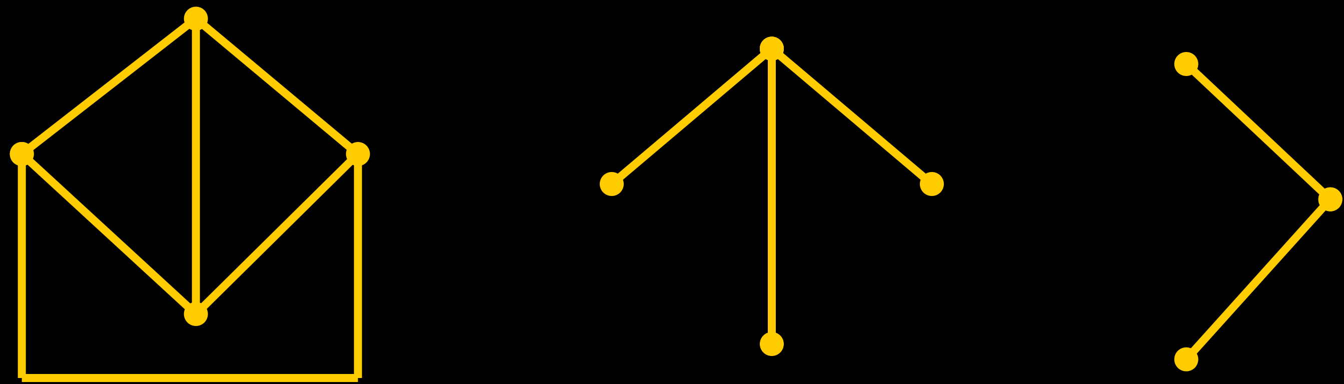
(3)连通图

图G的任意两结点间至少有一条路经时称为连通图，非连通图至少存在两个分离部分。



(3) 子图

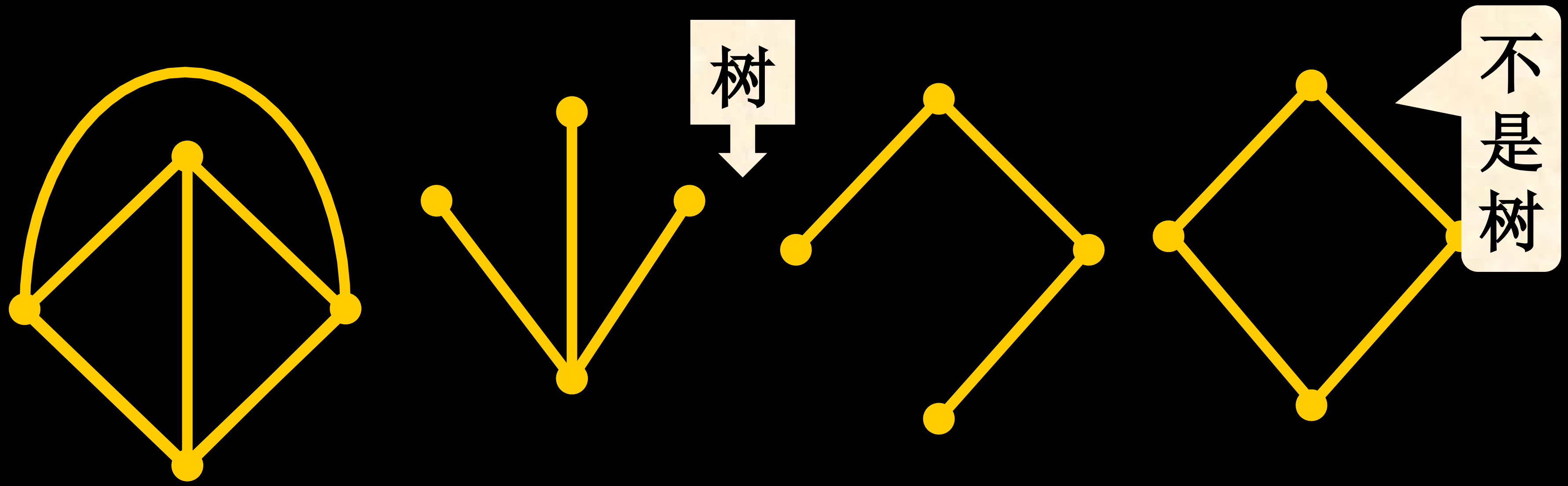
若图G_1中所有支路和结点都是图G中的支路和结点，则称G_1是G的子图。



● 树 (Tree)

T是连通图的一个子图满足下列条件：

(1)连通
(2)包含所有结点
(3)不含闭合路径



树支：构成树的支路 连支：属于G而不属于T的支路

特点

1）对应一个图有很多的树

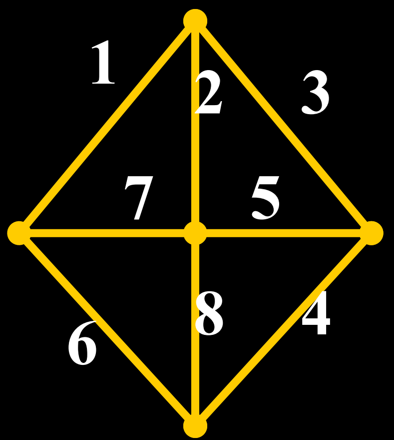
2）树支的数目是一定的：

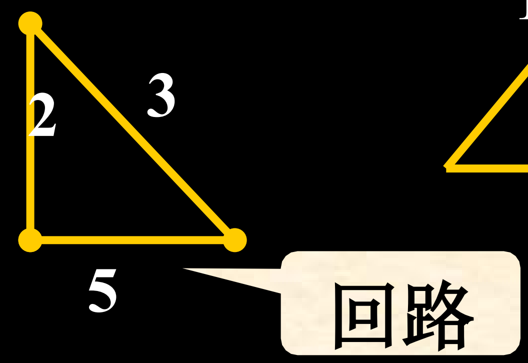
$$b_t = n-1$$

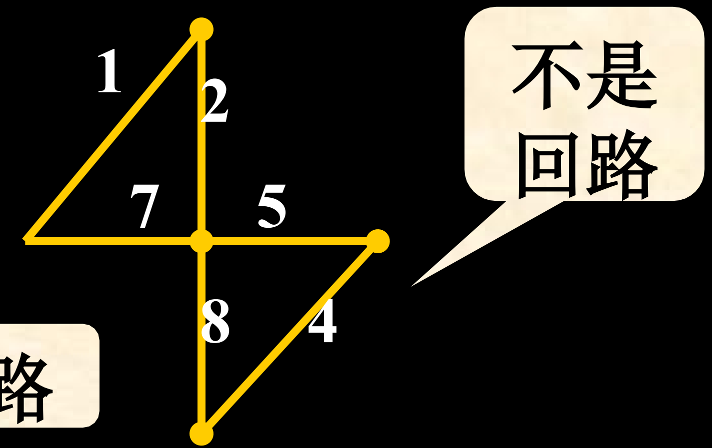
连支数：

$$b_l = b - b_t = b - (n-1)$$

● **回路 (Loop)** → L是连通图的一个子图，构成一条闭合路径，并满足：(1)连通，(2)每个结点关联2条支路







特点

1）对应一个图有很多的回路

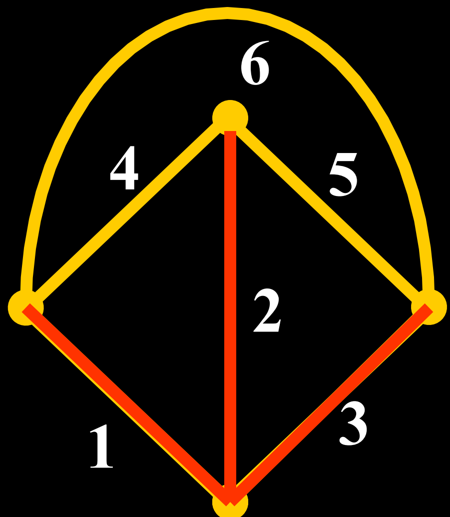
2）基本回路的数目是一定的，为连支数

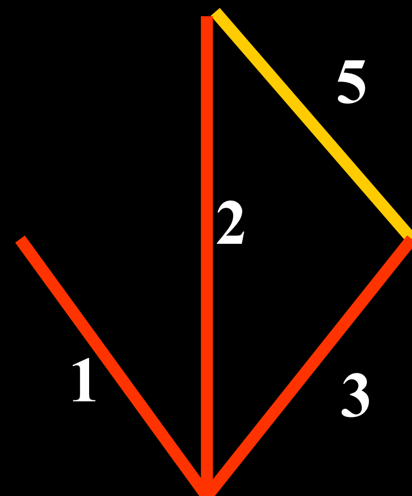
3）对于平面电路，网孔数为基本回路数

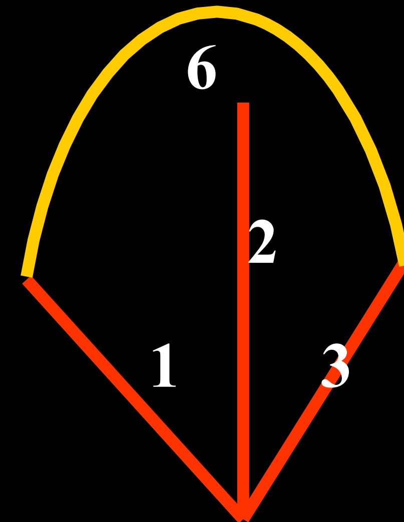
$$l = b_l = b - (n-1)$$

基本回路(单连支回路)

基本回路具有独占的一条连枝







结论 →

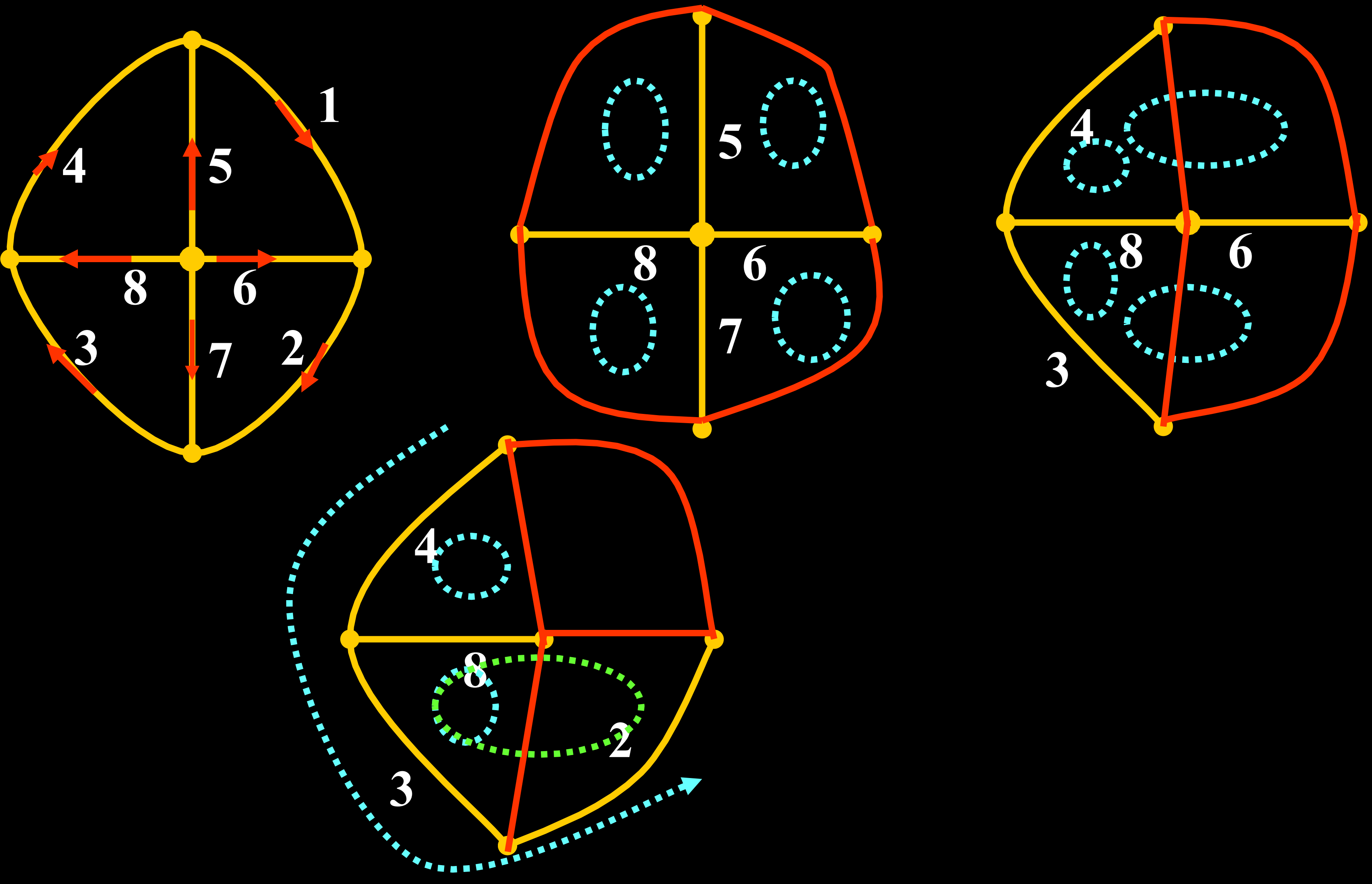
支路数＝树枝数＋连支数
＝结点数－1＋基本回路数

结点、支路和基本回路关系

$$b = n + l - 1$$

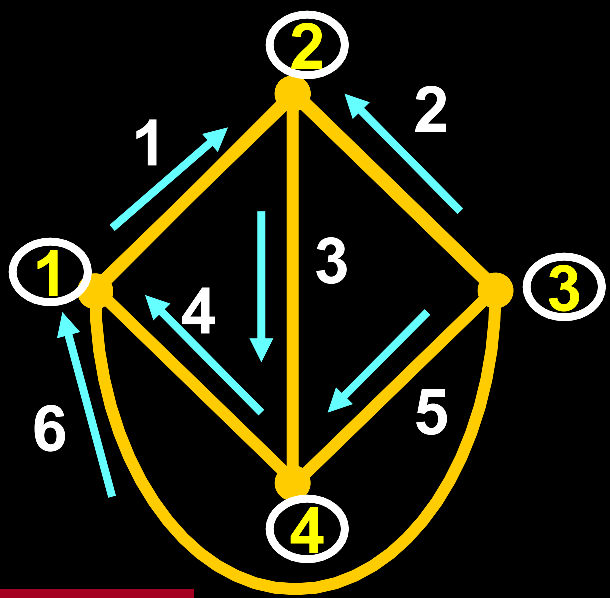
例

图示为电路的图，画出三种可能的树及其对应的基本回路。



3.2 KCL和KVL的独立方程数

1. KCL的独立方程数



① $i_1 - i_4 - i_6 = 0$

② $-i_1 - i_2 + i_3 = 0$

③ $i_2 + i_5 + i_6 = 0$

④ $-i_3 + i_4 - i_5 = 0$

① ＋ ② ＋ ③＋ ④ ＝0

结论

n个结点的电路，独立的KCL方程为n-1个。

2. KVL的独立方程数

KVL的独立方程数=基本回路数=b－(n－1)

结论

n个结点、b条支路的电路, 独立的KCL和KVL方程数为:

$$(n-1)+b-(n-1)=b$$

3.3 支路电流法
(branch current method)

1.支路电流法 → 以各支路电流为未知量列写电路方程分析电路的方法。

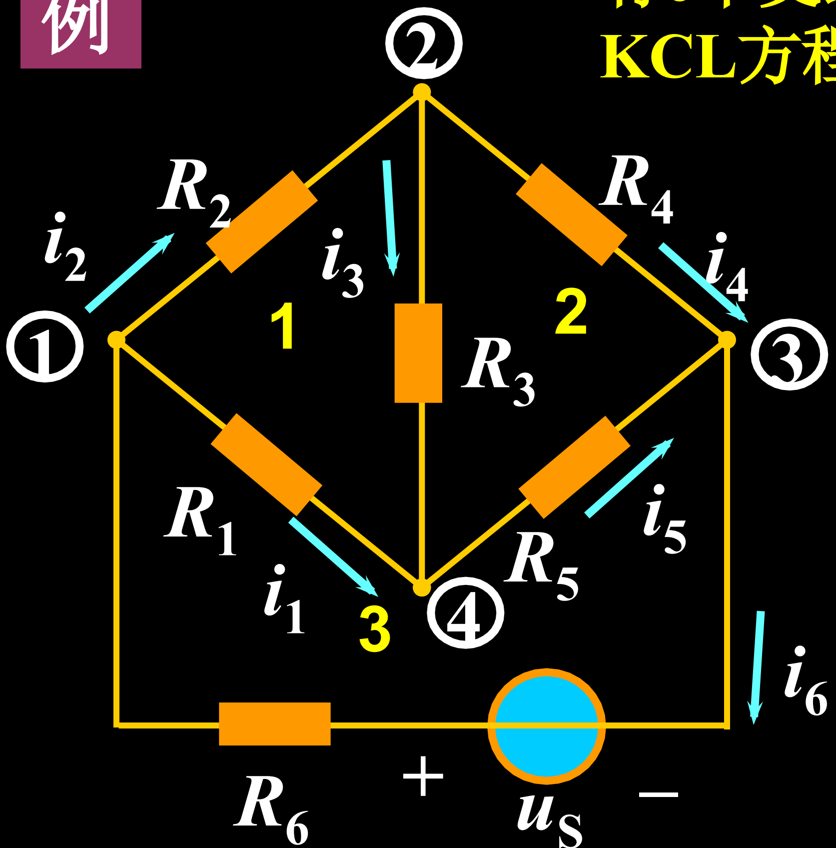
对于有*n*个节点、*b*条支路的电路，要求解支路电流,未知量共有*b*个。只要列出*b*个独立的电路方程，便可以求解这*b*个变量。

2. 独立方程的列写

（1）从电路的n个结点中任意选择n-1个结点列写KCL方程

（2）选择基本回路列写b-(n-1)个KVL方程

例



有6个支路电流，需列写6个方程。

KCL方程:

① $i_1 + i_2 - i_6 = 0$

② $-i_2 + i_3 + i_4 = 0$

③ $-i_4 - i_5 + i_6 = 0$

取网孔为基本回路，沿顺时针方向绕行列KVL写方程:

回路1 $u_2 + u_3 - u_1 = 0$

回路2 $u_4 - u_5 - u_3 = 0$

回路3 $u_1 + u_5 + u_6 = u_S$

结合元件特性消去支路电压得:

$$R_2 i_2 + R_3 i_3 - R_1 i_1 = 0$$

$$R_4 i_4 - R_5 i_5 - R_3 i_3 = 0$$

$$R_1 i_1 + R_5 i_5 + R_6 i_6 = u_S$$

支路电流法的一般步骤：

（1）标定各支路电流（电压）的参考方向；

（2）选定$(n\text{–}1)$个节点，列写其KCL方程；

（3）选定$b\text{–}(n\text{–}1)$个独立回路，列写其KVL方程；

（元件特性代入）

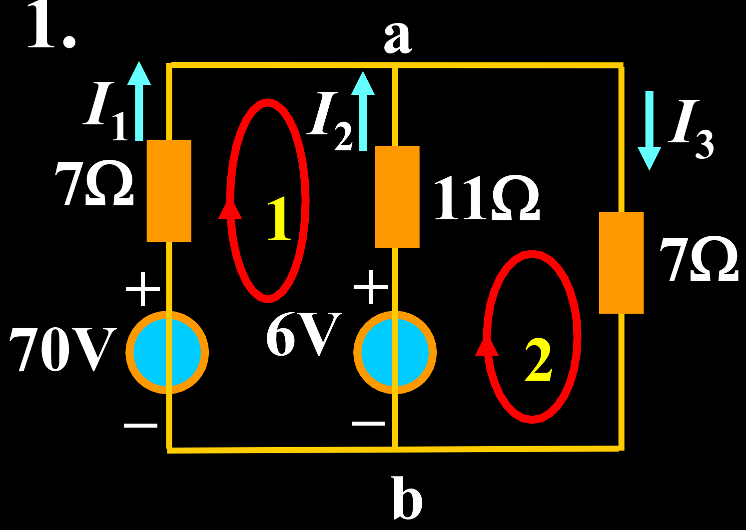
（4）求解上述方程，得到b个支路电流；

（5）进一步计算支路电压和进行其它分析。

支路电流法的特点：

支路法列写的是 KCL和KVL方程， 所以方程列写方便、直观，但方程数较多，宜于在支路数不多的情况下使用。

例 1. 求各支路电流。



解 (1) n–1=1个KCL方程：

节点a：$-I_1-I_2+I_3=0$

(2) b–(n–1)=2个KVL方程：

$$\left.\begin{aligned}&7I_1-11I_2=70\text{-}6=64\\&11I_2+7I_3=6\end{aligned}\right\}$$

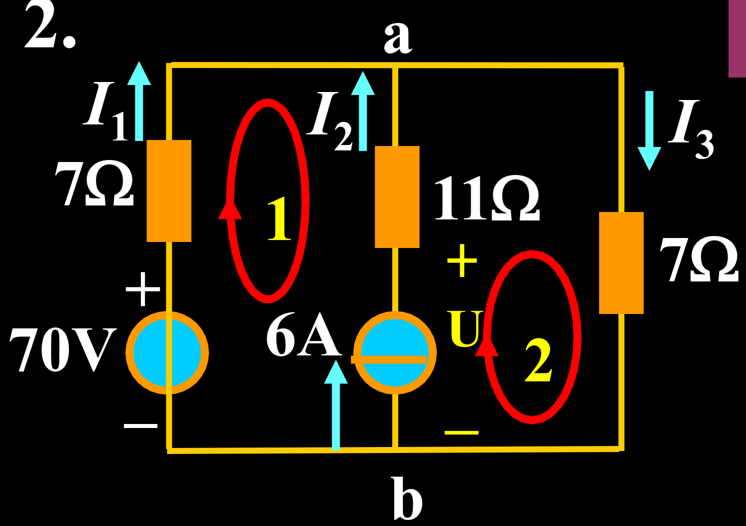
$$I_1=1218/203=6A$$

$$I_2=-406/203=-2A$$

$$I_3=I_1+I_2=6-2=4A$$

例 列写支路电流方程.(电路中含有理想电流源）

2.



解1. (1) $n-1=1$个KCL方程：

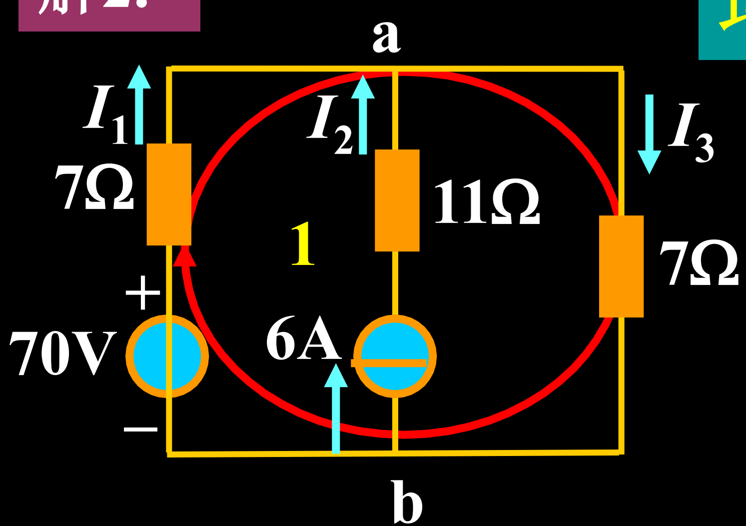
节点a：$-I_1-I_2+I_3=0$

(2) $b-(n-1)=2$个KVL方程：

$$\left.\begin{array}{l} 7I_1-11I_2=70-U \\ 11I_2+7I_3=U \end{array}\right\}$$

增补方程：$I_2=6A$

解2.



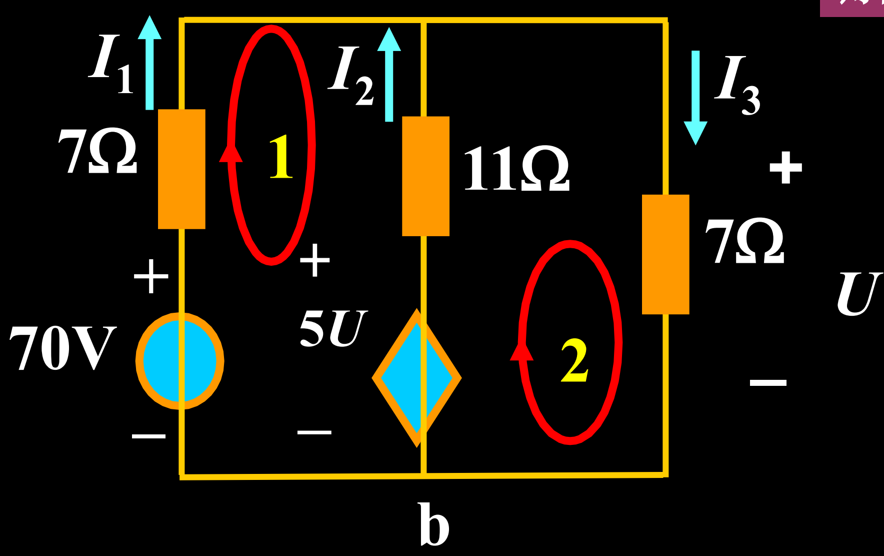
由于I_2已知，故只列写两个方程

节点a：$-I_1+I_3=6$

避开电流源支路取回路：

$7I_1+7I_3=70$

例 3. 列写支路电流方程.(电路中含有受控源）



解

节点a：$-I_1-I_2+I_3=0$

$7I_1-11I_2=70-5U$

$11I_2+7I_3=5U$

增补方程：$U=7I_3$

有受控源的电路，方程列写分两步：

(1) 先将受控源看作独立源列方程;

(2) 将控制量用未知量表示，并代入(1)中所列的方程，消去中间变量。

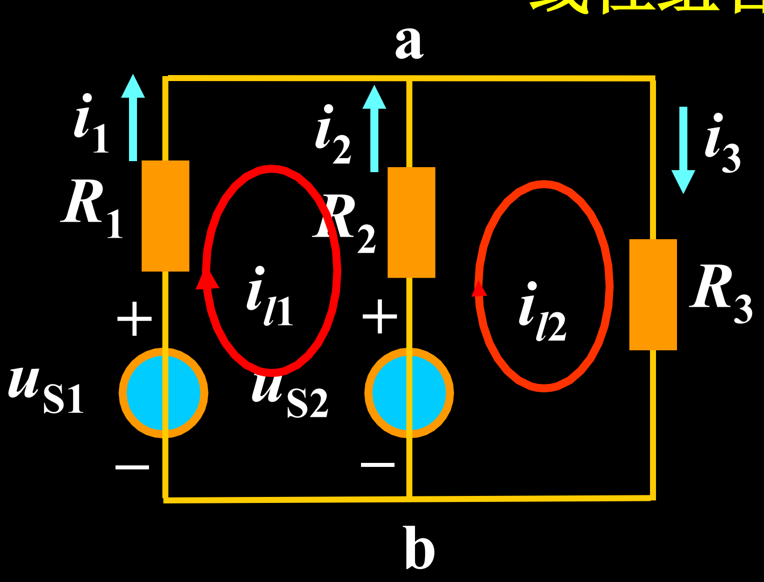
作业：3-7

3.4 回路电流法
(loop current method)

1. 回路电流法 → 以基本回路中的回路电流为未知量列写电路方程分析电路的方法。当取网孔电流为未知量时，称网孔法

●基本思想

为减少未知量(方程)的个数，假想每个回路中有一个回路电流。各支路电流可用回路电流的线性组合表示。来求得电路的解。



独立回路为2。选图示的两个独立回路，支路电流可表示为：

$$i_1 = i_{l1} \qquad i_3 = i_{l2}$$

$$i_2 = i_{l2} - i_{l1}$$

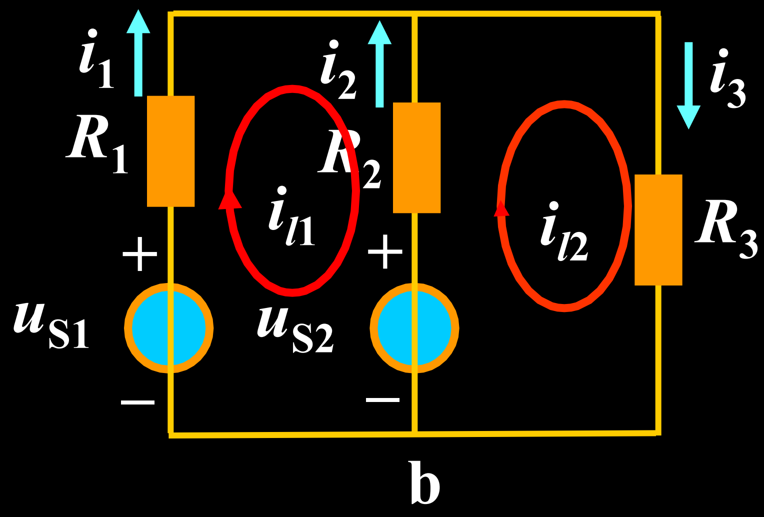
●列写的方程

回路电流在独立回路中是闭合的，对每个相关节点均流进一次，流出一次，所以KCL自动满足。因此回路电流法是对独立回路列写KVL方程，方程数为：

$$b-(n-1)$$

与支路电流法相比，方程数减少$n-1$个。

2. 方程的列写



$$\left.\begin{aligned}&\text{回路1：}R_1 i_{l1}+R_2(i_{l1}-i_{l2})-u_{S1}+u_{S2}=0\\&\text{回路2：}R_2(i_{l2}-i_{l1})+R_3 i_{l2}-u_{S2}=0\end{aligned}\right\}$$

整理得：

$$\left.\begin{aligned}&(R_1+R_2)i_{l1}-R_2 i_{l2}=u_{S1}-u_{S2}\\&-R_2 i_{l1}+(R_2+R_3)i_{l2}=u_{S2}\end{aligned}\right\}$$

观察可以看出如下规律：

$R_{11}=R_1+R_2$ 回路1的自电阻。等于回路1中所有电阻之和。

$R_{22}=R_2+R_3$ 回路2的自电阻。等于回路2中所有电阻之和。

自电阻总为正。

$R_{12}= R_{21}= -R_2$ 回路1、回路2之间的互电阻。

当两个回路电流流过相关支路方向相同时，互电阻取正号；否则为负号。

$u_{l1}= u_{S1}-u_{S2}$ 回路1中所有电压源电压的代数和。

$u_{l2}= u_{S2}$ 回路2中所有电压源电压的代数和。

当电压源电压方向与该回路方向一致时，取负号；反之取正号。

由此得标准形式的方程：
$$\left.\begin{aligned}R_{11}i_{l1}+R_{12}i_{l2}=u_{Sl1}\\R_{12}i_{l1}+R_{22}i_{l2}=u_{Sl2}\end{aligned}\right\}$$

对于具有 $l=b-(n-1)$ 个回路的电路，有：

$$\left\{\begin{aligned}&R_{11}i_{l1}+R_{12}i_{l1}+\ldots+R_{1l}\,i_{ll}=u_{Sl1}\\&R_{21}i_{l1}+R_{22}i_{l1}+\ldots+R_{2l}\,i_{ll}=u_{Sl2}\\&\qquad\cdots\\&R_{l1}i_{l1}+R_{l2}i_{l1}+\ldots+R_{ll}\,i_{ll}=u_{Sll}\end{aligned}\right.$$

其中

：R_{kk}:自电阻(为正)

R_{jk}:互电阻 $\left\{\begin{array}{l}+：\text{流过互阻的两个回路电流方向相同}\\-：\text{流过互阻的两个回路电流方向相反}\\0：\text{无关}\end{array}\right.$