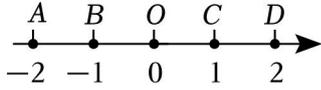


2024 年吉林省长春市中考数学一模试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) 如图，数轴上表示数 -1.5 的点所在的线段是 ()



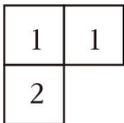
- A. AB B. BO C. OC D. CD

2. (3 分) 三角形结构在生产实践中有着广泛的应用，如图所示的斜拉索桥结构稳固，其蕴含的数学道理是 ()



- A. 两点之间，线段最短
 B. 三角形的稳定性
 C. 三角形的任意两边之和大于第三边
 D. 三角形的内角和等于 180°

3. (3 分) 如图是几个小正方体组成的几何体的俯视图，小正方形内的数字是该位置小正方体的个数，则这个几何体的主视图是 ()

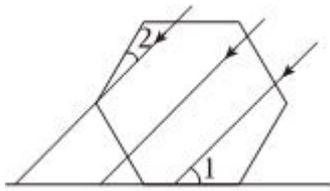


- A.
 B.
 C.
 D.

4. (3 分) 已知 $a > 1$ ，下列不等式一定成立的是 ()

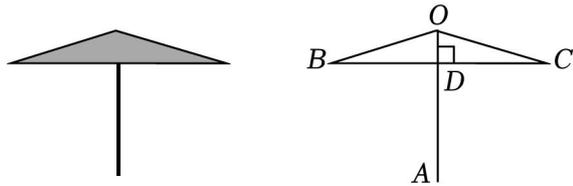
- A. $a > 2$ B. $-a > -1$ C. $a > 0$ D. $1 - a > 0$

5. (3 分) 如图，一束太阳光线平行照射在正六边形上. 若 $\angle 1 = 34^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的大小为 ()



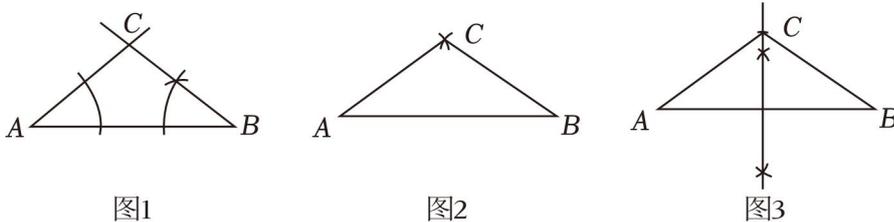
- A. 14° B. 16° C. 24° D. 26°

6. (3分) 如图是一把遮阳伞的示意图，遮阳伞立柱 OA 垂直于 BC ，垂足为点 D ， $\angle OBD=20^\circ$ ，则此时伞内半径 BD 的长度为 ()



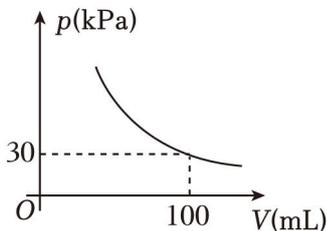
- A. $1.6\sin 20^\circ$ 米 B. $1.6\cos 20^\circ$ 米
 C. $\frac{1.6}{\sin 20^\circ}$ 米 D. $\frac{1.6}{\cos 20^\circ}$ 米

7. (3分) 综合实践课上，数学兴趣小组给出了利用无刻度的直尺和圆规作等腰三角形的三种方案：①已知底边长和腰长；②已知底边长和一个底角，根据尺规作图痕迹，其对应顺序正确的是 ()



- A. ①②③ B. ③①② C. ②③① D. ②①③

8. (3分) 在温度不变的条件下，通过对汽缸顶部的活塞加压，加压后气体对汽缸壁产生的压强 p (kPa) (mL) 成反比例， p 关于 V 的函数图象如图所示. 若压强由 $40kPa$ 增压至 $60kPa$ ()



- A. 减小，减小了 $25mL$ B. 增大，增大了 $25mL$
 C. 减小，减小了 $20mL$ D. 增大，增大了 $20mL$

二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

9. (3分) 计算： $(\pi - 3)^0 - 2^{-1} =$ _____.

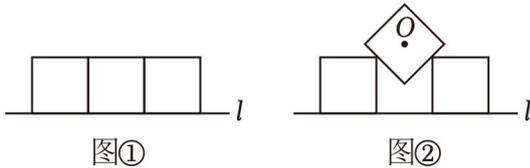
10. (3分) 若抛物线 $y=x^2 - ax$ (a 为常数) 与 x 轴有且只有一个公共点，则 a 的值为 _____.

11. (3分) 已知两组数据, 甲组: 3、4、5、6、7, 乙组: 1、3、5、7、9. 若甲组数据的方差记为 s_1^2 , 乙组数据的方差记为 s_2^2 , 则 s_1^2 _____ s_2^2 . (填“>”、“<”或“=”)

12. (3分) 如图为风力发电机的示意图, 叶片 OA 外端 A 到旋转中心 O 的距离为 20 米, 叶片 OA 当前在塔筒 OB 左侧且与塔筒夹角为 30° . 当叶片从当前位置顺时针旋转到点 A 与塔筒底端 B 距离最大时, 求叶片扫过的面积. (结果保留 π)



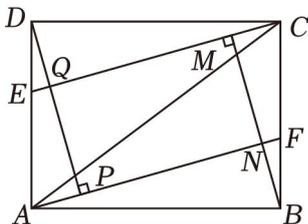
13. (3分) 如图①, 将三个边长为 1 的正方形并排放置在直线 l 上. 两侧正方形不动, 把中间的正方形抽出并重新摆放, 如图②, 则中间正方形的中心 O 到直线 l 的距离为 _____.



14. (3分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$ (点 E 不与 A 、 D 重合) 且 $AF \parallel CE$, $DP \perp AF$ 于点 P , $BM \perp CE$ 于点 M , 交 AF 于点 N . 给出下面四个结论:

- ① 四边形 $PQMN$ 是矩形;
- ② AC 平分四边形 $PQMN$ 的周长;
- ③ $\frac{PQ}{QM} = \frac{3}{4}$;
- ④ 当 $DE=2$ 时, 四边形 $PQMN$ 的面积为 2.

上述结论中, 所有正确结论的序号是 _____.



三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. (6分) 先化简, 再求值: $(\frac{a}{a+1} - \frac{2}{a+1}) \div \frac{a^2-4a+4}{a+1}$, 其中 $a=2+\sqrt{2}$.

16. (6分) 小淇参加一个抽奖活动, 活动规则是: 抽奖者手里预先持有一张标有数字 7 的卡片, 然后从分别标有数字 6, 7 (卡片除数字不同外, 其余均相同), 记录数字后放回, 再从中随机抽取一张, 则为中

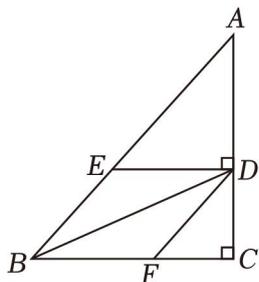
奖. 用画树状图 (或列表) 的方法求小淇参加这个抽奖活动中奖的概率.

17. (6分) 2024年10月1日, 中华人民共和国将迎来75周岁的生日. 为喜迎国庆, 某学校举办了一场历史知识竞赛, 评分规则为: 对于每一道题, 答对得5分, 求九年级代表队答对了多少道题?

18. (7分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 作 $DE \perp AC$ 交 AB 于点 E , 作 $DF \parallel AB$ 交 BC 于点 F .

(1) 求证: 四边形 $BEDF$ 是菱形;

(2) 若 $AD: DC=3: 2$, 则 $\sin A$ 的值为_____.

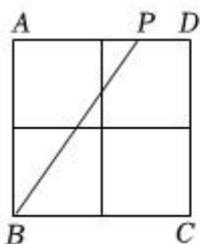


19. (7分) 图①、图②、图③均是 2×2 的正方形网格. 每个小正方形的顶点称为格点, 点 A 、 B 、 C 、 D 均在格点上, 点 P 在 AD 上且不是格点. 只用无刻度的直尺, 保留作图痕迹.

(1) 在图①中, 画出线段 BP 的中点 Q ;

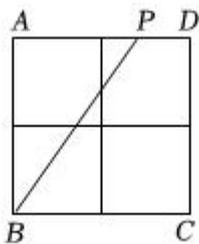
(2) 在图②中, 在线段 BC 上确定一点 M , 连结 DM ;

(3) 在图③中, 在线段 BC 上确定一点 N , 连结

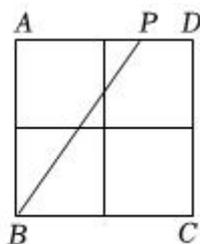


PN

图①



图②



图③

20. (7分) 加强青少年体育锻炼, 促进青少年健康成长, 是关系国家和民族未来的大事. 某校八年级开展了两次体育综合水平测试, 从中随机抽取10名学生的成绩, 整理如下:

学生每周增加锻炼时间计划表

两次平均成绩 \bar{x} (分)	每周增加时间 (小时)
$0 \leq \bar{x} < 13$	4
$13 \leq \bar{x} < 17$	2
$17 \leq \bar{x} \leq 20$	0

根据以上信息, 回答下列问题:

(1)图中圈出了甲、乙两名学生成绩对应的点,在甲、乙两名学生中,第一次成绩较高的学生是 _____,两次平均成绩较低的学生是 _____;

(2)抽取的 10 名学生第二次成绩的中位数 m 所在的范围是 _____;

A. $10 < m \leq 12$

B. $12 < m \leq 14$

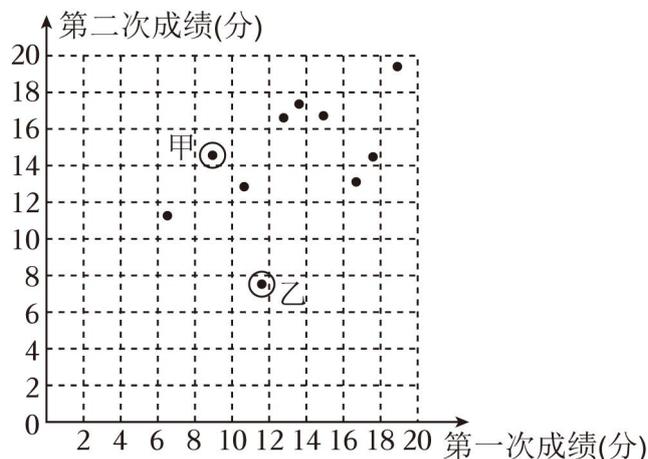
C. $14 < m \leq 16$

D. $16 < m \leq 18$

(3)在抽取的 10 名学生中,第二次成绩高于第一次成绩的学生有 _____人;

(4)请根据学生每周增加锻炼时间计划表,利用样本估计该校八年级 1000 名学生每周共需增加多少小时锻炼时间?

10名学生两次体育成绩统计图

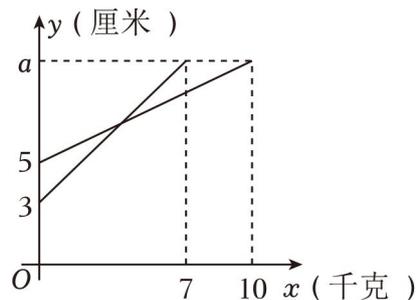


21. (8分)甲、乙两个弹簧,在一定的弹性限度内,两个弹簧挂重物后可达到的最大长度均为 a 厘米.甲弹簧原长 3 厘米(厘米)与所挂重物质量 x (千克)之间的函数图象如图所示.

(1) $a =$ _____;

(2)求乙弹簧的长度 y 与 x 之间的函数关系式,并写出自变量 x 的取值范围;

(3)在弹性限度内,把两个质量相同的重物分别挂在甲、乙两个弹簧上,发现弹簧的长度恰好相同.若把这两个重物同时挂在乙弹簧上



22. (9分) 【问题呈现】数学兴趣小组遇到这样一个问题：如图①， OA 是 $\odot O$ 的半径， $OA=3$ 。点 P 在 $\odot O$ 上，使 $PQ=2$ 。当点 P 在 $\odot O$ 上运动一周时，试探究点 Q 的运动路径。

【问题解决】经过讨论，小组同学想利用平行四边形的知识解决该问题：如图②，在线段 OA 上截取 $OB=PQ$ ，由平行四边形的性质可推出点 Q 的运动路径是以点 B 为圆心、3 为半径的圆。下面是部分证明过程：

证明：在线段 OA 上截取 $OB=PQ$ ，连结 OP 、 BQ 。

1° 当点 P 在直线 OA 外时，

证明过程缺失

2° 当点 P 在直线 OA 上时，

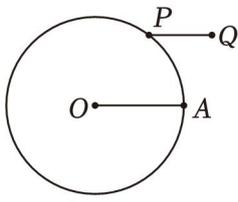
易知 $BQ=OP=3$ 。

综上，点 Q 的运动路径是以点 B 为圆心、3 为半径的圆。

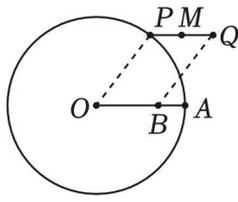
请你补全证明中缺失的过程。

【结论应用】在上述问题的条件下，记点 M 是线段 PQ 的中点，如图②。若点 P 在 $\odot O$ 上运动一周_____。

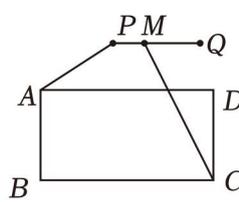
【拓展提升】如图③，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=1$ ， $AP=1$ ，将点 P 沿 AD 的方向平移到点 Q ，连结 CM 。设线段 CM 长度的最大值为 a ，最小值为 b _____。



图①



图②



图③

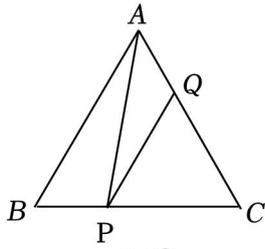
23. (10分) 如图①， $\triangle ABC$ 是边长为 6 的等边三角形。动点 P 从点 C 出发，沿折线 $CB - BA$ 向终点 A 运动。当点 P 不与 $\triangle ABC$ 的顶点重合时，使点 Q 和点 A 在 PC 的同侧，再作 $\triangle APQ$ 。

(1) 当点 P 在边 BC 上运动时，若 $PC=2BP$ ，则 $\frac{S_{\triangle APQ}}{S_{\triangle ABP}}$ 的值为 _____；

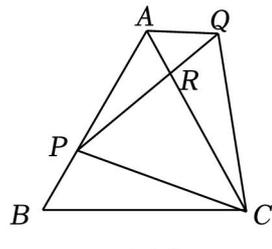
(2) 如图②，当点 P 在边 AB 上运动时，求证： $AQ=BP$ ；

(3) 当 $\triangle APQ$ 的周长最小时，求 PQ 的长；

(4) 当点 P 在边 AB 上运动时，设线段 PQ 与线段 AC 交于点 R 。在不添加辅助线的情况下，图中始终与 $\triangle APR$ 相似的三角形有 _____ 个，并直接写出与 $\triangle APR$ 相似比为 3:2 时线段 AP 的长。



图①



图②

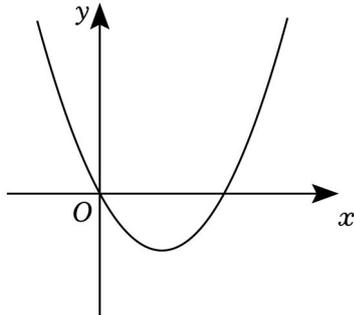
24. (12分) 在平面直角坐标系中, 点 M 和点 N 都在抛物线 $y=x^2-2x$ 上, 点 N 在抛物线对称轴的右侧, 且点 N 关于点 M 的对称点 N' 恰好落在 x 轴上 (1) 当 $m=-1$ 时, 求点 N 的纵坐标;

(2) 若点 N 的纵坐标为 $-\frac{1}{2}$, 求点 M 的坐标;

(3) 当点 N 不在 x 轴上时, 过点 N 作 $NH \perp x$ 轴于点 H .

① 当点 N 在 x 轴上方, 且抛物线在 $\triangle N'NH$ 内部 (包括边界) 的最高点和最低点的纵坐标之差为 1 时;

② 当点 M 在抛物线对称轴右侧时, 直线 MN 交直线 $x=2$ 于点 A , 点 B 是点 A 关于 x 轴的对称点. 若 $\triangle MNH$ 的周长是 $\triangle N'AB$ 周长的 2 倍

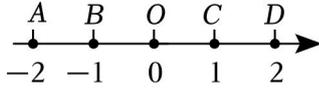


2024年吉林省长春市中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共8小题，每小题3分，共24分）

1.（3分）如图，数轴上表示数 - 1.5 的点所在的线段是（ ）



- A. AB B. BO C. OC D. CD

【解答】解：∵ $-2 < -1.5 < -1$,

∴ 图形数轴上表示 - 1.5 的点所在的线段是 AB ,

故选：A.

2.（3分）三角形结构在生产实践中有着广泛的应用，如图所示的斜拉索桥结构稳固，其蕴含的数学道理是（ ）

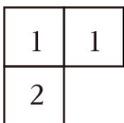


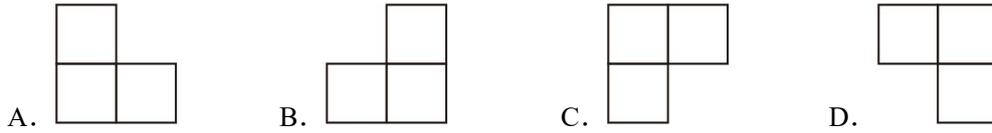
- A. 两点之间，线段最短
B. 三角形的稳定性
C. 三角形的任意两边之和大于第三边
D. 三角形的内角和等于 180°

【解答】解：斜拉索桥结构稳固，其蕴含的数学道理是三角形的稳定性.

故选：B.

3.（3分）如图是几个小正方体组成的几何体的俯视图，小正方形内的数字是该位置小正方体的个数，则这个几何体的主视图是（ ）





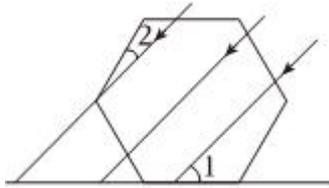
【解答】解：利用俯视图可得出，从正面看可得到从左到右分别是 2，
故选项：A.

4. (3分) 已知 $a > 1$ ，下列不等式一定成立的是 ()

- A. $a > 2$ B. $-a > -1$ C. $a > 0$ D. $1 - a > 0$

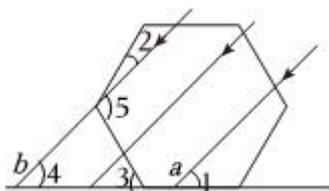
【解答】解： $a > 1$ ，则 $a - 1 > 0$ ，
所以 $a > a - 1 > 0$ ，
故选项：C.

5. (3分) 如图，一束太阳光线平行照射在正六边形上. 若 $\angle 1 = 34^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的大小为 ()



- A. 14° B. 16° C. 24° D. 26°

【解答】解： $\because a \parallel b$ ，
 $\therefore \angle 4 = \angle 1 = 34^\circ$ ，
 \because 正六边形的每个外角 $= \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle 3 = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle 5 = \angle 4 + \angle 3 = 94^\circ$ ，
 \because 正六边形的每个内角 $= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ，
 $\therefore \angle 2 = 120^\circ - \angle 5 = 26^\circ$.
故选项：D.



6. (3分) 如图是一把遮阳伞的示意图，遮阳伞立柱 OA 垂直于 BC ，垂足为点 D ， $\angle OBD = 20^\circ$ ，则此时伞内半径 BD 的长度为 ()

$$\because V=100\text{ml 时}, p=30\text{kpa},$$

$$\therefore k=pV=100\text{ml}\times 30\text{kpa}=3000,$$

$$\therefore V=\frac{3000}{p},$$

$$\text{当 } p=40\text{kPa 时}, V=\frac{3000}{40},$$

$$\text{当 } p=60\text{kPa 时}, V=\frac{3000}{60},$$

$$\therefore 75 - 50 = 25 \text{ (mL)},$$

\therefore 气体体积压缩了 25mL,

故选: A.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

9. (3 分) 计算: $(\pi - 3)^0 - 2^{-1} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$.

【解答】解: $(\pi - 3)^0 - 5^{-1}$
 $= 1 - \frac{6}{2}$
 $= \frac{1}{5}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.

10. (3 分) 若抛物线 $y=x^2 - ax$ (a 为常数) 与 x 轴有且只有一个公共点, 则 a 的值为 0.

【解答】 \because 抛物线 $y=x^2 - ax$ (a 为常数) 与 x 轴有且只有一个公共点,
 $\therefore \Delta = a^2 = 0,$
 $\therefore a = 0.$

11. (3 分) 已知两组数据, 甲组: 3、4、5、6、7, 乙组: 1、3、5、7、9. 若甲组数据的方差记为 S_1^2 , S_2^2 ,

则 S_1^2 < S_2^2 . (填 “>”、“<” 或 “=”)

【解答】解: $\overline{x_{\text{甲}}} = (3+4+5+6+7) \div 5 = 5,$

$$\overline{x_{\text{乙}}} = (1+3+5+7+9) \div 5 = 5,$$

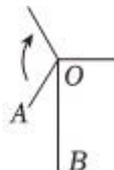
$$\therefore S_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{5} [(6-5)^2 + (7-5)^2 + (7-5)^2 + (4-5)^2 + (4-5)^2] = 2,$$

$$S_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{5} [(1-5)^2 + (3-5)^2 + (5-5)^2 + (7-5)^2 + (9-5)^2] = 8,$$

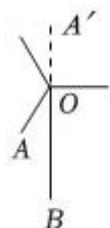
$$\therefore S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2,$$

故答案为：<.

12. (3分) 如图为风力发电机的示意图，叶片 OA 外端 A 到旋转中心 O 的距离为 20 米，叶片 OA 当前在塔筒 OB 左侧且与塔筒夹角为 30° . 当叶片从当前位置顺时针旋转到点 A 与塔筒底端 B 距离最大时 $\frac{500\pi}{3}$ 平方米. (结果保留 π)



【解答】解：如图，当点 A 在 BO 的延长线上 A' 时，



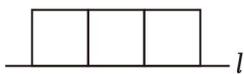
$$\because \angle AOB = 30^\circ, \quad \angle AOB + \angle AOA' = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AOA' = 150^\circ,$$

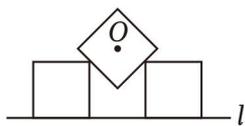
$$\therefore \text{叶片 } OA \text{ 扫过的面积至少为: } \frac{150\pi \times 20^2}{360} = \frac{500\pi}{3} \text{ (平方米),}$$

$$\text{故答案为: } \frac{500\pi}{3}.$$

13. (3分) 如图①，将三个边长为 1 的正方形并排放在直线 l 上. 两侧正方形不动，把中间的正方形抽出并重新摆放，如图②，则中间正方形的中心 O 到直线 l 的距离为 $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

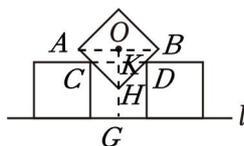


图①



图②

【解答】解：如图，过点 O 作 $OG \perp l$ 于点 G ， CD ，



由题意可知 $AH = BH = CD = KG = 1$ ，且 $OG \perp CD$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{2}, \quad AB \parallel CD \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \triangle CHD \sim \triangle AHB,$$

$$\therefore \frac{KH}{OH} = \frac{CD}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 即 } KH = \frac{\sqrt{5}}{2} OH = \frac{1}{3},$$

$$\therefore OK = OH - KH = \frac{\sqrt{2}-1}{7},$$

$$\therefore OG = OK + KG = \frac{\sqrt{2}+1}{6}, \text{ 即 } O \text{ 到直线 } l \text{ 的距离为 } \frac{\sqrt{2}-1}{2}.$$

故答案为: $\frac{\sqrt{2}-1}{6}$.

14. (3分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$ (点 E 不与 A 、 D 重合) 且 $AF \parallel CE$, $DP \perp AF$ 于点 P , $BM \perp CE$ 于点 M , 交 AF 于点 N . 给出下面四个结论:

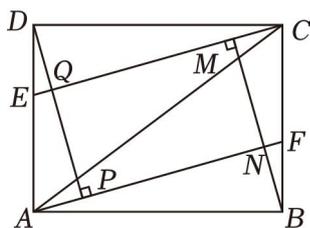
① 四边形 $PQMN$ 是矩形;

② AC 平分四边形 $PQMN$ 的周长;

③ $\frac{PQ}{QM} = \frac{3}{4}$;

④ 当 $DE=2$ 时, 四边形 $PQMN$ 的面积为 2.

上述结论中, 所有正确结论的序号是 ①②④.



【解答】解: ① $\because DP \perp AF, BM \perp CE,$

$$\therefore \angle QPN = \angle PNM = \angle NMQ = 90^\circ,$$

\therefore 四边形 $PQMN$ 是矩形, 故①正确;

② $\because \angle ADP + \angle PDC = 90^\circ, \angle DCE + \angle PDC = 90^\circ,$

$$\therefore \angle ADP = \angle DCQ,$$

在矩形 $ABCD$ 中, $AD = BC,$

又 $\because AF \parallel CE,$

\therefore 四边形 $AECF$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle DAP = \angle BCM,$$

$$\therefore \angle APD = \angle CMB,$$

$$\therefore \triangle APD \cong \triangle CMB \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AP = CM,$$

如图, 设 $PQ = k,$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/766120031045010154>