·课件编辑说明·

版本要求

本课件需用office2010及以上版本打开，如果您的电脑是office2007及以下版本或者WPS软件，可能会出现不可编辑的文档。

乱码问题

如您在使用过程中遇到公式不显示或者乱码的情况，可能是因为您的电脑缺少字体，请登录网站www.canpointgz.cn/faq 下载。

联系我们

如您还有其他方面的问题，请登录网站www.canpointgz.cn/faq，点击“常见问题”，或致电010-58818058。

CANPOINT®

全品学练考

高中数学

选择性必修第二册 RJA

第四章数列

目录

CONTENTS

4.3 等比数列

4.3.2 等比数列的前n项和公式

第1课时等比数列的前n项和公式及其应用

【学习目标】

1. 能推导等比数列的前n项和公式.

2. 能说明等比数列前n项和公式的特征，能灵活运用求和公式解决一些简单问题.

3. 理解等比数列前n项和的性质.

课前预习

知识点一 等比数列的前n项和

1. 等比数列{a,}的前n项和公式

设等比数列{a, }的公比为g (q≠0), 其前n项和为S, , 则当q=1时，S, =___*na₁*___; 当q≠1时，S,=___$\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$___

2. 等比数列的前n项和公式的函数特征

(1) 当公比q≠1时，设$A=\frac{a_1}{q-1}$, 则等比数列的前n项和S,=A(q*-1),即s,是n的指数型函数.

(2) 当公比q=1时，因为$a_1\neq 0$, 所以等比数列的前n项和S, =___*na₁*___, S, 是n的正比例函数.

课前预习

【诊断分析】判断正误.（请在括号中打“√”或“×”）

(1) 求等比数列$\{a_n\}$的前项和时，可直接套用公式$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$.（×）

[解析] 当公比为1时不能直接套用这个公式.

(2) 等比数列的前n项和S_n不可能为0.（×）

[解析] 对于等比数列1, −1, 1, −1, ⋯, 其前4项和为0.

(3) 等比数列$\{a_n\}$中，只要$a_1>0$,公比$q>0$,前n项和S_n就可以趋向于+0.（×）

解析] 当$q\in(0,1)$且n无穷大时，q^n趋向于0, 所以由$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{a_1}{1-q}-\frac{a_1}{1-q}\cdot q^n$知，$S_n$不会趋向于+o.

课前预习

(4) 若首项为a的数列既是等比数列又是等差数列，则其前n项和$S_n=na$.（√）

[解析] 易知该数列是各项均为a的常数列，所以$S_n=na$

(5) 若$a\in\mathbf{R}$,则$1+a+a^2+\cdots+a^{n-1}=\dfrac{1-a^n}{1-a}(n\in\mathbf{N}^*)$.（×）

[解析] 当a=1时，$1+a+a^2+\cdots+a^{n-1}=n$.

课 前 预 习

知识点二错位相减法

(1) 推导等比数列前n项和的方法叫错位相减法.

(2) 该方法一般适用于求一个等差数列与一个等比数列对应项积的前n项和，即当{b, }是公差$d\neq 0$的等差数列，{c, }是公比$q\neq 1$的等比数列，求数列{b, ;c, }的前n项和S, 时，就可以用这种方法.

课 前 预 习

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

(1)求数列{n・2n}的前n项和可以用错位相减法.(√)

[解析] 符合错位相减法使用的条件.

(2) 求数列{n·2"}的前n项和时，只能在等式两边乘2.(×)

[解析] 不一定非要乘2,但乘2计算是最简洁的，也可以乘4等.

课 中 探 究

探究点一等比数列的前n项和公式的基本运算

[探索]等比数列{$a,$ }的前n项和公式涉及几个量?至少要知道几个量才能求解其余的量?

解：等比数列{$a,$ }的前n项和公式涉及a_1, a, S, , n, q, 共五个量，至少要知道其中三个量才能求解其余的量，即已知a_1,a,,q,n,S,中任意三个，可求其余两个，称为“知三求

-33

课 中 探 究

例1 设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，前n项和为S_n，

(1) 若$a_1=16$，$a_6=\frac{1}{2}$,, 求q和S_6;

解：由题知$16q^5=\frac{1}{2}$，解得$q=\frac{1}{2}$，所以$S_6=\frac{16\times\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right]}{1-\frac{1}{2}}=\frac{63}{2}$

(2) 若$a_1=2, S_3=14$， 求q 和a;

解：若q=1， 则 $S_3=3a_1=6\neq14$， 故 $q\neq1$.

由题知

解得$\begin{cases}q=2,\\a_3=8\end{cases}$或$\begin{cases}q=-3,\\a_3=18\end{cases}$

课 中 探 究

(3) 若$q=\frac{1}{2}$, $S_6=\frac{189}{4}$, 求a_1和a_6;

) ,解得$\begin{cases} a_1=24 \\ a_6=\frac{3}{4}. \end{cases}$

(4) 若$a_1=1$,$a_1=81$,$S=121$,求q和n.

)am $\begin{cases} q^{n-1}=81, \\ \frac{1-q^n}{1-q}=121, \end{cases}$ 解得$\begin{cases} q=3, \\ n=5. \end{cases}$

课中探究

变式 (1) 已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若$S_4=1$,$S_8=17$,则

$a_n=$ $\underline{\frac{1}{15}\times 2^{n-1}\text{或}-\frac{1}{5}\times(-2)^{n-1}}$.

[解析] 设等比数列$\{a_n\}$的公比为q.若q=1,则$S_8=2S_4$,不符合题意，所以q≠1,则

$S_4=\frac{a_1(1-q^4)}{1-q}=1$,$S_8=\frac{a_1(1-q^8)}{1-q}=17$,两式相除得$\frac{1-q^8}{1-q^4}=17=1+q^4$解得q=2或q=−2当

q=2时，可得$a_1=\frac{1}{15}$,此时$a_n=\frac{1}{15}\times 2^{n-1}$;当$q=-2$时，可得$a_1=-\frac{1}{5}$,此时$a_n=-\frac{1}{5}\times(-2)^{n-1}$.故

$a_n=\frac{1}{15}\times 2^{n-1}$或$a_n=-\frac{1}{5}\times(-2)^{n-1}$.

课 中 探 究

(2) 已知数列$\{a_n\}$满足$a_n=2^{n-1}$,则$a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_n^2=$ $\frac{1}{3}(4^n-1)$.

[解析]∵a,=2n-1,∴aπ=22n-2=4r-1,∴数列{a2}是以1为首项，4为公比的等比数

列,∴$a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_n^2=\frac{1-4^n}{1-4}=\frac{1}{3}(4^n-1)$.

(3)计算：210+2^9×3+28×32+···+310= 311−211

[解析]210+29×3+28×32+···+310表示首项为210, 公比为：$\frac{3}{2}$ 的等比数列的前11项和，

所以$2^{10}+2^9\times3+2^8\times3^2+\cdots+3^{10}=\frac{2^{10}\times\left[1-\left(\frac{3}{2}\right)^{11}\right]}{1-\frac{3}{2}}=3^{11}-2^{11}$.