2023年高考数学模拟试卷

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0．5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置．

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符．

4．作答选择题，必须用2B铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用05毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效．

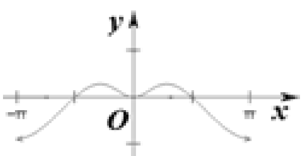
5．如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗．

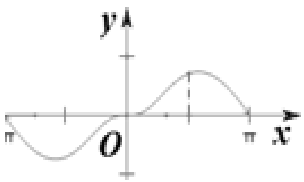
一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

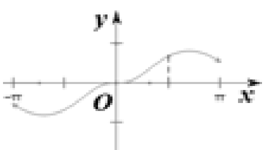
1．根据散点图，对两个具有非线性关系的相关变量x，y进行回归分析，设$u=\ln y$，$v=(x-4)^2$，利用最小二乘法，得到线性回归方程为$\hat{u}=-0.5v+2$，则变量y的最大值的估计值是（　　）

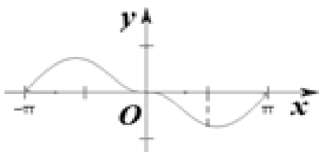
A．e　　B．e^2　　C．$\ln 2$　　D．$2\ln 2$

2．设函数$f(x)=\dfrac{x^2\sin x}{x^2+1}$，则$y=f(x)$，$x\in[-\pi,\pi]$的大致图象大致是的(　　)

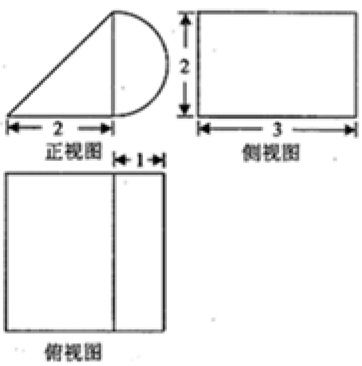
A．

B．

C．

D．

3．某几何体的三视图如图所示(单位：cm)，则该几何体的体积等于（　　）cm^3



A．$4+\dfrac{2\pi}{3}$　　B．$4+\dfrac{3\pi}{2}$　　C．$6+\dfrac{2\pi}{3}$　　D．$6+\dfrac{3\pi}{2}$

4．给出下列三个命题：

①“$\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2-2x_0+1\le 0$”的否定；

②在$\vee ABC$中，“$B>30^{\circ}$”是“$\cos B<\frac{\sqrt{3}}{2}$”的充要条件；

③将函数$y=2\cos 2x$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，得到函数$y=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$的图象.

其中假命题的个数是（　　）

A．0　　**B．1**　　**C．2**　　**D．3**

5．在ΔABC中，内角A的平分线交BC边于点D，$AB=4$，$AC=8$，$BD=2$，则ΔABD的面积是（　　）

A．$16\sqrt{2}$　　**B．**$\sqrt{15}$　　**C．**3　　**D．**$8\sqrt{3}$

6．已知实数x,y满足约束条件$\begin{cases}x\geq -1\\ y\geq -1\\ x-2y+2\geq 0\\ 2x-y-2\leq 0\end{cases}$，则$2x-3y$的最小值是

A．-2　　**B．**$-\frac{7}{2}$　　**C．1**　　**D．4**

7．已知函数$f\left(x\right)=\begin{cases}[x]，x\geq 0\\ \frac{1}{x}，x<0\end{cases}$（$[x]$表示不超过$x$的最大整数），若$f\left(x\right)-ax=0$有且仅有**3**个零点，则实数**a**的取值范围是（　　）

A．$\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right]$　　**B．**$\left[\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$　　**C．**$\left[\frac{2}{3},\frac{3}{4}\right)$　　**D．**$\left(\frac{2}{3},\frac{3}{4}\right]$

8．已知复数z满足$z-\overline{z}=0$，且$z\cdot\overline{z}=9$，则$z=$（　　）

A．3　　**B．**$3\mathrm{i}$　　**C．**± 3　　**D．**$\pm 3\mathrm{i}$

9．为了进一步提升驾驶人交通安全文明意识，驾考新规要求驾校学员必须到街道路口执勤站岗，协助交警劝导交通.现有甲、乙等**5**名驾校学员按要求分配到三个不同的路口站岗，每个路口至少一人，且甲、乙在同一路口的分配方案共有(　　)

A．12种　　**B．24种**　　**C．36种**　　**D．48种**

10．已知实数x，y满足约束条件$\begin{cases}x+y-2\leq 0\\ x-2y-2\leq 0\\ x\geq 1\end{cases}$，则目标函数$z=\frac{y-2}{x+1}$的最小值为

A．$-\frac{2}{3}$　　**B．**$-\frac{5}{4}$

C．$-\frac{4}{3}$　　**D．**$-\frac{1}{2}$

11．双曲线 **C**：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的离心率是 3，焦点到渐近线的距离为$\sqrt{2}$，则双曲线 **C** 的焦距为（　　）

A．3　　　　**B．**$3\sqrt{2}$　　　　**C．6**　　　　**D．**$6\sqrt{2}$

12．已知函数 $f(x)=A\cos(2x+\varphi)(\varphi>0)$ 的图像向右平移 $\dfrac{\pi}{8}$ 个单位长度后，得到的图像关于 y 轴对称，$f(0)=1$，当φ取得最小值时，函数 $f(x)$ 的解析式为（　　）

A．$f(x)=\sqrt{2}\cos(2x+\dfrac{\pi}{4})$　　　　**B．**$f(x)=\cos(2x+\dfrac{\pi}{4})$

C．$f(x)=\sqrt{2}\cos(2x-\dfrac{\pi}{4})$　　　　**D．**$f(x)=\cos(2x-\dfrac{\pi}{4})$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知 x，y 满足不等式组 $\begin{cases} x\ge 0 \\ x+y-1\ge 0 \\ x-3y-1\le 0 \end{cases}$，则 $z=x+2y$ 的取值范围为________.

14．已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数，记$\{S_n\}$为数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_{n+1}=\dfrac{2a_n^2}{a_{n+1}-a_n}\left(n\in N^*\right)$，$a_1=1$，则

$S_6=$______.

15．在一底面半径和高都是 $2m$ 的圆柱形容器中盛满小麦，有一粒带麦锈病的种子混入了其中．现从中随机取出的 $2m^3$ 种子，则取出了带麦锈病种子的概率是_____.

16．若函数 $f(x)=a^x$ (**a>0** 且 **a≠1**)在定义域[**m**，**n**]上的值域是[**m^2**，**n^2**](**1**<**m**<**n**)，则 **a** 的取值范围是_______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，M 为直线 $y=x-2$ 上动点，过点作 M 抛物线 $C:x^2=y$ 的两条切线 MA，MB，切点分别为 A，B，N 为 AB 的中点.

（1）证明: $MN\perp x$ 轴；

（2）直线 AB 是否恒过定点?若是，求出这个定点的坐标；若不是，请说明理由.

18．（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程是 $\begin{cases} x=1+2\cos\alpha \\ y=2\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数)，以原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴，建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$.

(Ⅰ)求曲线 C 的普通方程与直线 l 的直角坐标方程；

(Ⅱ)已知直线 l 与曲线 C 交于 A，B 两点，与 x 轴交于点 P，求 $|PA|\cdot|PB|$.

19．（12 分）某商场为改进服务质量，随机抽取了 200 名进场购物的顾客进行问卷调查．调查后，就顾客“购物体验”的满意度统计如下：

	满意	不满意
男	40	40
女	80	40

（1）是否有 97.5%的把握认为顾客购物体验的满意度与性别有关？

（2）为答谢顾客，该商场对某款价格为 100 元/件的商品开展促销活动．据统计，在此期间顾客购买该商品的支付情况如下：

支付方式	现金支付	购物卡支付	*APP* 支付
频率	10%	30%	60%
优惠方式	按 9 折支付	按 8 折支付	其中有 1/3 的顾客按 4 折支付，1/2 的顾客按 6 折支付，1/6 的顾客按 8 折支付

将上述频率作为相应事件发生的概率，记某顾客购买一件该促销商品所支付的金额为 X ，求 X 的分布列和数学期望．

附表及公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P\left(K^2\ldots k_0\right)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

20．（12 分）设椭圆 $C:\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 的右焦点为 F ，过 F 的直线 l 与 C 交于 A,B 两点，点 M 的坐标为 $(2,0)$．

（1）当直线 l 的倾斜角为 $45°$ 时，求线段 ***AB*** 的中点的横坐标；

（2）设点 ***A*** 关于 x 轴的对称点为 ***C***，求证：***M***，***B***，***C*** 三点共线；

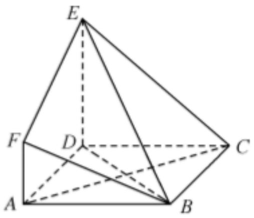
（3）设过点 ***M*** 的直线交椭圆于 G,H 两点，若椭圆上存在点 ***P***，使得 $\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{OH}=\lambda\overrightarrow{OP}$（其中 ***O*** 为坐标原点），求实数 λ 的取值范围．

21．（12 分）已知函数 $f(x)=1+2x-\dfrac{2a}{x}-6a\ln x$ 存在一个极大值点和一个极小值点．

（1）求实数 ***a*** 的取值范围；

（2）若函数 $f\left(x\right)$ 的极大值点和极小值点分别为 x_1 和 x_2，且 $f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)<2-6e$，求实数 ***a*** 的取值范围.（***e*** 是自然对数的底数）

22.（10 分）如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 **3** 的菱形，$DE\perp$ 平面 $ABCD, AB\perp AD, AF//DE, DE=3AF$.



（1）求证：$AC\perp$ 平面 BDE；

（2）若 BE 与平面 $ABCD$ 所成角为 $60°$，求二面角 $F-BE-D$ 的正弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**B**

【解析】

将 ***u= lny***，***v=(x-4)***^{2} 代入线性回归方程 $\hat{u}$ **=-0.5*v*+2**，利用指数函数和二次函数的性质可得最大估计值.

【详解】

解：将 ***u= lny***，***v=(x- 4)***^{2} 代入线性回归方程 $\hat{u}$ **=- 0.5*v*+2** 得：

$\ln y=-0.5\left(x-4\right)^2+2$，即 $y=e^{-0.5\left(x-4\right)^2+2}$，

当 $x=4$ 时，$-0.5\left(x-4\right)^2+2$ 取到最大值 **2**，

因为 $y=e^x$ 在 R 上单调递增，则 $y=e^{-0.5\left(x-4\right)^2+2}$ 取到最大值 e^2 .

故选：**B.**

【点睛】

本题考查了非线性相关的二次拟合问题，考查复合型指数函数的最值，是基础题,.

2、**B**

【解析】

采用排除法：通过判断函数的奇偶性排除选项 A；通过判断特殊点 $f\left(\frac{\pi}{2}\right), f\left(\pi\right)$ 的函数值符号排除选项 D 和选项 C 即可求解.

【详解】

对于选项 A:由题意知,函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 R，其关于原点对称，

因为 $f\left(-x\right)=\frac{\left(-x\right)^2\sin\left(-x\right)}{\left(-x\right)^2+1}=-\frac{x^2\sin x}{x^2+1}=-f\left(x\right)$,

所以函数 $f\left(x\right)$ 为奇函数,其图象关于原点对称，故选 A 排除；

对于选项 D:因为 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2+1}=\frac{\pi^2}{\pi^2+4}>0$,故选项 D 排除;

对于选项 C:因为 $f\left(\pi\right)=\frac{\pi^2\sin\left(\pi\right)}{\pi^2+1}=0$,故选项 C 排除;

故选:B

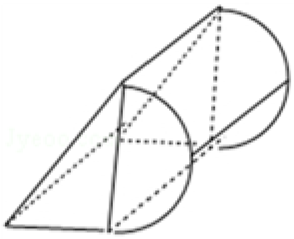
【点睛】

本题考查利用函数的奇偶性和特殊点函数值符号判断函数图象;考查运算求解能力和逻辑推理能力;选取合适的特殊点并判断其函数值符号是求解本题的关键;属于中档题、常考题型.

3、D

【解析】

解：根据几何体的三视图知，该几何体是三棱柱与半圆柱体的组合体，



结合图中数据，计算它的体积为：

$V=V_{三棱柱}+V_{半圆柱}=\frac{1}{2}\times2\times2\times1+\frac{1}{2}\bullet\pi\bullet1^2\times1=$（$6+1.5\pi$）$cm^1$.

故答案为 $6+1.5\pi$.

点睛：根据几何体的三视图知该几何体是三棱柱与半圆柱体的组合体，结合图中数据计算它的体积即可.

4、C

【解析】

结合不等式、三角函数的性质,对三个命题逐个分析并判断其真假,即可选出答案.

【详解】

对于命题①,因为$x_0^2-2x_0+1=\left(x_0-1\right)^2\ge 0$,所以“$\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2-2x_0+1\le 0$”是真命题,故其否定是假命题,即①是假命题;

对于命题②,充分性:$\triangle ABC$中,若$B>30^\circ$,则$30^\circ<B<180^\circ$,由余弦函数的单调性可知,$\cos180^\circ<\cos B<\cos30^\circ$,即$-1<\cos B<\frac{\sqrt{3}}{2}$,即可得到$\cos B<\frac{\sqrt{3}}{2}$,即充分性成立;必要性:$\triangle ABC$中,$0^\circ<B<180^\circ$,若$\cos B<\frac{\sqrt{3}}{2}$,结合余弦函数的单调性可知,$\cos180^\circ<\cos B<\cos30^\circ$,即$30^\circ<B<180^\circ$,可得到$B>30^\circ$,即必要性成立.故命题②正确;

对于命题③,将函数$y=2\cos2x$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度,可得到$y=2\cos\left[2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right]=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图象,即命题③是假命题.

故假命题有①③.

故选:C

【点睛】

本题考查了命题真假的判断,考查了余弦函数单调性的应用,考查了三角函数图象的平移变换,考查了学生的逻辑推理能力,属于基础题.

5、B

【解析】

利用正弦定理求出CD，可得出BC，然后利用余弦定理求出$\cos B$，进而求出$\sin B$，然后利用三角形的面积公式可计算出ΔABD的面积.

【详解】

$\because AD$为$\angle BAC$的角平分线，则$\angle BAD=\angle CAD$.

$\because \angle ADB+\angle ADC=\pi$，则$\angle ADC=\pi-\angle ADB$，

$\therefore \sin\angle ADC=\sin\left(\pi-\angle ADB\right)=\sin\angle ADB$，

在ΔABD中，由正弦定理得$\frac{AB}{\sin\angle ADB}=\frac{BD}{\sin\angle BAD}$，即$\frac{4}{\sin\angle ADB}=\frac{2}{\sin\angle BAD}$，①

在ΔACD中，由正弦定理得$\frac{AC}{\sin\angle ADC}=\frac{CD}{\sin\angle ADC}$，即$\frac{8}{\sin\angle ADC}=\frac{CD}{\sin\angle CAD}$，②

①÷②得$\frac{2}{CD}=\frac{1}{2}$，解得$CD=4$，$\therefore BC=BD+CD=6$，

由余弦定理得$\cos B=\dfrac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=-\dfrac{1}{4}$，$\therefore \sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$，

因此，ΔABD 的面积为 $S_{\Delta ABD}=\frac{1}{2}AB\cdot BD\sin B=\sqrt{15}$.

故选：**B.**

【点睛】

本题考查三角形面积的计算，涉及正弦定理和余弦定理以及三角形面积公式的应用，考查计算能力，属于中等题.

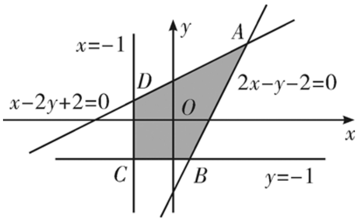
6、**B**

【解析】

作出该不等式组表示的平面区域，如下图中阴影部分所示，

设 $z=2x-3y$ ，则 $y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}z$ ，易知当直线 $y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}z$ 经过点 D 时，z 取得最小值，

由 $\begin{cases}x=-1\\x-2y+2=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=-1\\y=\frac{1}{2}\end{cases}$ ，所以 $D(-1,\frac{1}{2})$，所以 $z_{\min}=2\times(-1)-3\times\frac{1}{2}=-\frac{7}{2}$，故选 **B.**



7、**A**

【解析】

根据[x]的定义先作出函数 f（x）的图象，利用函数与方程的关系转化为 f（x）与 g（x）=ax 有三个不同的交点，利用数形结合进行求解即可.

【详解】

当 $0\le x<1$ 时，$[x]=0$，

当 $1\le x<2$ 时，$[x]=1$，

当 $2\le x<3$ 时，$[x]=2$，

当 $3\le x<4$ 时，$[x]=3$，

若 $f(x)-ax=0$ 有且仅有 **3** 个零点，

则等价为 $f(x)=ax$ 有且仅有 **3** 个根，

即 $f(x)$ 与 $g(x)=ax$ 有三个不同的交点，

作出函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象如图，

当 a=1 时，$g(x)=x$ 与 $f(x)$ 有无数多个交点，

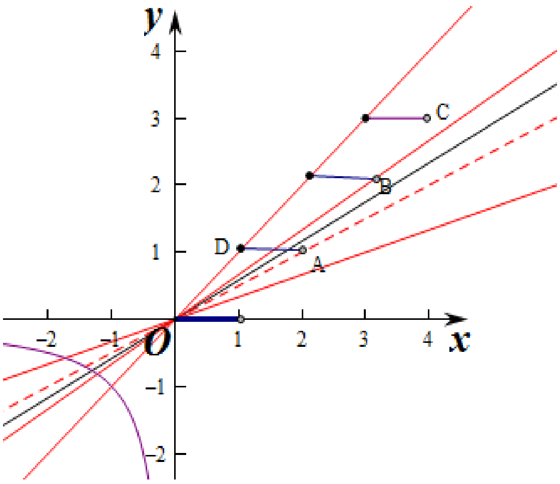
当直线 $g(x)$ 经过点 $A(2,1)$ 时，即 $g(2)=2a=1$，$a=\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 与 $g(x)$ 有两个交点，

当直线 $g(x)$ 经过点 $B(3,2)$ 时，即 $g(3)=3a=2$，$a=\frac{2}{3}$ 时，$f(x)$ 与 $g(x)$ 有三个交点，

要使 $f(x)$ 与 $g(x)=ax$ 有三个不同的交点，则直线 $g(x)$ 处在过 $y=\frac{1}{2}x$ 和 $y=\frac{2}{3}x$ 之间，

即 $\frac{1}{2}<a\le\frac{2}{3}$，

故选：A．



【点睛】

利用函数零点的情况求参数值或取值范围的方法

(1)直接法：直接根据题设条件构建关于参数的不等式，再通过解不等式确定参数的范围；　(2)分离参数法：先将参数分离，转化成求函数的值域(最值)问题加以解决；

(3)数形结合法：先对解析式变形，在同一平面直角坐标系中，画出函数的图象，然后数形结合求解.

8、C

【解析】

设 $z=a+bi$,则 $\overline{z}=a-bi$,利用 $z-\overline{z}=0$ 和 $z\cdot\overline{z}=9$ 求得 a,b 即可.

【详解】

设 $z=a+bi$,则 $\overline{z}=a-bi$,

因为 $z-\overline{z}=0$,则 $(a+bi)-(a-bi)=2bi=0$,所以 $b=0$,

又 $z\cdot\overline{z}=9$,即 $a^2=9$,所以 $a=\pm3$,

所以 $z=\pm3$,

故选:C

【点睛】

本题考查复数的乘法法则的应用,考查共轭复数的应用.

9、**C**

【解析】

先将甲、乙两人看作一个整体，当作一个元素，再将这四个元素分成 **3** 个部分，每一个部分至少一个，再将这 **3** 部分分配到 **3** 个不同的路口，根据分步计数原理可得选项.

【详解】

把甲、乙两名交警看作一个整体，5个人变成了 **4** 个元素，再把这 **4** 个元素分成 **3** 部分，每部分至少有 **1** 个人，共有 C_4^2 种方法，再把这 **3** 部分分到 **3** 个不同的路口，有 A_3^3 种方法，由分步计数原理，共有 $C_4^2\cdot A_3^3=36$ 种方案。

故选：**C.**

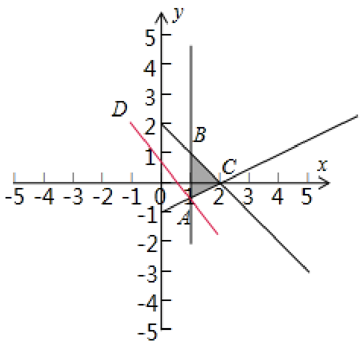
【点睛】

本题主要考查排列与组合,常常运用捆绑法，插空法，先分组后分配等一些基本思想和方法解决问题，属于中档题.

10、**B**

【解析】

作出不等式组对应的平面区域，目标函数 $z=\dfrac{y-2}{x+1}$ 的几何意义为动点 $M\left(x,y\right)$ 到定点 $D\left(-1,2\right)$ 的斜率，利用数形结合即可得到 z 的最小值.



【详解】

解：作出不等式组对应的平面区域如图：

目标函数 $z=\dfrac{y-2}{x+1}$ 的几何意义为动点 $M\left(x,y\right)$ 到定点 $D\left(-1,2\right)$ 的斜率，

当 M 位于 $A\left(1,-\dfrac{1}{2}\right)$ 时，此时 DA 的斜率最小，此时 $z_{min}=\dfrac{-\dfrac{1}{2}-2}{1+1}=-\dfrac{5}{4}$.

故选 **B.**

【点睛】

本题主要考查线性规划的应用以及两点之间的斜率公式的计算，利用 z 的几何意义，通过数形结合是解决本题的关键.