第五章 三角函数

5.4.2 正弦函数、余弦函数的性质

一、激趣导入

阅读课本201-205页，思考并完成以下问题

1. 周期函数、周期、最小正周期等的含义?

2. 怎样判断三角函数的周期性和奇偶性?

3. 通过正弦曲线和余弦曲线得到正弦函数、余弦函数的哪些性质?

要求：学生独立完成，以小组为单位，组内可商量，最终选出代表回答问题。

课程目标

1. 了解周期函数与最小正周期的意义;

2. 了解三角函数的周期性和奇偶性;

3. 会利用周期性定义和诱导公式求简单三角函数的周期;

4. 借助图象直观理解正、余弦函数在[0,2π]上的性质(单调性、最值、图象与x轴的交点等);

5. 能利用性质解决一些简单问题.

数学学科素养

1.数学抽象：理解周期函数、周期、最小正周期等的含义；

2.逻辑推理： 求正弦、余弦形函数的单调区间；

3.数学运算：利用性质求周期、比较大小、最值、值域及判断奇偶性.

4.数学建模：让学生借助数形结合的思想，通过图像探究正、余弦函数的性质.

二、自主学习

1. 了解周期函数与最小正周期的意义;
2. 了解三角函数的周期性和奇偶性;
3. 会利用周期性定义和诱导公式求简单三角函数的周期;
4. 借助图象直观理解正、余弦函数在[0,2π]上的性质(单调性、最值、图象与x轴的交点等)

三、探究展示

1. 函数的周期性

(1)对于函数f(x),如果存在一个__非零常数T__,使得当x取定义域内的__每一个__值时,都有__f(x+T)=f(x)__,那么函数f(x)就叫做周期函数,__非零常数T__叫做这个函数的周期.

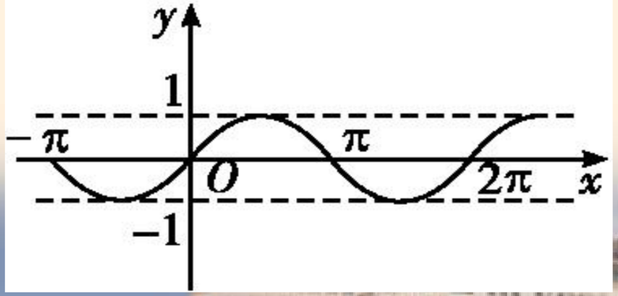
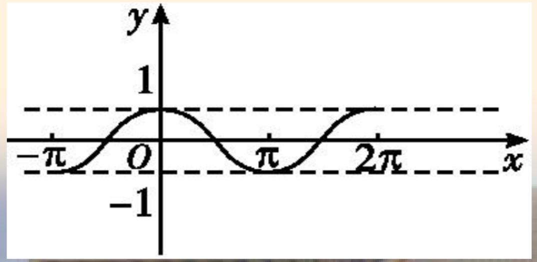
(2)如果在周期函数f(x)的所有周期中存在一个__最小的正数__,那么这个__最小正数__就叫做f(x)的最小正周期.

(3)记f(x)=sin x,则由sin(2kπ+x)=sin x(k∈Z),得f(x+2kπ)=f(x)对于每一个非零常数2kπ(k∈Z)都成立,余弦函数同理也是这样,所以正弦函数、余弦函数都是周期函数,__2kπ(k∈Z且k≠0)__都是它们的周期,最小正周期为__2π__.

探究1:是不是所有的周期函数都有最小正周期?

提示:并非所有周期函数都有最小正周期.例如,对于常数函数$f(x)=c$(c为常数,$x\in R$),所有非零实数T都是它的周期,最小正数不存在,所以常数函数没有最小正周期.

2.正、余弦函数的性质

函数名称 图象与性质	$y=\sin x$	$y=\cos x$
图象		

定义域	R	R
值域	[-1,1]	[-1,1]
周期性	最小正周期为 2π	最小正周期为 2π
奇偶性	奇 函数	偶 函数
单调性	在$[2k\pi-\frac{\pi}{2}, 2k\pi+\frac{\pi}{2}]$(k∈Z)上 递增； 在$[2k\pi+\frac{\pi}{2}, 2k\pi+\frac{3\pi}{2}]$(k∈Z)上 递减	在$[2k\pi-\pi, 2k\pi]$(k∈Z)上 递增； 在$[2k\pi, 2k\pi+\pi]$(k∈Z)上 递减
对称轴	$x=k\pi+\frac{\pi}{2}$(k∈Z)	$x=k\pi$(k∈Z)

对称中心　$(k\pi, 0)\ (k\in Z)$　$\left(k\pi+\frac{\pi}{2}\right.$

$2k\pi+\frac{\pi}{2}\ (k\in Z)$

$2k\pi\ (k\in Z)$

$2k\pi-\frac{\pi}{2}\ (k\in Z)$

$2k\pi+\pi\ (k\in Z)$

探究2:正弦函数(余弦函数)是不是定义域上的单调函数?

提示:正弦函数(余弦函数)在其定义域上不是单调函数.

探究3:正弦曲线(余弦曲线)的对称中心一定是正弦曲线(余弦曲线)与x轴的交点吗?

提示:是.

题型一　正、余弦函数的周期性

【例1】 求下列三角函数的最小正周期:

(1) $y=3\cos x, x\in R$;　　(2) $y=\sin 2x, x\in R$;

(3) $y=2\sin(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{6}$

解析:(1)因为3cos(x+2π)=3cos x,所以由周期函数的定义知,y=3cos x的最小正周期为2π.

(2)因为sin2(x+π)=sin(2x+2π)=sin2x,所以由周期函数的定义知,y=sin2x的最小正周期为π.

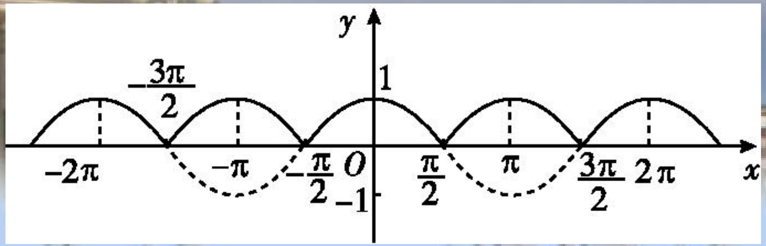
(3)因为

$$\sin\left[\frac{1}{2}(x+4\pi)-\frac{\pi}{6}\right]=\sin\left(\frac{x}{2}+2\pi-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$y=2\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{6}\right)$$

(4)y=|cos x|的图象如图(实线部分)所示.

由图象可知,y=|cos x|的最小正周期为π.



解题方法（求函数最小正周期的常用方法）

(1)定义法，即利用周期函数的定义求解.

(2)公式法，对形如 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 或 $y=A\cos(\omega x+\varphi)$($A$，$\omega$，$\varphi$ 是常数，$A\neq0$，$\omega\neq0$)的函数，$T=\dfrac{2\pi}{|\omega|}$.

(3)图象法，即通过画出函数图象，通过图象直接观察即可.

三种方法各有所长，要根据函数式的结构特征，选择适当的方法求解.