上海市普陀区2023-2024学年八年级上学期期末数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．下列二次根式中，如果与$\sqrt{2a}$是同类二次根式，那么这个根式是（　　）

A．$\sqrt{3a}$　　B．$\sqrt{2a^2}$　　C．$\sqrt{16a}$　　D．$\sqrt{8a}$

2．$\sqrt{5m+n}$的有理化因式是（　　）

A．$\sqrt{5m}+\sqrt{n}$　　B．$\sqrt{5m+n}$　　C．$\sqrt{5m}-\sqrt{n}$　　D．$\sqrt{5m-n}$

3．下列函数中，y的值随x的值增大而减小的是（　　）

A．$y=5x$　　B．$y=\frac{5}{x}$　　C．$y=-5x$　　D．$y=-\frac{5}{x}$

4．在下列关于x的一元二次方程中，一定有两个不相等的实数根是（　　）

A．$x^2-3x-1=0$　B．$3x^2-x+1=0$　　C．$x^2+3=0$　　D．$x^2-4x+4=0$

5．下列命题的逆命题是假命题的是（　　）

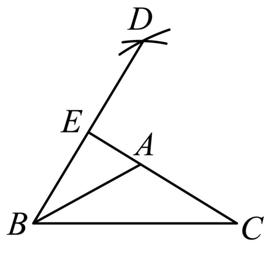
A．如果一个三角形是轴对称图形，那么这个三角形是等边三角形

B．如果两个三角形关于某个点成中心对称，那么这两个三角形全等

C．如果一个三角形的两个锐角的和为$90°$，那么这个三角形是直角三角形

D．如果两个三角形能够互相重合，那么这两个三角形是全等三角形

6．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle BAC$是钝角，以点C为圆心、CB的长为半径画弧，再以点A为圆心、AB的长为半径画弧，这两条弧相交于点D，连接BD，延长CA交BD于点E.下列结论中一定正确的是（　　）



A．$BC=BD$　　B．$2AE=AB$

C．$BE=DE$　　D．$\angle ABD=\angle ABC$

二、填空题

7．化简：$\sqrt{\frac{a^3}{9}}=$________.

8．方程 $2x^2-x=0$ 的根是______.

9．函数 $y=\sqrt{3x+4}$ 的定义域是________.

10．已知函数 $f(x)=\dfrac{x+4}{2x-1}$，那么 $f(2)=$________.

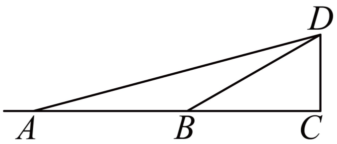
11．在实数范围内分解因式：$x^2-\sqrt{5}x+1=$________.

12．如果反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$（k 是常数，$k\neq 0$）的图像位于第二、四象限，那么 $k=$________.（只需写一个数值）

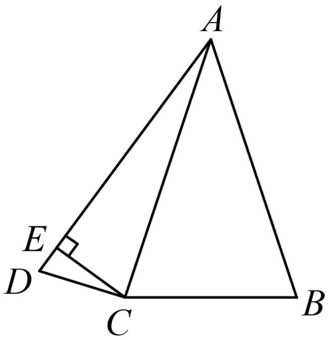
13．某种商品原价为100元，经过连续两次的降价后，价格变为81元，如果每次降价的百分率是一样的，那么每次降价的百分率是_____

14．已知 M 、 N 是两个定点，那么经过这两个定点的圆的圆心轨迹是________.

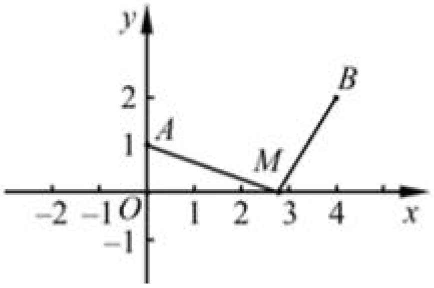
15．如图，为了测量塔 CD 的高度，现选取两个测量点 A 和 B（点 A、B、C 在一条直线上），测得 $\angle CAD=15°$， $\angle CBD=30°$．如果 $AB=a$，那么塔高 $CD=$________（结果用含字母 a 的代数式表示）.



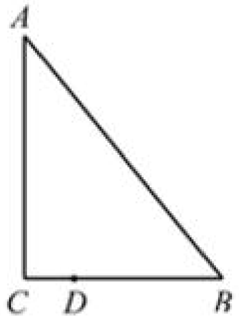
16．如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB=AC$， $CE\perp AD$，垂足为点 E．如果 $CE=\dfrac{1}{2}BC$，$\angle CAD=18°$，那么 $\angle B=$________°.



17．小明求代数式 $\sqrt{x^2+1}+\sqrt{(x-4)^2+4}$ 的最小值时，采用如下方法：如图，在同一直角坐标平面内，设 $M(x,0)$ 为 x 轴上的一个动点，选取点 $A(0,1)$ 和 $B(4,2)$，根据两点的距离公式得 $AM=\sqrt{x^2+1}$， $BM=\sqrt{(x-4)^2+4}$，通过构造，将求代数式的最小值转化为求 $AM+BM$ 的最小值，由此小明求出 $\sqrt{x^2+1}+\sqrt{(x-4)^2+4}$ 的最小值等于________.



18．如图，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$AC=2\sqrt{6}$，$AB=2\sqrt{10}$，点D在边BC上，且$CD=\frac{1}{3}BD$．现将$\triangle ABC$绕着点D旋转得到$\triangle A_1B_1C_1$，点A_1、B_1、C_1分别与点A、B、C对应，连接AA_1．如果点C_1在线段AD的延长线上，那么$AA_1=$________．



三、解答题

19．计算：$\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}-\frac{2}{2-\sqrt{3}}$．

20．解方程：$\frac{x\left(x-4\right)}{2}=x+8$．

21．现有两段长度相等的路面需要摊铺，分别交给甲乙两队完成．甲队摊铺路面的长度 y（米）与摊铺时间 x（小时）的函数关系的图象如图 6 所示；乙队摊铺路面的长度 y（米）与摊铺时间 x（小时）的函数解析式是 $y=10x\left(0\le x\le 10\right)$．结合图象提供的信息，回答下列问题：

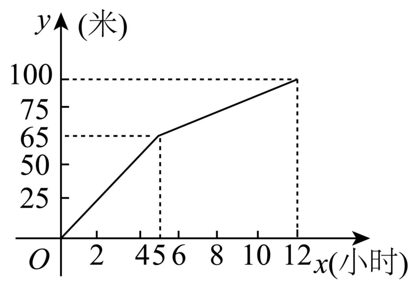


图6

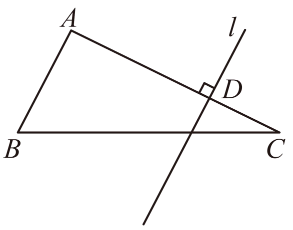
(1)甲队摊铺的路面总长是________米；

(2)在图 6 中画出乙队摊铺路面的长度 y（米）与摊铺时间 x（小时）的函数关系的图象；

(3)当甲队的工作效率发生变化的这个时刻，乙队摊铺路面的长度是________米；

(4)甲队的平均工作效率是每小时________米．

22．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$BC=\sqrt{5}AB$，直线 $l\perp AC$，垂足为点 D．

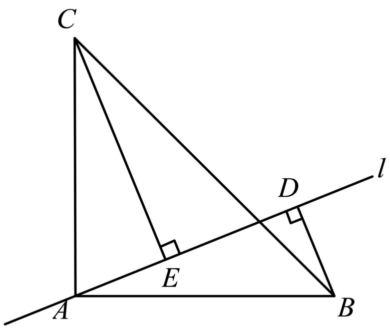


(1)如果点 E 在直线 l 上，且点 E 到 $\angle BAC$ 两边的距离相等，试用直尺和圆规作出满足上

述条件的点E（不写作法，仅保留作图痕迹，在图中清楚地标注出点E）；

(2)在第（1）题的条件下，连接接BE和CE，如果$\frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle ACE}}=\frac{1}{2}$，请判断$\triangle ABC$的形状，并说明理由．

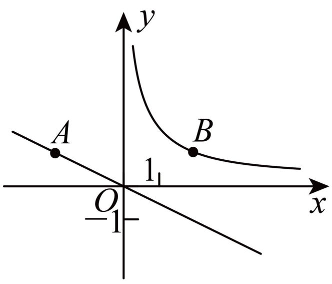
23．已知：如图，在$\triangle ABC$中，点A在边BC的垂直平分线上，直线l经过点A，BD、CE分别垂直于直线l，垂足分别为点D、E，且$BD=AE$．



(1)求证：$\triangle ABD\cong\triangle CAE$．

(2)取边BC的中点F，连接EF，求证：EF平分$\angle DEC$．

24．如图，在平面直角坐标系xOy中，正比例函数$y=-\frac{1}{2}x$的图像经过点$A(-2,m)$，点A与点B关于y轴对称，且点B在反比例函数$y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$的图像上．



(1)求m的值和反比例函数的解析式；

(2)设P是直线$y=-\frac{1}{2}x$上的一动点．当线段BP最短时，求$\triangle ABP$的面积．

25．【图形新发现】小普同学发现：如果一个三角形的一条角平分线与一条中线互相垂直，那么这个三角形的某两条边必有倍半关系．

如图1，已知在$\triangle ABC$中，BD是$\triangle ABC$的角平分线，AE是$\triangle ABC$的中线，$AE\perp BD$，垂足为点F．

（1）根据图1，写出$\triangle ABC$中小普同学所发现的结论，并给出证明；

【图形再探究】现将小普同学所研究的三角形称为“线垂”三角形，并将被这条内角平分线所平分的内角叫做“分角”．下面我们跟着小普同学再探究：

（2）在如图1中，“线垂”三角形ABC是否可以是直角三角形？如果可以，求$\angle DBC$的度数；如果不可以，请说明理由；

（3）已知线段MN，是否存在一点P，使得以MN为一边的“线垂”三角形PMN为等腰三角形？如果存在，请在图2中用直尺和圆规做出$\angle PMN$为“分角”的“线垂”等腰三角形PMN（不写作法，仅保留作图痕迹，在图中清楚地标注出点P），并用文字语言归纳表述成一条与“线垂”等腰三角形的边或角有关的真命题；如果不存在，请说明理由．

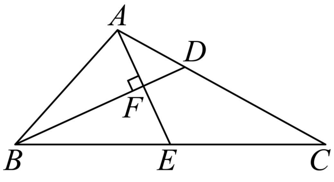


图1

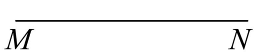
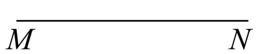


图2



备用图

参考答案：

1．D

【分析】本题考查的是同类二次根式，“把几个二次根式化为最简二次根式后，如果它们的被开方数相同，就把这几个二次根式叫做同类二次根式”．先把各个二次根式化简，根据同类二次根式的概念判断即可．

【详解】解：A、$\sqrt{3a}$与$\sqrt{2a}$不是同类二次根式，故A错误；

B、$\sqrt{2a^2}=\sqrt{2}a$与$\sqrt{2a}$不是同类二次根式，故B错误；

C、$\sqrt{16a}=4\sqrt{a}$与$\sqrt{2a}$不是同类二次根式，故C错误；

D、$\sqrt{8a}=2\sqrt{2a}$与$\sqrt{2a}$是同类二次根式，故D正确；

故选：D．

2．B

【分析】本题主要考查了有理化因式，熟练掌握有理化因式的定义是解题的关键．

根据有理化因式的定义“两个根式相乘的积不含根号”即可解答．

【详解】解：∵ $\sqrt{5m+n}\cdot\sqrt{5m+n}=5m+n$，

∴ $\sqrt{5m+n}$的有理化因式是$\sqrt{5m+n}$．

故选：B．

3．C

【分析】本题考查正比例函数和反比例函数的性质，解题的关键是掌握正比例函数和反比例函数的性质．由正比例函数与反比例函数的图像和性质知，$y=kx\left(k\neq 0\right)$，$k>0$时，y随x的增大而增大，反之y随x的增大而减小；$y=\dfrac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$中应在每个象限内讨论增减性．

【详解】解：A、$y=5x$中，$\because 5>0$，$\therefore y$随x的增大而增大；

C、$y=-5x$，$\because -5<0$，$\therefore y$随x增大而减小；

B、$y=\dfrac{5}{x}$和D、$y=-\dfrac{5}{x}$，应在每个象限内讨论，在整个实数范围内无法判断其增减性．

故选：C．

4．A

【分析】本题考查了一元二次方程根的判别式，掌握根的判别式与方程根的关系是解题的关键．用根的判别式判断即可，若方程有两个不相等的实数根，则需$\Delta=b^2-4ac>0$．

【详解】解：A、$x^2-3x-1=0$，∵$\Delta=(-3)^2-4\times1\times(-1)=13>0$，∴方程有两个不相等的实数根；

B、$3x^2-x+1=0$，∵$\Delta=(-1)^2-4\times3\times1=-11<0$，∴方程无实数根；

C、$x^2+3=0$，∵$\Delta=0^2-4\times1\times3=-12<0$，∴方程无实数根；

D、$x^2-4x+4=0$，∵$\Delta=(-4)^2-4\times1\times4=0$，∴方程实有两个相等的实数根；

故选：A．

5．B

【分析】本题考查了互逆命题及真假命题的判断，熟练掌握直角三角形，等边三角形及全等三角形等知识是解题的关键．把一个命题的条件和结论互换就得到它的逆命题，再分析逆命题是否为真命题，即可求解．

【详解】A、逆命题：如果一个三角形是等边三角形，那么这个三角形是轴对称图形，正确，为真命题；

B、逆命题：如果两个三角形全等，那么这两个三角形关于某个点成中心对称，错误，为假命题；

C、逆命题：如果一个三角形是直角三角形，那么这个三角形的两个锐角的和为90°，正确，为真命题；

D、逆命题：如果两个三角形是全等三角形，那么这两个三角形能够互相重合，正确，为真命题．

故选：B．

6．C

【分析】本题主要考查了尺规作图、垂直平分线的判定与性质等知识点，掌握5种基本作图是解决问题的关键．

根据作图过程可得$AD=AB$，$CD=CB$，则根据线段垂直平分线的性质定理的逆定理可判断AC垂直平分BD，进而即可得到答案

【详解】解：由作法得$AD=AB$，$CD=CB$，

∴AC垂直平分BD，

∴$BE=DE$．

故选：C．

7． $\frac{a}{3}\sqrt{a}$

【分析】根据题意知$a\geq 0$，然后根据平方根的 性质化简．

本题考查的是二次根式的化简，熟练掌握二次根式性质，是解答此题的关键．

【详解】由$\sqrt{\frac{a^3}{9}}$知，$a^3\geqslant 0$，

$\therefore a\geq 0$，

$\therefore \sqrt{\frac{a^3}{9}}=\sqrt{\frac{a^2a}{3^2}}=\sqrt{\frac{a^2}{3^2}}\sqrt{a}=\frac{a}{3}\sqrt{a}$．

故答案为：$\frac{a}{3}\sqrt{a}$．

8．$x_1=\frac{1}{2}$, $x_2=0$

【分析】利用因式分解法解方程即可.

【详解】$2x^2-x=0$，

x（2x-1）=0，

x=0 或 2x-1=0，

$\therefore x_1=\frac{1}{2}$，　$x_2=0$.

故答案为 $x_1=\frac{1}{2}$，　$x_2=0$.

【点睛】本题考查了一元二次方程的解法-因式分解法，熟练运用因式分解法将方程化为 x（2x-1）=0 是解决问题的关键.

9． $x\geq -\frac{4}{3}$

【分析】本题主要考查自变量的取值范围，函数自变量的范围一般从三个方面考虑：当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负；根据二次根式的意义，被开方数是非负数，得出$3x+4\geq 0$，求解即可，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键．

【详解】解：由题意得：$3x+4\geq 0$，

解得：$x\geq -\frac{4}{3}$，

$\therefore$函数$y=\sqrt{3x+4}$的定义域是$x\geq -\frac{4}{3}$，