2020年上海市普陀区中考数学二模试卷

一．选择题（共6小题）

1．下列计算中，正确的是（　　）

A．$-2^2=4$　　B．$16^{\frac{1}{2}}=8$　　C．$3^{-1}=-3$　　D．$(\frac{1}{2})^{-2}=4$

2．下列二次根式中，与$\sqrt{2a}$（$a>0$）属同类二次根式的是（　　）

A．$\sqrt{2a^2}$　　B．$\sqrt{4a}$　　C．$\sqrt{8a^3}$　　D．$\sqrt{4a^2}$

3．关于函数$y=-\frac{2}{x}$，下列说法中错误的是（　　）

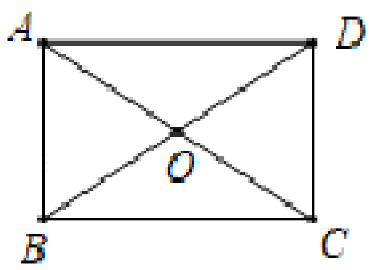
A．函数的图象在第二、四象限

B．y的值随x的值增大而增大

C．函数的图象与坐标轴没有交点

D．函数的图象关于原点对称

4．如图，矩形$ABCD$中，对角线AC、BD交于点O，如果$OB=4$，$\angle AOB=60°$，那么矩形$ABCD$的面积等于（　　）



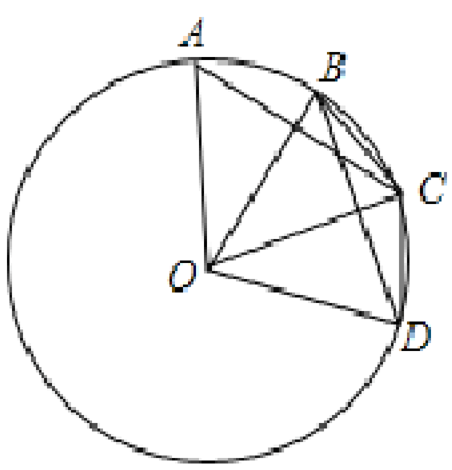
A．8　　B．16　　C．$8\sqrt{3}$　　D．$16\sqrt{3}$

5．一个事件的概率不可能是（　　）

A．1.5　　B．1　　C．0.5　　D．0

6．如图，已知A、B、C、D四点都在⊙O上，$OB\perp AC$，$BC=CD$，在下列四个说法中，

①$\overset{\frown}{AC}=2\overset{\frown}{CD}$；②$AC=2CD$；③$OC\perp BD$；④$\angle AOD=3\angle BOC$，正确的个数是（　　）



A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

二．填空题（共 **12** 小题）

7．计算：$a\cdot(3a)^2=$________．

8．函数 $y=\dfrac{1}{x+1}$ 的定义域是________．

9．方程 $\sqrt{5x}=-x$ 的解是________．

10．已知一个样本 1、3、2、5、x 的平均数是 3，那么 $x=$________．

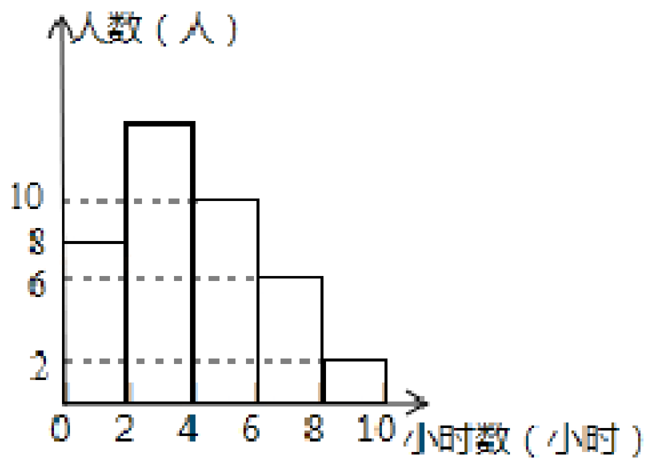
11．如果把二次方程 $x^2-xy-2y^2=0$ 化成两个一次方程，那么所得的两个一次方程分别是________．

12．已知一件商品的进价为 a 元，超市标价 b 元出售，后因季节原因超市将此商品打八折促销，如果促销后这件商品还有盈利，那么此时每件商品盈利________元．（用含有 a、b 的代数式表示）

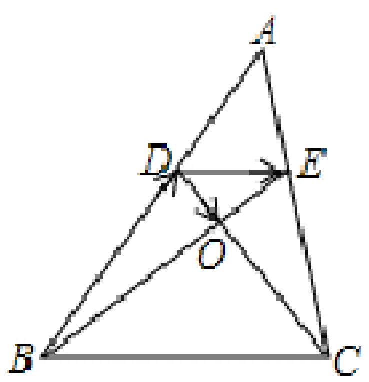
13．如果关于 x 的方程 $(x-2)^2=m-1$ 没有实数根，那么 m 的取值范围是________．

14．已知正方形的半径是 4，那么这个正方形的边心距是________．

15．今年 3 月，上海市开展了在线学习，同时号召同学们在家要坚持体育锻炼，已知某班学生一周内在家锻炼时间的频数分布直方图如图所示．如果锻炼时间在 0﹣2 小时的学生的频率是 20%，那么锻炼时间在 4﹣6 小时的学生的频率是________．



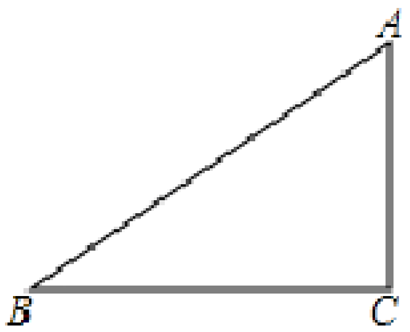
16．如图，已知△ABC 中，点 D、E 分别在边 AB、AC 上，$DE\parallel BC$，DC、BE 交于点 O，$AB=3AD$，设 $\overrightarrow{BD}=\vec{a}$，$\overrightarrow{DE}=\vec{b}$，那么向量 $\overrightarrow{DO}$ 用向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示是________．



17．将正比例函数 $y=kx$（k 是常数，$k\neq0$）的图象，沿着 y 轴的一个方向平移 $|k|$ 个单位后与 x 轴、y 轴围成一个三角形，我们称这个三角形为正比例函数 $y=kx$ 的坐标轴三角形，如果一个正比例函数的图象经过第一、三象限，且它的坐标轴三角形的面积为 5，那么这个

正比例函数的解析式是_______.

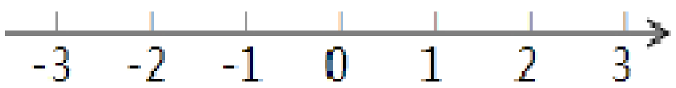
18．如图，在Rt△*ABC*中，∠*ACB*＝90°，*AC*＝6，cot*B*＝$\frac{4}{3}$，点*P*为边*AB*上一点，将△*BPC*沿着*PC*翻折得到△*B*′*PC*，*B*′*C*与边*AB*的交于点*D*，如果△*B*′*PD*恰好为直角三角形，那么*BP*＝_______.



三．解答题（共7小题）

19．先化简，再求值：$\frac{x}{x+1}-\frac{1}{x^2-1}\div\frac{x-1}{x^2-2x+1}$，其中$x=\sqrt{3}+1$.

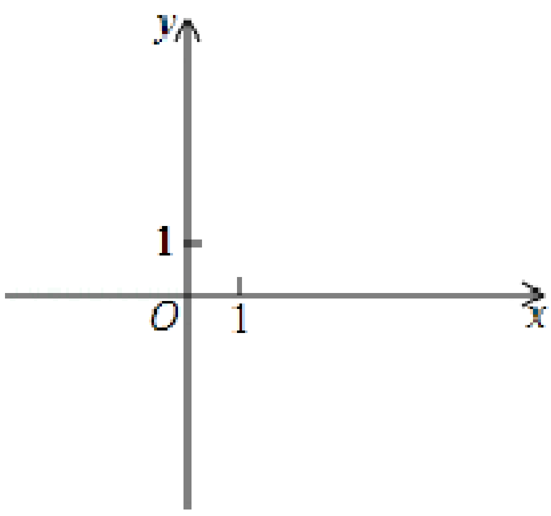
20．解不等式组：$\begin{cases}3(x-2)\leqslant 8-(x+6)\\ \frac{x+1}{2}<\frac{2x-1}{3}+1\end{cases}$，并把解集在数轴上表示出来.



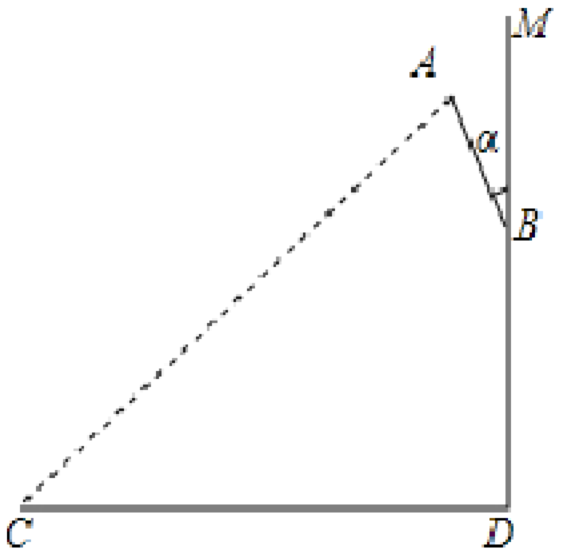
21．在平面直角坐标系*xOy*中（如图），已知一次函数$y=2x+m$与$y=-\frac{1}{2}x+n$的图象都经过点*A*（﹣2，0），且分别与*y*轴交于点*B*和点*C*.

（1）求*B*、*C*两点的坐标；

（2）设点*D*在直线$y=-\frac{1}{2}x+n$上，且在*y*轴右侧，当△*ABD*的面积为15时，求点*D*的坐标.



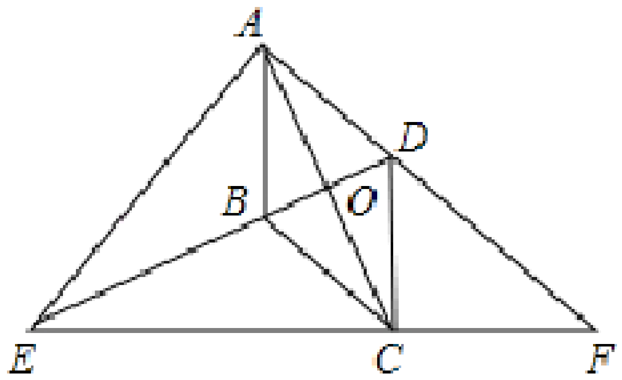
22．一块显示屏斜挂在展示厅的墙面上，如图是显示屏挂在墙面*MD*的正侧面示意图，其中*AB*表示显示屏的宽，*AB*与墙面*MD*的夹角α的正切值为$\frac{2}{5}$，在地面*C*处测得显示屏顶部*A*的仰角为45°，屏幕底部*B*与地面*CD*的距离为2米，如果*C*处与墙面之间的水平距离*CD*为3.4米，求显示屏的宽*AB*的长.（结果保留根号）



23．已知：如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O，点 E 是 DB 延长线上的一点，且 $EA=EC$，分别延长 AD、EC 交于点 F．

（1）求证：四边形 $ABCD$ 为菱形；

（2）如果 $\angle AEC=2\angle BAC$，求证：$EC \cdot CF=AF \cdot AD$．

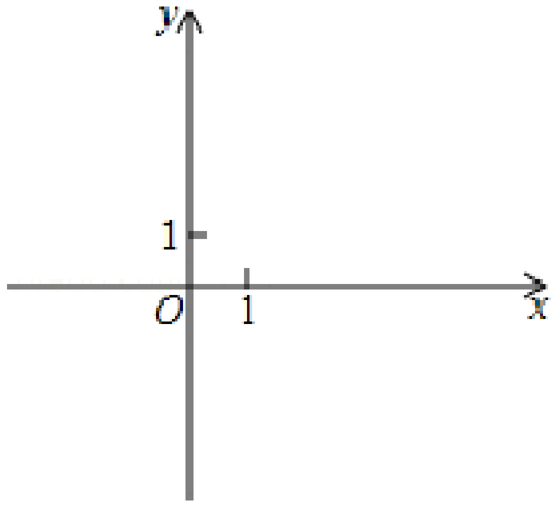


24．在平面直角坐标系 xOy 中（如图），已知点 A 在 x 轴的正半轴上，且与原点的距离为 3，抛物线 $y=ax^2-4ax+3$（$a\neq 0$）经过点 A，其顶点为 C，直线 $y=1$ 与 y 轴交于点 B，与抛物线交于点 D（在其对称轴右侧），联结 BC、CD．

（1）求抛物线的表达式及点 C 的坐标；

（2）点 P 是 y 轴的负半轴上的一点，如果△PBC 与△BCD 相似，且相似比不为 1，求点 P 的坐标；

（3）将∠CBD 绕着点 B 逆时针方向旋转，使射线 BC 经过点 A，另一边与抛物线交于点 E（点 E 在对称轴的右侧），求点 E 的坐标．

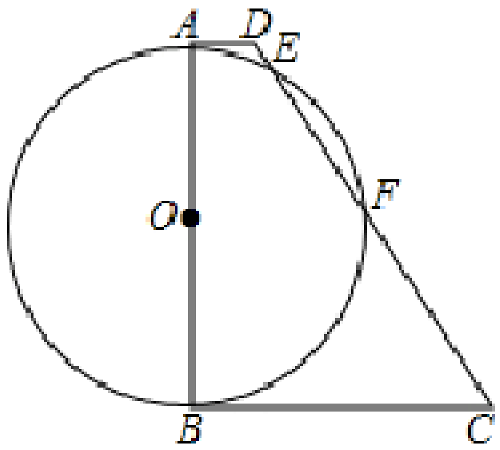


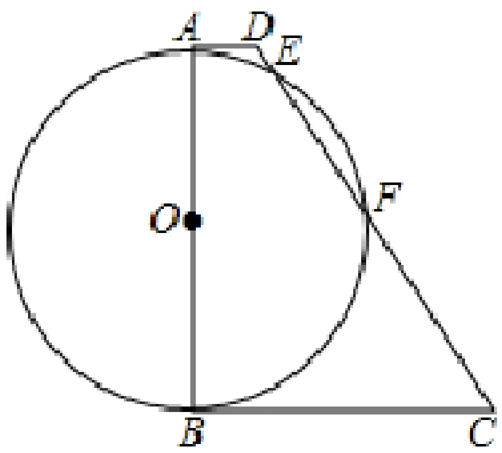
25．如图，已知在四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle ABC=90°$，以 AB 为直径的⊙O 交边 DC 于 E、F 两点，$AD=1$，$BC=5$，设⊙O 的半径长为 r．

（1）联结 OF，当 $OF // BC$ 时，求⊙O 的半径长；

（2）过点 O 作 $OH \perp EF$，垂足为点 H，设 $OH = y$，试用 r 的代数式表示 y；

（3）设点 G 为 DC 的中点，联结 OG、OD，△ODG 是否能成为等腰三角形？如果能，试求出 r 的值；如不能，试说明理由.





备用图

参考答案与试题解析

一．选择题（共 **6** 小题）

1．下列计算中，正确的是（　　）

A．$-2^2=4$　　B．$16^{\frac{1}{2}}=8$　　C．$3^{-1}=-3$　　D．$(\frac{1}{2})^{-2}=4$

【分析】根据分数指数幂、负整数指数幂计算，判断即可．

【解答】解：*A*、$-2^2=-4$，本选项计算错误；

B、$16^{\frac{1}{2}}=\sqrt{16}=4$，本选项计算错误；

C、$3^{-1}=\frac{1}{3}$，本选项计算错误；

D、$(\frac{1}{2})^{-2}=\frac{1}{(\frac{1}{2})^2}=4$，本选项计算正确；

故选：*D*．

2．下列二次根式中，与$\sqrt{2a}$（$a>0$）属同类二次根式的是（　　）

A．$\sqrt{2a^2}$　　B．$\sqrt{4a}$　　C．$\sqrt{8a^3}$　　D．$\sqrt{4a^2}$

【分析】先化简，再根据同类二次根式的定义解答．

【解答】解：*A*.$\sqrt{2a^2}=\sqrt{2}a$，与$\sqrt{2a}$的被开方数不同，则它们不是同类二次根式，故本选项不合题意；

B.$\sqrt{4a}=2\sqrt{a}$，与$\sqrt{2a}$的被开方数不同，则它们不是同类二次根式，故本选项不合题意；

C.$\sqrt{8a^3}=2a\sqrt{2a}$，与$\sqrt{2a}$的被开方数相同，则它们是同类二次根式，故本选项正确；

D.$\sqrt{4a^2}=2a$与$\sqrt{2a}$的被开方数不同，则它们不是同类二次根式，故本选项不合题意．

故选：*C*．

3．关于函数 $y=-\frac{2}{x}$，下列说法中错误的是（　　）

A．函数的图象在第二、四象限

B．y 的值随 x 的值增大而增大

C．函数的图象与坐标轴没有交点

D．函数的图象关于原点对称

【分析】根据题目中的函数解析式和反比例函数的性质，可以判断各个选项中的说法是否正确，从而可以解答本题．

【解答】解：∵函数 $y=-\frac{2}{x}$，

∴该函数的图象在第二、四象限，故选项 A 正确；

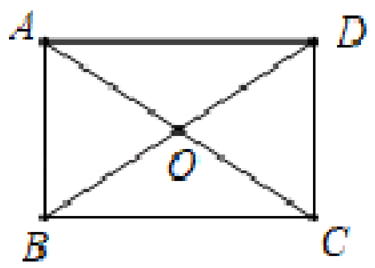
在每个象限内，y 随 x 的增大而增大，故选项 B 错误；

函数的图象与坐标轴没有交点，故选项 C 正确；

函数的图象关于原点对称，故选项 D 正确；

故选：B．

4．如图，矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC、BD 交于点 O，如果 $OB=4$，$\angle AOB=60°$，那么矩形 $ABCD$ 的面积等于（　　）



A．8　　B．16　　C．$8\sqrt{3}$　　D．$16\sqrt{3}$

【分析】由矩形的性质得出 $OA=BO$，证△AOB 是等边三角形，得出 $AB=OB=4$，由勾股定理求出 AD，即可求出矩形的面积．

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是矩形

∴$\angle BAD=90°$，$AO=CO=\frac{1}{2}AC$，$BO=DO=\frac{1}{2}BD$，$AC=BD=2OB=8$，

∴$OA=BO$，

∵$\angle AOB=60°$，

∴△AOB 是等边三角形，

∴$AB=OB=4$，

∴$AD=\sqrt{BD^2-AB^2}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$，

∴矩形 $ABCD$ 的面积 $=AB\times AD=4\times4\sqrt{3}=16\sqrt{3}$；

故选：D．

5．一个事件的概率不可能是（　　）

A．1.5　　B．1　　C．0.5　　D．0

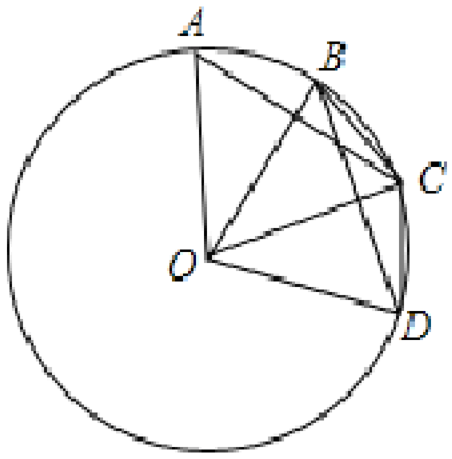
【分析】根据概率的知识，可以得到概率的最大与最小值，从而可以解答本题．

【解答】解：一个事件的概率最大是 1，最小是 0，故选项 A 错误，

故选：A．

6．如图，已知 A、B、C、D 四点都在⊙O 上，$OB\perp AC$，$BC=CD$，在下列四个说法中，

①$\overset{\frown}{AC}=2\overset{\frown}{CD}$；②$AC=2CD$；③$OC\perp BD$；④$\angle AOD=3\angle BOC$，正确的个数是（　　）



A．1 个　　　　　B．2 个　　　　　C．3 个　　　　　D．4 个

【分析】根据题意和垂径定理，可以得到 $AC=BD$，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$，然后即可判断各个小题中的结论是否正确，从而可以解答本题．

【解答】解：∵$OB\perp AC$，$BC=CD$，

∴$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$，

∴$\overset{\frown}{AC}=2\overset{\frown}{CD}$，故①正确；

$AC<AB+BC=BC+CD=2CD$，故②错误；

$OC\perp BD$，故③正确；

$\angle AOD=3\angle BOC$，故④正确；

故选：C．

二．填空题（共 **12** 小题）

7．计算：$a\bullet(3a)^2=$__$9a^3$__．

【分析】先根据积的乘方法则计算，再根据单项式乘以单项式法则计算．

【解答】解：原式$=a\bullet 9a^2=9a^3$，

故答案为：$9a^3$．

8．函数 $y=\dfrac{1}{x+1}$ 的定义域是__$x\neq-1$__．

【分析】根据分式的意义，分母不等于 0，可以求出 x 的范围．

【解答】解：根据题意得：$x+1\neq0$，

解得：$x\neq-1$．

故答案为 $x\neq-1$．

9．方程 $\sqrt{5x}=-x$ 的解是 $\underline{\quad x=0\quad}$．

【分析】先两边平方得到 $x^2-5x=0$，再把方程左边进行因式分解得到 $x(x-5)=0$，方程转化为两个一元一次方程：$x=0$ 或 $x-5=0$，即可得到原方程的解为 $x_1=0$，$x_2=5$，检验原方程的解为 $x=0$．

【解答】解：把方程 $\sqrt{5x}=-x$ 两边平方，得

$5x=x^2$，

$\therefore x^2-5x=0$，

$\therefore x(x-5)=0$，

$\therefore x=0$ 或 $x-5=0$，

$\therefore x_1=0$，$x_2=5$．

检验：把 $x_1=0$，$x_2=5$ 代入方程 $\sqrt{5x}=-x$，

可知 $x_1=0$ 是原方程的根，$x_2=5$ 是原方程的增根，

所以原方程的解为 $x=0$．

故答案为：$x=0$．

10．已知一个样本 1、3、2、5、x 的平均数是 3，那么 $x=\underline{\quad 4\quad}$．

【分析】根据一个样本 1、3、2、5、x 的平均数是 3，可以求得 x 的值，本题得以解决．

【解答】解：∵一个样本 1、3、2、5、x 的平均数是 3，

$\therefore (1+3+2+5+x)\div 5=3$，

解得，$x=4$，

故答案为：4．

11．如果把二次方程 $x^2-xy-2y^2=0$ 化成两个一次方程，那么所得的两个一次方程分别是 $\underline{\quad x-2y=0 \text{ 或 } x+y=0\quad}$．

【分析】由于二元二次方程 $x^2-xy-2y^2=0$ 进行因式分解可以变为 $(x-2y)(x+y)=0$，即可解决问题．

【解答】解：$\because x^2-xy-2y^2=0$，

$\therefore (x-2y)(x+y)=0$，

$\therefore x-2y=0$ 或 $x+y=0$．

故答案为：$x-2y=0$ 或 $x+y=0$

12．已知一件商品的进价为 a 元，超市标价 b 元出售，后因季节原因超市将此商品打八折促

销，如果促销后这件商品还有盈利，那么此时每件商品盈利__（$0.8b-a$）__元．（用含有a、b的代数式表示）

【分析】根据“标价×$\frac{折数}{10}$=售价”用代数式表示出售价，再根据“售价－进价=利润”用代数式表示盈利．

【解答】解：根据题意得，每件商品盈利（$0.8b-a$）元，

故答案为：（$0.8b-a$）．

13．如果关于x的方程$(x-2)^2=m-1$没有实数根，那么m的取值范围是__$m<1$__．

【分析】根据直接开平方法定义即可求得m的取值范围．

【解答】解：∵关于x的方程$(x-2)^2=m-1$没有实数根，

∴$m-1<0$，

解得$m<1$，

所以m的取值范围是$m<1$．

故答案为：$m<1$．

14．已知正方形的半径是4，那么这个正方形的边心距是__$2\sqrt{2}$__．

【分析】正方形的边心距就是正方形的中心到正方形的边的距离，利用边长的一半和边心距、半径围成直角三角形求解即可．

【解答】解：如图，根据正方形的性质知：△BOC是等腰直角三角形，

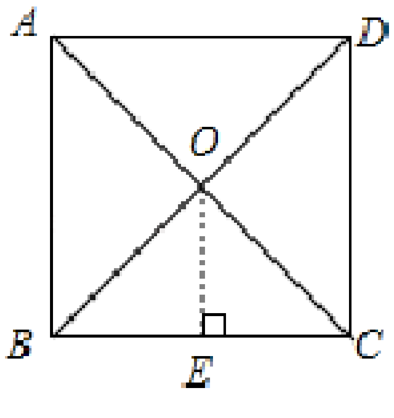
过O作$OE\perp BC$于E，

∵正方形的半径是4，

∴$BO=4$，

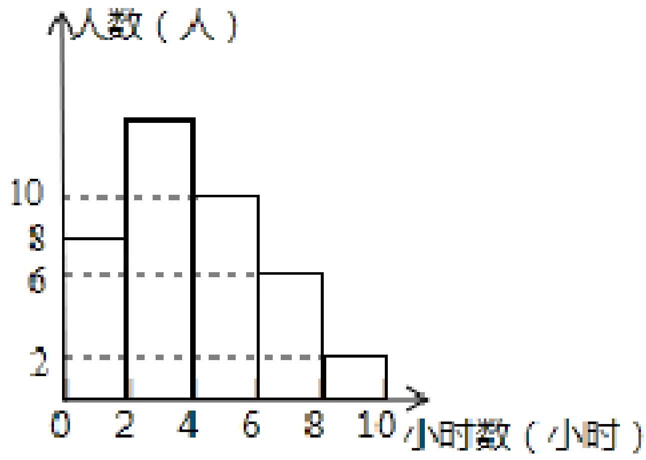
∴$OE=BE=\frac{\sqrt{2}}{2}BO=2\sqrt{2}$，

故答案为：$2\sqrt{2}$．



15．今年3月，上海市开展了在线学习，同时号召同学们在家要坚持体育锻炼，已知某班学生一周内在家锻炼时间的频数分布直方图如图所示．如果锻炼时间在0－2小时的学生的

频率是 20%，那么锻炼时间在 4﹣6 小时的学生的频率是<u> 0.25 </u>．



【分析】先由锻炼时间在 0﹣2 小时的学生的频率是 20%，人数为 8 求出被调查的总人数，再根据频率＝频数÷总人数可得答案．

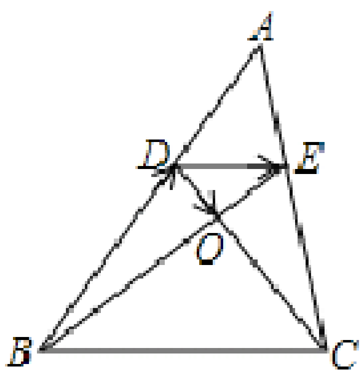
【解答】解：∵锻炼时间在 0﹣2 小时的学生的频率是 20%，人数为 8，

∴被调查的总人数为 8÷20%＝40（人），

则锻炼时间在 4﹣6 小时的学生的频率是 10÷40＝0.25，

故答案为：0.25．

16．如图，已知△ABC 中，点 D、E 分别在边 AB、AC 上，DE∥BC，DC、BE 交于点 O，AB＝3AD，设$\overrightarrow{BD}$＝$\vec{a}$，$\overrightarrow{DE}$＝$\vec{b}$，那么向量$\overrightarrow{DO}$用向量$\vec{a}$、$\vec{b}$表示是<u> $-\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}$ </u>．



【分析】利用平行线分线段成比例定理求出$\overrightarrow{BC}$，根据三角形法则求出$\overrightarrow{DC}$，证明 $DO=\frac{1}{4}DC$ 即可．

【解答】解：∵DE∥BC，

∴$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}=\frac{1}{3}$，

∴BC＝3DE，

∵$\overrightarrow{DE}=\vec{b}$，

∴$\overrightarrow{BC}=3\vec{b}$，

∵△DOE∽△COB，

∴$\frac{OD}{OC}=\frac{DE}{BC}=\frac{1}{3}$，