专题　　三角恒等变换试题 文

【三年高考】

【　　高考天津文数】已知函数 $f(x)=\sin^2\frac{\omega x}{2}+\frac{1}{2}\sin\omega x-\frac{1}{2}(\omega>0)$，$x\in R$ 若 $f(x)$ 在区间 $(\pi,2\pi)$ 内没有零点，则 ω 的取值范围是（　　）

（ ）$(0,\frac{1}{8}]$　　（ ）$(0,\frac{1}{4}]\cup[\frac{5}{8},1)$　　（ ）$(0,\frac{5}{8}]$　　（ ）$(0,\frac{1}{8}]\cup[\frac{1}{4},\frac{5}{8}]$

【答案】

【解析】$f(x)=\frac{1-\cos\omega x}{2}+\frac{\sin\omega x}{2}-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(\omega x-\frac{\pi}{4})$，$f(x)=0\Rightarrow\sin(\omega x-\frac{\pi}{4})=0$，所以

$x=\frac{k\pi+\frac{\pi}{4}}{\omega}\notin(\pi,2\pi),(k\in z)$，因此 $\omega\notin(\frac{1}{8},\frac{1}{4})\cup(\frac{5}{8},\frac{5}{4})\cup(\frac{9}{8},\frac{9}{4})\cup\cdots=(\frac{1}{8},\frac{1}{4})\cup(\frac{5}{8},+\infty)\Rightarrow\omega\in(0,\frac{1}{8}]\cup[\frac{1}{4},\frac{5}{8}]$，选 D.

高考新课标III文数 若 $\tan\theta=\frac{1}{3}$，则 $\cos 2\theta=$（　　）

（ ）$-\frac{4}{5}$　　（ ）$-\frac{1}{5}$　　（ ）$\frac{1}{5}$　　（ ）$\frac{4}{5}$

【答案】

【解析】$\cos 2\theta=\frac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}=\frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}=\frac{1-(\frac{1}{3})^2}{1+(\frac{1}{3})^2}=\frac{4}{5}$.

【　　高考浙江文数】已知 $2\cos^2 x+\sin 2x=A\sin(\omega x+\varphi)+b(A>0)$，则 $A=$　　　，$b=$　　　.

【答案】$\sqrt{2}$；　.

【解析】$2\cos^2 x+\sin 2x=1+\cos 2x+\sin 2x=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+1$，所以 $A=\sqrt{2},b=1$.

【　　高考新课标　文数】已知 θ 是第四象限角 且　　θ　$\frac{\pi}{4}$　$\frac{3}{5}$　则　　θ - $\frac{\pi}{4}$

【答案】$-\frac{4}{3}$

【解析】由题意 $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left[\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{2}\right]=\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{5}$,因为

$2k\pi+\frac{3\pi}{2}<\theta<2k\pi+2\pi\ (k\in Z)$,所以 $2k\pi+\frac{5\pi}{4}<\theta-\frac{\pi}{4}<2k\pi+\frac{7\pi}{4}\ (k\in Z)$,从而 $\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{4}{5}$,

因此 $\tan\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{4}{3}$．故填 $-\frac{4}{3}$．

【 高考山东文数】设 $f(x)=2\sqrt{3}\sin(\pi-x)\sin x-(\sin x-\cos x)^2$

（ ）求 $f(x)$ 得单调递增区间；

（ ）把 $y=f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 倍（纵坐标不变），再把得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，求 $g(\frac{\pi}{6})$ 的值

【解析】(I) 由

$f(x)=2\sqrt{3}\sin(\pi-x)\sin x-(\sin x-\cos x)^2=2\sqrt{3}\sin^2 x-(1-2\sin x\cos x)$

$=\sqrt{3}(1-\cos 2x)+\sin 2x-1=\sin 2x-\sqrt{3}\cos 2x+\sqrt{3}-1=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}-1,$

由 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x-\frac{\pi}{3}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in Z)$, 得 $k\pi-\frac{\pi}{12}\le x\le k\pi+\frac{5\pi}{12}(k\in Z)$,

所以，$f(x)$ 的单调递增区间是 $\left[k\pi-\frac{\pi}{12},k\pi+\frac{5\pi}{12}\right](k\in Z)$,（或 $(k\pi-\frac{\pi}{12},k\pi+\frac{5\pi}{12})(k\in Z)$）

(Π) 由 (I) 知 $f(x)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}-1$，把 $y=f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍

（纵坐标不变），得到 $y==2\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}-1$ 的图象，再把得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位，得到

$y=2\sin x+\sqrt{3}-1$ 的图象，即 $g(x)=2\sin x+\sqrt{3}-1.$ 所以 $g\left(\frac{\pi}{6}\right)=2\sin\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}-1=\sqrt{3}.$

【 高考福建，文 】若 $\sin\alpha=-\frac{5}{13}$，且 α 为第四象限角，则 $\tan\alpha$ 的值等于（ ）

． $\frac{12}{5}$ ． $-\frac{12}{5}$ ． $\frac{5}{12}$ ． $-\frac{5}{12}$

【答案】

【解析】由 $\sin\alpha=-\frac{5}{13}$，且 α 为第四象限角，则 $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{12}{13}$，则 $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $=-\frac{5}{12}$，故选 D．

【　　高考重庆，文　】若 $\tan a=\frac{1}{3},\tan(a+b)=\frac{1}{2}$ 则 $\tan b=$（　　）

$\frac{1}{7}$　　　　$\frac{1}{6}$　　　　$\frac{5}{7}$　　　　$\frac{5}{6}$

【答案】

【解析】$\tan\beta=\tan[(\alpha+\beta)-\alpha]=\frac{\tan(\alpha+\beta)-\tan\alpha}{1+\tan(\alpha+\beta)\tan\alpha}=\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}=\frac{1}{7}$，故选

【　　高考上海，文　】已知点 A 的坐标为 $(4\sqrt{3},1)$，将 OA 绕坐标原点 O 逆时针旋转 $\frac{\pi}{3}$ 至 OB，则点 B 的纵坐标为（　　）．

$\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　　　$\frac{5\sqrt{3}}{2}$　　$\frac{11}{2}$　　　　$\frac{13}{2}$

【答案】

【解析】设直线 OA 的倾斜角为 α，$B(m,n)(m>0,n>0)$，则直线 OB 的倾斜角为 $\frac{\pi}{3}+\alpha$，因为 $A(4\sqrt{3},1)$，

所以 $\tan\alpha=\frac{1}{4\sqrt{3}}$，$\tan(\frac{\pi}{3}+\alpha)=\frac{n}{m}$，$\frac{n}{m}=\frac{\sqrt{3}+\frac{1}{4\sqrt{3}}}{1-\sqrt{3}\cdot\frac{1}{4\sqrt{3}}}=\frac{13}{3\sqrt{3}}$，即 $m^2=\frac{27}{169}n^2$，

因为 $m^2+n^2=(4\sqrt{3})^2+1^2=49$，所以 $n^2+\frac{27}{169}n^2=49$，所以 $n=\frac{13}{2}$ 或 $n=-\frac{13}{2}$（舍去），

所以点 B 的纵坐标为 $\frac{13}{2}$

【　　高考广东，文　】已知 $\tan\alpha=2$．

（　）求 $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$ 的值；

（　）求 $\frac{\sin 2\alpha}{\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha-\cos 2\alpha-1}$ 的值．

【解析】（1） $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\alpha+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\alpha\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{\tan\alpha+1}{1-\tan\alpha}=\frac{2+1}{1-2}=-3$

（2） $\frac{\sin 2\alpha}{\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha-\cos 2\alpha-1}=\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha-\left(2\cos^2\alpha-1\right)-1}$

$=\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha-2\cos^2\alpha}=\frac{2\tan\alpha}{\tan^2\alpha+\tan\alpha-2}=\frac{2\times2}{2^2+2-2}=1$

【　　高考全国　卷文第　　题】 函数 $f(x)=\sin(x+\varphi)-2\sin\varphi\cos x$ 的最大值为　　　　.

【答案】

【解析】由已知得， $f(x)=\sin x\cos\varphi+\cos x\sin\varphi-2\cos x\sin\varphi$ $=\sin x\cos\varphi-\cos x\sin\varphi$ $=\sin(x-\varphi)$ ≤ 1，故函数 $f(x)=\sin(x+\varphi)-2\sin\varphi\cos x$ 的最大值为　.

【　　高考陕西卷文第　　题】 设 $0<\theta<\frac{\pi}{2}$，向量 $\vec{a}=(\sin 2\theta,\cos\theta),\vec{b}=(1,-\cos\theta)$，若 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，则 $\tan\theta=$

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】因为 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，所以 $\sin 2\theta\times1-\cos^2\theta=0$，即 $\sin 2\theta=\cos^2\theta$，所以 $2\sin\theta\cos\theta=\cos^2\theta$
因为 $0<\theta<\frac{\pi}{2}$，所以 $\cos\theta\neq0$，所以 $2\sin\theta=\cos\theta$，所以 $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{1}{2}$，故答案为 $\frac{1}{2}$

【　　高考江西文第　　题】已知函数 $f(x)=(a+2\cos^2 x)\cos(2x+\theta)$ 为奇函数，且 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$，其中 $a\in R,\theta\in(0,\pi)$

（ ）求 a,θ 的值；

（ ）若 $f\left(\frac{\alpha}{4}\right)=-\frac{2}{5}$，$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，求 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)$ 的值

【解析】（1）因为函数 $f(x)=\left(a+2\cos^2 x\right)\cos(2x+\theta)$ 为奇函数，所以 $f(-x)=-f(x)$，即

$\left(a+2\cos^2 x\right)\cos(-2x+\theta)=-\left(a+2\cos^2 x\right)\cos(2x+\theta)$，因为 $x\in R$，所以

$\cos(-2x+\theta)=-\cos(2x+\theta)$，$\cos 2x\cos\theta=0$，$\cos\theta=0$。又 $\theta\in(0,\pi)$，所以 $\theta=\frac{\pi}{2}$。因为 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$，所以

$\left(a+2\cos^2\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right)=0$，$a=-1$。（2）由（1）得：

$f(x)=\left(-1+2\cos^2 x\right)\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos 2x(-\sin 2x)=-\frac{1}{2}\sin 4x$，所以由 $f\left(\frac{\alpha}{4}\right)=-\frac{2}{5}$，得

$-\frac{1}{2}\sin\alpha=-\frac{2}{5}$，$\sin\alpha=\frac{4}{5}$，又 $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，所以 $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，因此

$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\alpha\cos\frac{\pi}{3}+\sin\frac{\pi}{3}\cos\alpha=\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$.

【三年高考命题回顾】

纵观前三年各地高考试题 三角函数的化简、求值及最值问题，是每年高考必考的知识点之一，题型一般是选择和填空的形式，大题往往结合三角函数图像与性质，解三角形，主要考查同角三角函数的基本关系式，三角函数的诱导公式，和、差、倍、半、和积互化公式在求三角函数值时的应用，考查利用三角公式进行恒等变形的技能，以及基本运算的能力，特别突出算理方法的考查．

【　　年高考复习建议与高考命题预测】

由前三年的高考命题形式可以看出，三角恒等变换是研究三角函数的图象与性质，解三角形的基础，在高考中单独命题的情况很少，大多数省份对于三角恒等变换的考查，是结合三角函数的图象与性质，解三角形进行命题，由此可见，高考加大了对三角恒等变换的考查力度，高考命题考查的重点是诱导公式公式，同角三角函数基本关系，两角和与差的正弦、余弦、正切公式以及二倍角公式．预测在　　年的高考试卷中，三角函数式的恒等变形，如利用有关公式求值，与三角函图象与性质结合，或与解三角形结合，解决简单的综合问题，在填空题和选择题中出现，主要考查 三基 基础知识、基本技能、基本思想和方法 以及综合能力，难度多为容易题和中档题 故在　　年复习备考过程中既要注重三角知识的基础性，突出三角函数的图象、周期性、单调性、奇偶性、对称性等性质 以及化简、求值和最值等重点内容的复习，又要注重三角知识的工具性，突出三角与代数、几何、向量的综合联系，以及三角知识的应用意识

这部分常常以选择题和填空题的形式出现，有时也以大题的形式出现，因此能否掌握好本重点内容，在一定的程度上制约着在高考中成功与否 在　　年复习备考过程中既要注重以下几点：

．两角和与两角差的正弦、余弦、正切公式，二倍角的正弦、余弦、正切公式在学习时应注意以下几点：

( ) 不仅对公式的正用逆用要熟悉，而且对公式的变形应用也要熟悉；

( ) 善于拆角、拼角，如$\alpha=(\alpha+\beta)-\beta$，$2\alpha=(\alpha+\beta)+(\alpha-\beta),2\alpha+\beta=(\alpha+\beta)+\alpha$等；

( ) 注意倍角的相对性

( ) 要时时注意角的范围

( ) 化简要求：熟悉常用的方法与技巧，如切化弦，异名化同名，异角化同角等.

. 证明三角等式的思路和方法.

( ) 思路：利用三角公式进行化名，化角，改变运算结构，使等式两边化为同一形式.

( ) 证明三角不等式的方法：比较法、配方法、反证法、分析法，利用函数的单调性，利用正、余弦函数的有界性，利用单位圆三角函数线及判别法等.

. 解答三角高考题的策略.

( ) 发现差异：观察角、函数运算间的差异，即进行所谓的“差异分析”.

( ) 寻找联系：运用相关公式，找出差异之间的内在联系.

( ) 合理转化：选择恰当的公式，促使差异的转化.

. 加强三角函数应用意识的训练

由于考生对三角函数的概念认识肤浅，不能将以角为自变量的函数迅速与三角函数之间建立联系，造成思维障碍，思路受阻. 实际上，三角函数是以角为自变量的函数，也是以实数为自变量的函数，它产生于生产实践，是客观实际的抽象，同时又广泛地应用于客观实际，故应培养实践第一的观点. 总之，三角部分的考查保持了内容稳定，难度稳定，题量稳定，题型稳定，考查的重点是三角函数的概念、性质和图象，三角函数的求值问题以及三角变换的方法.

. 变为主线、抓好训练

变是本章的主题，在三角变换考查中，角的变换，三角函数名的变换，三角函数次数的变换，三角函数式表达形式的变换等比比皆是，在训练中，强化变意识是关键，但题目不可太难，较特殊技巧的题目不做，立足课本，掌握课本中常见问题的解法，把课本中习题进行归类，并进行分析比较，寻找解题规律.

针对高考中题目看，还要强化变角训练，经常注意收集角间关系的观察分析方法. 另外如何把一个含有不同名或不同角的三角函数式化为只含有一个三角函数关系式的训练也要加强，这也是高考的重点. 同时应掌握三角函数与二次函数相结合的题目.

易错提示　三角函数求值中要特别注意角的范围，如根据$\sin^2\alpha=\dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}$求$\sin\alpha$的值时，

$\sin\alpha = \pm\sqrt{\frac{1-\cos 2\alpha}{2}}$ 中的符号是根据角的范围确定的，即当α的范围使得$\sin\alpha \ge 0$时，取正号，反之取负号．注意在运用同角三角函数关系时也有类似问题．

【 年高考考点定位】

高考对本部分内容的考查主要以小题的形式出现，即利用三角函数的定义、诱导公式及同角三角函数的关系及和、差、倍、半、和积互化公式进行求值、变形，求参数的值 求值域，而大题常常在综合性问题中涉及三角函数的定义、诱导公式及同角三角函数的关系及和、差、倍、半、和积互化公式的应用等，在这类问题的求解中，常常使用的方法技巧是“平方法”，“齐次化切”等.

【考点 】利用诱导公式恒等变换

【备考知识梳理】

诱导公式一：$\sin(\alpha + 2k\pi) = \sin\alpha$， $\cos(\alpha + 2k\pi) = \cos\alpha$，其中$k \in Z$。

诱导公式二： $\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$； $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos\alpha$

诱导公式三： $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$； $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$

诱导公式四：$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$； $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$。

诱导公式五：$\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin\alpha$； $\cos(360^\circ - \alpha) = \cos\alpha$

公式六：$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$， $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha$

公式七：$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha$， $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha$

公式八：$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos\alpha$， $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin\alpha$

公式九：$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$， $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\alpha$

诱导公式口诀：纵变横不变，符号看象限

用诱导公式化简，一般先把角化成$\frac{k\pi}{2} + \alpha, k \in z$的形式，然后利用诱导公式的口诀化简（如果前面的角是纵轴（即y轴）上的角，就是 “纵”，是横轴（即x轴）上的角，就是“横”；符号看象限是，把α看作是锐角，判断角$\frac{k\pi}{2} + \alpha$在第几象限，在这个象限的前面三角函数的符号是 “+”还是“ ”，就加在前面）

用诱导公式计算时，一般是先将负角变成正角，再将正角变成区间$(0^\circ, 360^\circ)$的角，再变到区间$(0^\circ, 180^\circ)$

的角，再变到区间$(0^0,90^0)$的角计算

【规律方法技巧】

利用诱导公式求值：

给角求值的原则和步骤：　原则：负化正、大化小、化到锐角为终了　步骤：利用诱导公式可以把任意角的三角函数转化为$0:\frac{\pi}{2}$之间角的三角函数，然后求值，其步骤为：

给值求值的原则 寻求所求角与已知角之间的联系，通过相加或相减建立联系，若出现$\frac{\pi}{2}$的倍数，则通过诱导公式建立两者之间的联系 然后求解

常见的互余与互补关系

常见的互余关系有：$\frac{\pi}{3}+\alpha$与$\frac{\pi}{6}-\alpha$；$\frac{\pi}{3}-\alpha$与$\frac{\pi}{6}+\alpha$；$\frac{\pi}{4}+\alpha$与$\frac{\pi}{4}-\alpha$等

常见的互补关系有：$\frac{\pi}{3}+\alpha$　与$\frac{2\pi}{3}-\alpha$　$\frac{\pi}{4}+\alpha$与$\frac{3\pi}{4}-\alpha$等 遇到此类问题，不妨考虑两个角的和，要善于利用角的变换的思想方法解决问题

利用诱导公式化简、证明

利用诱导公式化简三角函数的原则和要求

原则：遵循诱导公式先行的原则，即先用诱导公式化简变形，达到角的统一，再进行三角函数名称转化，以保证三角函数名称最少

要求：①化简过程是恒等变形；②结果要求项数尽可能少，次数尽可能低，结构尽可能简单，能求值的要求出值

证明三角恒等式的主要思路

由繁到简法：由较繁的一边向简单一边化简

左右归一法：使两端化异为同，把左右式都化为第三个式子

转化化归法：先将要证明的结论恒等变形，再证明

提醒：由终边相同的角的关系可知，在计算含有 2π 的整数倍的三角函数式中可直接将 2π 的整数倍去掉后再进行运算，如 $\cos\left(5\pi-\alpha\right)=\cos\left(\pi-\alpha\right)=-\cos\alpha$

【考点针对训练】

【　　届淮南市高三第二次模拟】已知 $\sin(\pi-\alpha)=-2\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)$，则 $\tan\alpha$ 的值为（　　）

. $\frac{1}{2}$　　　　　.　　　　　. $-\frac{1}{2}$　　　　　.

【答案】

【解析】由题意得，$\sin(\pi-\alpha)=-2\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)\Rightarrow\sin\alpha=-2\cos\alpha$，所以 $\tan\alpha=-2$，故选 D.

【　　届河南省洛阳市一中高三下学期第二次模拟】已知 $\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})+\sin\alpha=-\frac{4\sqrt{3}}{5},-\frac{\pi}{2}<\alpha<0$，则 $\cos(\alpha+\frac{2\pi}{3})$ 等于（　）

$-\frac{4}{5}$　　$-\frac{3}{5}$　　$\frac{4}{5}$　　$\frac{3}{5}$

【答案】

【解析】$\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})+\sin\alpha=\frac{1}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha+\sin\alpha=\frac{3}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha=\sqrt{3}\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})=-\frac{4\sqrt{3}}{5}$,所以

$\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})=-\frac{4}{5}$，$\cos(\alpha+\frac{2\pi}{3})=\cos[(\alpha+\frac{\pi}{6})+\frac{\pi}{2}]=-\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})=-(-\frac{4}{5})=\frac{4}{5}$，故选 C.

【考点　】利用同角三角函数关系式恒等变换

【备考知识梳理】

同角三角函数的基本关系式：

（ ）$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$，（ ）$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

【规律方法技巧】

正、余弦三兄妹“$\sin x\pm\cos x$、$\sin x\cdot\cos x$”的应用

$\sin x\pm\cos x$ 与 $\sin x\cdot\cos x$ 通过平方关系联系到一起，即 $(\sin x\pm\cos x)^2=1\pm2\sin x\cos x$，

$\sin x\cos x=\frac{(\sin x+\cos x)^2-1}{2}$，$\sin x\cos x=\frac{1-(\sin x-\cos x)^2}{2}$.因此在解题中若发现题设条件有三者之一，就可以利用上述关系求出或转化为另外两个

$\sin\alpha$、$\cos\alpha$ 的求值技巧：当已知$\sin\left(\alpha\pm\frac{\pi}{4}\right)$，$\cos\left(\alpha\pm\frac{\pi}{4}\right)$时，利用和、差角的三角函数公式展开后都含有$\sin x+\cos x$或$\sin\alpha-\cos\alpha$，这两个公式中的其中一个平方后即可求出$2\sin\alpha\cos\alpha$，根据同角三角函数的平方关系，即可求出另外一个，这两个联立即可求出$\sin\alpha$、$\cos\alpha$ 的值．或者把$\sin\alpha+\cos\alpha$、$\sin\alpha-\cos\alpha$ 与 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha$ 联立，通过解方程组的方法也可以求出$\sin\alpha$、$\cos\alpha$ 的值．

如何利用"切弦互化"技巧

（ ）弦化切：把正弦、余弦化成切得结构形式，这样减少了变量，统一为"切"得表达式，进行求值

常见的结构有

①$\sin\alpha,\cos\alpha$ 的二次齐次式（如$a\sin^2\alpha+b\sin\alpha\cos\alpha+c\cos^2\alpha$）的问题常采用"1"代换法求解；

②$\sin\alpha,\cos\alpha$ 的齐次分式（如$\frac{a\sin\alpha+b\cos\alpha}{c\sin\alpha+d\cos\alpha}$）的问题常采用分式的基本性质进行变形．

（ ）切化弦：利用公式$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$，把式子中的切化成弦 一般单独出现正切、余切的时候，采用此技巧

温馨提示：（ ）求同角三角函数有知一求三规律，可以利用公式求解，最好的方法是利用画直角三角形速解 （ ）利用平方关系求三角函数值时，注意开方时要结合角的范围正确取舍"±"号

【考点针对训练】

【 届湖南省常德一中高三第十一次月考】已知$\alpha\in R,\sin\alpha+2\cos\alpha=\frac{\sqrt{10}}{2}$，则$\tan 2\alpha=$（ ）

．$\frac{4}{3}$ ．$\frac{3}{4}$ ．$-\frac{3}{4}$ ．$-\frac{4}{3}$

【答案】

【解析】因为 $\sin\alpha+2\cos\alpha=\frac{\sqrt{10}}{2}$，$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ 可解得 $\begin{cases}\sin\alpha=\frac{3\sqrt{10}}{10}\\ \cos\alpha=\frac{\sqrt{10}}{10}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\sin\alpha=-\frac{\sqrt{10}}{10}\\ \cos\alpha=\frac{3\sqrt{10}}{10}\end{cases}$，所以

$\tan\alpha=-\frac{1}{3}$, $\tan\alpha=3$, $\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\frac{2\times3}{1-3^2}=-\frac{3}{4}$ 或 $\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\frac{2\left(-\frac{1}{3}\right)}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^2}=-\frac{3}{4}$，故选

C.

【　　年安徽淮南高三二模】已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{2},\alpha\in(0,\pi)$，则 $\frac{1-\tan\alpha}{1+\tan\alpha}=$（　　）

．$-\sqrt{7}$　　．$\sqrt{7}$　　．$\sqrt{3}$　　．$-\sqrt{3}$

【答案】

【解析】$(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=\frac{1}{4}$，$\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{3}{8}$，所以 $\cos\alpha<0,\sin\alpha>0$，

$(\cos\alpha-\sin\alpha)^2=1-2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{7}{4}$，$\cos\alpha-\sin\alpha=-\frac{\sqrt{7}}{2}$，所以

$\frac{1-\tan\alpha}{1+\tan\alpha}=\frac{\cos\alpha-\sin\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}=\frac{-\frac{\sqrt{7}}{2}}{\frac{1}{2}}=-\sqrt{7}$．故选　．

【考点　】利用和、差、倍、半、和积互化公式恒等变换

【备考知识梳理】

．两角和与差的三角函数

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$；$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$；

$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$

．二倍角公式

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$；$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$；

$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

．降幂公式

$\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{2}\sin 2\alpha$；$\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}$，$\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$

辅助角公式

$a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\cdot\sin\left(x+\varphi\right)$，其中$\sin\varphi=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}},\cos\varphi=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

有关公式的逆用、变形等

$\tan\alpha\pm\tan\beta=\tan\left(\alpha\pm\beta\right)\left(1\mp\tan\alpha\tan\beta\right)$

$\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{1}{2}\sin 2\alpha$；$\cos^2\alpha=\dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}$，$\sin^2\alpha=\dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}$

$\cos\left(\alpha+\beta\right)\cos\beta+\sin\left(\alpha+\beta\right)\sin\beta=\cos\alpha$　$\tan\left(\alpha+\beta\right)\tan\alpha\tan\beta=\tan\left(\alpha+\beta\right)-\tan\alpha-\tan\beta$

$\tan\alpha+\tan\beta+\tan\left(\alpha+\beta\right)\tan\alpha\tan\beta=\tan\left(\alpha+\beta\right)$

$\sin\alpha\pm\cos\alpha=\sqrt{2}\sin\left(\alpha\pm\dfrac{\pi}{4}\right)$　$1\pm\sin 2x=1\pm 2\sin x\cos x=(\sin x\pm\cos x)^2$　$\cos\alpha=\dfrac{\sin 2\alpha}{2\sin\alpha}$,

【规律方法技巧】

三角函数的化简、计算、证明的恒等变形的基本思路与基本的技巧

基本思路是：一角二名三结构 即首先观察角与角之间的关系，注意角的一些常用变式，角的变换是三角函数变换的核心 第二看函数名称之间的关系，通常“切化弦”；第三观察代数式的结构特点

基本的技巧有

（ ）巧变角：已知角与特殊角的变换、已知角与目标角的变换、角与其倍角的变换、两角与其和差角的变换 如$\alpha=(\alpha+\beta)-\beta=(\alpha-\beta)+\beta$，$2\alpha=(\alpha+\beta)+(\alpha-\beta)$，$2\alpha=(\beta+\alpha)-(\beta-\alpha)$，$\alpha+\beta=2\cdot\dfrac{\alpha+\beta}{2}$，$\dfrac{\alpha+\beta}{2}=\left(\alpha-\dfrac{\beta}{2}\right)-\left(\dfrac{\alpha}{2}-\beta\right)$等

三角函数名互化：切割化弦，弦的齐次结构化成切

公式变形使用：如

$\cos\left(\alpha+\beta\right)\cos\beta+\sin\left(\alpha+\beta\right)\sin\beta=\cos\alpha$　$\tan\left(\alpha+\beta\right)\left(1-\tan\alpha\tan\beta\right)=\tan\alpha+\tan\beta$

$\tan\left(\alpha+\beta\right)\tan\alpha\tan\beta=\tan\left(\alpha+\beta\right)-\tan\alpha-\tan\beta$

$\tan\alpha+\tan\beta+\tan\left(\alpha+\beta\right)\tan\alpha\tan\beta=\tan\left(\alpha+\beta\right)$

$\sin\alpha\pm\cos\alpha=\sqrt{2}\sin\left(\alpha\pm\dfrac{\pi}{4}\right)$　$1\pm\sin 2x=1\pm 2\sin x\cos x=(\sin x\pm\cos x)^2$等

三角函数次数的降升：降幂公式与升幂公式 $\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{1}{2}\sin 2\alpha$；$\cos^2\alpha=\dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}$，$\sin^2\alpha=\dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}$

式子结构的转化