2023—2024 学年第一学期第一次联考

数　学

分值：150 分　　时间：120 分钟

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题只有一个选项是正确的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置）

1. 下列关于 x 的方程中，一定是一元二次方程的是（　　）

A. $x-1=0$　　　　B. $x^3+x=3$

C. $x^2+3x-5=0$　　　　D. $ax^2+bx+c=0$

【答案】C

【解析】

【分析】根据一元二次方程的定义逐个判断即可.

【详解】解：A．是一元一次方程，不是一元二次方程，故本选项不符合题意；

B．方程的最高次数是 3 次，不是一元二次方程，故本选项不符合题意；

C．符合定义，是一元二次方程，故本选项符合题意；

D. 当 $a=0$ 时，方程 $ax^2+bx+c=0$ 不是一元二次方程，故本选项不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了一元二次方程的定义，能熟记一元二次方程的定义是解此题的关键，注意：只含有一个未知数，并且所含未知数的项的最高次数是 2 的整式方程，叫一元二次方程.

2. 一元二次方程 $x^2=9$ 的根是（　　）

A. 3　　　　B. ±3　　　　C. 9　　　　D. ±9

【答案】B

【解析】

【分析】两边直接开平方得：$x=\pm3$，进而可得答案.

【详解】解：$x^2=9$，

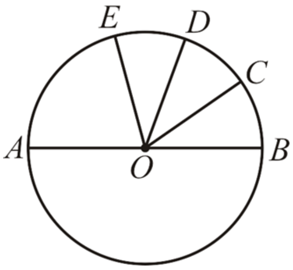
两边直接开平方得：$x=\pm3$，

则 $x_1=3$，$x_2=-3$.

故选：B.

【点睛】此题主要考查了直接开平方法解一元二次方程，解这类问题一般要移项，把所含未知数的项移到等号的左边，把常数项移项等号的右边，化成 $x^2=a(a\ldots 0)$ 的形式，利用数的开方直接求解.

3. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径 $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}$，若 $\angle COD=35°$，则 $\angle AOE$ 的度数是（　　）.



A. $35°$　　B. $55°$　　C. $75°$　　D. $95°$

【答案】C

【解析】

【分析】根据同圆中等弧所对的圆心角相等得到 $\angle DOE=\angle BOC=\angle COD=35°$，再根据平角的定义求出 $\angle AOE$ 的度数即可.

【详解】解：$\because \overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}$，$\angle COD=35°$，

$\therefore \angle DOE=\angle BOC=\angle COD=35°$，

$\therefore \angle AOE=180°-\angle DOE-\angle BOC-\angle COD=75°$，

故选 C.

【点睛】本题主要考查了弧与圆心角的关系，熟知同圆中等弧所对的圆心角相等是解题的关键.

4. 一元二次方程 $x^2-2x+a=0$ 的一根是 3，则另外一根是（　）

A. -1　　B. 1　　C. -3　　D. 3

【答案】A

【解析】

【分析】设另外一根是 m，根据根与系数的关系得到 $3+m=2$，解得 m 的值即可.

【详解】解：设另外一根是 m，

则由根与系数关系得到 $3+m=2$，

$\therefore m=-1$，

$\therefore$ 另外一根是 -1，

故选：A.

【点睛】本题考查一元二次方程，一元二次方程根与系数的关系，解题的关键是正确理解一元二次方程的解的定义，本题属于基础题型.

5. 已知⊙O 的半径为 3，点 P 在⊙O 外，则 OP 的长可以是（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【答案】D

【解析】

【分析】根据点 P 在⊙O 外和半径为 3 即可求解.

【详解】解：∵⊙O 的半径为 3，点 P 在⊙O 外，

∴OP 的长大于 3.

故选 D.

【点睛】本题考查了点和圆的位置关系，解决本题的关键是明确题意，求出 OP 范围.

6. $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2+4\times3\times1}}{2\times3}$ 是下列哪个一元二次方程的根（　　）

A. $3x^2+5x+1=0$　　B. $3x^2-5x-1=0$　　C. $3x^2+5x-1=0$　　D. $3x^2-5x+1=0$

【答案】C

【解析】

【分析】根据求根公式，反推出一元二次方程各项的系数，即可求解.

【详解】解：设一元二次方程为 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$），

则方程的根为 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，

又因为 $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2+4\times3\times1}}{2\times3}=x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}$，

则 $a=3$， $b=5$， $c=-1$，

所以一元二次方程为 $3x^2+5x-1=0$.

故选：C.

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的求根公式，解题的关键是利用求根公式得到一元二次方程各项的系数.

7. $\triangle ABC$ 的外心在三角形的一边上，则 $\triangle ABC$ 是（　　）

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形　　C. 钝角三角形　　D. 无法判断

【答案】B

【解析】

【分析】根据三角形外心与三角形的位置关系可判断三角形的形状，因此可得到答案.

【详解】解：当 $\triangle ABC$ 的外心在 $\triangle ABC$ 的内部时，则 $\triangle ABC$ 是锐角三角形；

当 $\triangle ABC$ 的外心在 $\triangle ABC$ 的外部时，则 $\triangle ABC$ 是钝角三角形；

当$\triangle ABC$的外心在$\triangle ABC$的一边时，则$\triangle ABC$是直角三角形，且这边是斜边．

故选B．

【点睛】本题考查了三角形的外心，解决本题的关键是经过三角形的三个顶点的圆，叫做三角形的外接圆，三角形外接圆的圆心是三角形三条边垂直平分线的交点，叫做三角形的外心．

8. 某校“研学”活动小组在一次野外实践时，发现一种植物的1个主干上长出x个枝干，每个枝干上再长出x个小分支．若在1个主干上的主干、枝干和小分支的数量之和是31个，则x等于（　　）

A. 4　　　　B. 5　　　　C. 6　　　　D. 7

【答案】B

【解析】

【分析】根据在1个主干上的主干、枝干和小分支的数量之和是31个，即可得出关于x的一元二次方程，解之取其正值即可得出结论．

【详解】解：依题意，得：$1+x+x^2=31$，

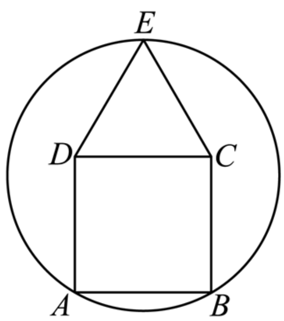
整理，得：$x^2+x-30=0$，

解得：$x_1=5$，$x_2=-6$（不合题意，舍去）．

故选：B．

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键．

9. 将边长相等的正方形和等边三角形按如图摆放，过A、B、E三点作圆，那么$\overset{\frown}{AE}$所对的圆心角的度数是（　　）



A. $105°$　　　　B. $135°$　　　　C. $150°$　　　　D. 以上都不对

【答案】C

【解析】

【分析】连接EB，则则可得到$EC=CD=CB$，$\angle ECB=150°$，根据等边对等角得到$\angle EBC=15°$，即$\angle ABE=75°$，再根据圆周角定理解题即可．

【详解】解：连接EB，$\because ABCD$是正方形，$\triangle CDE$是等边三角形，

$\therefore EC = CD = CB$， $\angle ECD = 60^\circ$， $\angle BCD = \angle ABC = 90^\circ$，

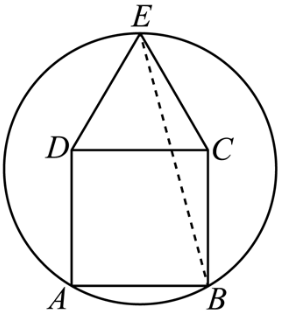
$\therefore \angle ECB = 150^\circ$，

$\therefore \angle EBC = 15^\circ$，

$\therefore \angle ABE = 75^\circ$，

$\therefore \overset{\frown}{AE}$所对的圆心角的度数是$2\times 75^\circ = 150^\circ$，

故选 C．



【点睛】本题考查圆周角定理，正方形和等边三角形的性质，掌握圆周角定理是解题的关键．

10．数学思想方法是数学的灵魂和精髓，而转化思想是数学思想方法中最基本、最重要的一种方法，我们可以用因式分解把方程$x^3 + x^2 - 2x = 0$转化为$x = 0$或$x^2 + x - 2 = 0$，从而求出方程的三个根：$x_1 = 0$，$x_2 = 1$，$x_3 = -2$，再如，我们可以用两边平方的方法把方程$\sqrt{x+1} = 2$转化为$x + 1 = 4$，从而求出方程的根为：$x = 3$，通过转化还可以求出方程$\sqrt{2x+3} = x$的根为（　　）

A. 3　　　　B. -1　　　　C. 3 或-1　　　　D. 3 或 1

【答案】A

【解析】

【分析】方程两边平方把它转化为$2x + 3 = x^2$，再通过因式分解法求解一元二次方程，结合二次根式的取值范围分析，即可得到答案

【详解】$\because \sqrt{2x+3} = x$

$\therefore 2x + 3 = x^2$，即$x^2 - 2x - 3 = 0$

$\therefore (x+1)(x-3) = 0$

$\therefore x_1 = 3$，$x_2 = -1$

$\because 2x + 3 \ge 0$

$\therefore x \ge -\dfrac{3}{2}$

$\because \sqrt{2x+3}=x\ge 0$

$\therefore x\ge 0$

$\therefore x_2=-1$（舍去）

$\therefore \sqrt{2x+3}=x$的解为：$x=3$

故选A．

【点睛】本题考查了一元二次方程，二次根式有意义的条件；解题的关键是熟练掌握一元二次方程的知识，从而完成求解．

二、填空题（本大题共8小题，每小题3分，共24分，不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

11. 设x_1、x_2是方程$x^2-3x+2=0$的两个根，则$x_1+x_2=$______．

【答案】3

【解析】

【分析】利用根与系数的关系$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$即可求解．

【详解】解：在$x^2-3x+2=0$中，$a=1$，$b=-3$，

Q x_1、x_2是方程$x^2-3x+2=0$的两个根，

$\therefore x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-\frac{-3}{1}=3$，

故答案为：3．

【点睛】本题考查了根与系数的关系：熟记x_1、x_2是一元二次方程$ax^2+bx+c=0\left(a\ne 0\right)$的两根时，

$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$是解题的关键．

12. 关于x的一元二次方程$x^2=3x+1$，化为一般形式是________．

【答案】$x^2-3x-1=0$

【解析】

【分析】根据等式的基本性质和一元二次方程的一般式进行求解即可．

【详解】由原式得，$x^2-3x-1=0$．

故答案为：$x^2-3x-1=0$　．

【点睛】本题考查等式的性质，一元二次方程的基本形式，掌握一元二次方程的一般式是解题的关键．

13. 已知⊙O的半径为6cm，线段OP的长为4cm，则点P在⊙O__________（填“内”、“外”或“上”）．

【答案】内

【解析】

【分析】根据点与圆的位置关系的判定方法进行判断．

【详解】解：∵⊙O的半径为6cm，线段OP的长为4cm，

即点P到圆心O的距离小于圆的半径，

∴点P在⊙O内．

故答案为：内 ．

【点睛】本题考查了点与圆的位置关系：设⊙O的半径为r，点P到圆心的距离$OP=d$，则有点P在圆外$\Leftrightarrow d>r$；点P在圆上$\Leftrightarrow d=r$；点P在圆内$\Leftrightarrow d<r$．

14. 若关于x的一元二次方程$x^2-6x+k=0$有两个不相等的实数根，则k的取值范围是________．

【答案】$k<9$

【解析】

【分析】若一元二次方程有两个不相等的实数根，则根的判别式$\Delta=b^2-4ac>0$，建立关于k的不等式，解不等式即可得出答案．

【详解】解：∵关于x的方程$x^2-6x+k=0$有两个不相等的实数根，

$\therefore \Delta=b^2-4ac=(-6)^2-4k=36-4k>0$，

解得$k<9$．

故答案为：$k<9$．

【点睛】本题考查了根的判别式，解题的关键是掌握一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$的根与$\Delta=b^2-4ac$的关系：$\Delta>0\Leftrightarrow$方程有两个不相等的实数根；$\Delta=0\Leftrightarrow$方程有两个相等的实数根；$\Delta<0$ $\Leftrightarrow$方程没有实数根．

15. 若$x^2+ax+4=(x+2)^2$，则$a=$__________．

【答案】4

【解析】

【分析】将即$(x+2)^2$展开即可确定a的值．

【详解】解：∵$x^2+ax+4=(x+2)^2=x^2+4x+4$，

$\therefore a=4$.

故答案为：4

【点睛】本题主要考查了完全平方式，根据平方项确定出这个数是解题的关键，也是难点，熟记完全平方公式对解题非常重要.

16. 某街道2020年用于绿化投资20万元，预计2022年用于绿化投资达到25万元，设这两年绿化投资的平均增长率为x，由题意可列方程为______.

【答案】$20(1+x)^2=25$

【解析】

【分析】由题意知，2021年的投资资金为$20(1+x)$，2022年的投资资金为$20(1+x)^2$，然后根据题意列方程即可.

【详解】解：依题意得，$20(1+x)^2=25$，

故答案为：$20(1+x)^2=25$.

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，解题的关键在于根据题意正确的列方程.

17. 若方程$x^2+px+p+4=0$的两个实数根都是整数，则整数p值为________.

【答案】8或−4

【解析】

【分析】由根与系数的关系可得$x_1+x_2=-p$，$x_1x_2=p+4$，那么

$x_1x_2+x_1+x_2+1=(x_1+1)(x_2+1)=4+1=5$，再由整数的性质即可求解.

【详解】解：设方程$x^2+px+p+4=0$的两个实数根分别为x_1，x_2（假设$x_1\geq x_2$），

则$x_1+x_2=-p$，$x_1x_2=p+4$.

$\therefore x_1x_2+x_1+x_2+1=(x_1+1)(x_2+1)=4+1=5$，

$\because$方程$x^2+px+p+4=0$的两个实数根都是整数，

$\therefore x_1+1=-1$，$x_2+1=-5$或$x_1+1=5$，$x_2+1=1$，

解得$x_1=-2$，$x_2=-6$或$x_1=4$，$x_2=0$，

$\therefore p=-(-2-6)=8$或$p=-(4+0)=-4$.

故整数p值为8或−4.

故答案为：8 或−4．

【点睛】此题考查了一元二次方程的整数根，一元二次方程中根与系数的关系，因式分解，抓住关系式 $x_1x_2+x_1+x_2+1=\left(x_1+1\right)\left(x_2+1\right)=5$ 是解题的关键．

18. 在已知线段 $AB=10$，且 A 、B 两点都在 $\odot O$ 的外，圆上动点 P 与点 A 的最小距离为 6，与 B 点的最小距离为 4，若 $\triangle ABO$ 为直角三角形，则 $\odot O$ 的半径 $r=$__________．

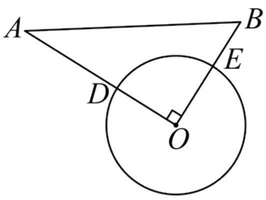
【答案】2 或 20

【解析】

【分析】设 $\odot O$ 与 OA 交于点 D， $\odot O$ 与 OB 交于点 E，分当 $\angle AOB=90°$ 时，当 $\angle ABO=90°$ 时，当 $\angle BAO=90°$ 时三种情况讨论，再根据勾股定理，列方程求解即可．

【详解】解：设 $\odot O$ 与 OA 交于点 D， $\odot O$ 与 OB 交于点 E，

当 $\angle AOB=90°$ 时，如图， 圆上动点 P 与点 A 的最小距离为 6，与 B 点的最小距离为 4，



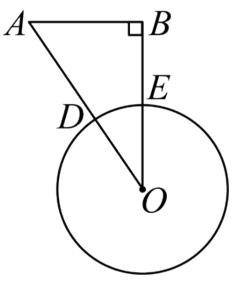
则 $AD=6, BE=4, OA=r+6, OB=r+4$，

在 Rt△AOB 中，$(OA)^2+(OB)^2=(AB)^2$，

$\therefore (r+6)^2+(r+4)^2=10^2$，

$\therefore r_1=2, r_2=-12$（舍去）；

当 $\angle ABO=90°$ 时，如图，圆上动点 P 与点 A 的最小距离为 6，与 B 点的最小距离为 4，



则 $AD=6, BE=4, OA=r+6, OB=r+4$，

在 Rt△AOB 中，$(AB)^2+(OB)^2=(OA)^2$，

$\therefore 10^2+(r+4)^2=(r+6)^2$，

$\therefore r=20$，

当$\angle BAO=90^\circ$时，BO为斜边，$AD=6,BE=4,OA=r+6,OB=r+4$，

$\because OB<OA$，

故此情况不成立，舍去．

综上所述：$\odot O$的半径r的值为2或20．

故答案为：2或20．

【点睛】本题考查了点与圆的关系，勾股定理，解一元二次方程等知识，运用分类讨论的思想方法是本题的关键．

三、解答题（共10小题，共96分．解答时应写出必要的步骤、过程或文字说明．）

19. 解下列方程：

（1）$x^2-4x+3=0$

（2）$(2x-1)^2-x^2=0$

【答案】（1）$x_1=1,x_2=3$

（2）$x_1=1$，$x_2=\dfrac{1}{3}$

【解析】

【分析】（1）根据因式分解法解答即可；

（2）先根据平方差公式因式分解，然后根据因式分解法解答即可．

【小问1详解】

解：$x^2-4x+3=0$

$\left(x-3\right)\left(x-1\right)=0$

$x-3=0,x-1=0$

$x_1=1,x_2=3$．

【小问2详解】

解：$(2x-1)^2-x^2=0$

$(2x-1-x)(2x-1+x)=0$

$(x-1)(3x-1)=0$

$x_1=1$，$x_2=\dfrac{1}{3}$．

【点睛】本题主要考查了解一元二次方程，掌握运用因式分解法解一元二次方程是解答本题的关键．

20. 如图，在$\odot O$中，AB是直径，CD是弦，延长AB，CD相交于点P，且$AB=2DP$，