期中考试测试（提升）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．（2023·全国·高一专题练习）若复数 z 满足$\dfrac{z}{2+\mathrm{i}}$为纯虚数，且$|z|=1$，则 z 的虚部为（　）

A．$\pm\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　　B．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　　C．$\pm\sqrt{5}$　　　D．$\sqrt{5}$

【答案】A

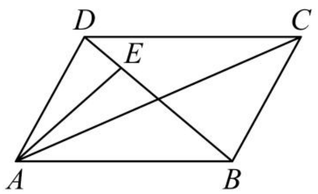
【解析】设$z=a+b\mathrm{i}\left(a,b\in\mathbf{R}\right)$，则$\dfrac{z}{2+\mathrm{i}}=\dfrac{a+b\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}=\dfrac{(a+b\mathrm{i})(2-\mathrm{i})}{(2+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})}=\dfrac{2a+b+(2b-a)\mathrm{i}}{5}$，

因为$\dfrac{z}{2+\mathrm{i}}$为纯虚数，所以$\begin{cases}2a+b=0,\\2b-a\neq0,\end{cases}$所以$b=-2a\neq0$，$z=a-2a\mathrm{i}$，因为$|z|=1$，所以$\sqrt{a^2+(-2a)^2}=1$，

解得$a=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，则$b=\mp\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，即 z 的虚部为$\pm\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

故选：A.

2．（2023·全国·高一专题练习）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 在线段 BD 上，且$\overrightarrow{EB}=m\overrightarrow{DE}$（$m\in R$），若$\overrightarrow{AC}=\lambda\overrightarrow{AE}+\mu\overrightarrow{AD}$（$\lambda$，$\mu\in\mathbf{R}$）且$\lambda+2\mu=0$，则$m=$（　）



A．$\dfrac{1}{3}$　　　B．3　　　C．$\dfrac{1}{4}$　　　D．4

【答案】B

【解析】方法 1：在平行四边形 $ABCD$ 中，因为$\overrightarrow{EB}=m\overrightarrow{DE}$，所以$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AE}=m\left(\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AD}\right)$，

所以$\overrightarrow{AE}=\dfrac{1}{1+m}\overrightarrow{AB}+\dfrac{m}{1+m}\overrightarrow{AD}$，

又∵$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$，

$\therefore \overrightarrow{AE}=\frac{1}{1+m}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}\right)+\frac{m}{1+m}\overrightarrow{AD}$,

$\therefore \overrightarrow{AC}=\left(1+m\right)\overrightarrow{AE}+\left(1-m\right)\overrightarrow{AD}$,

又$\because \overrightarrow{AC}=\lambda\overrightarrow{AE}+\mu\overrightarrow{AD}$,

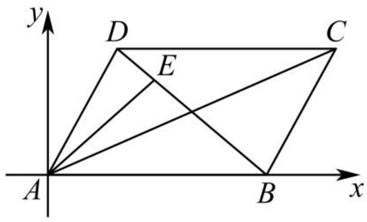
$\therefore \lambda=1+m$， $\mu=1-m$，（平面向量基本定理的应用）

又$\because \lambda+2\mu=0$,

$\therefore 1+m+2\left(1-m\right)=0$，解得 $m=3$,

故选：B.

方法 2：如图，以 A 为坐标原点， AB 所在直线为 x 轴建立平面直角坐标系，



则 $A\left(0,0\right)$，设 $B\left(a,0\right)$， $D\left(b,c\right)$,

$\because \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ 则 $C\left(a+b,c\right)$,

又$\because \overrightarrow{EB}=m\overrightarrow{DE}$，设 $E\left(x,y\right)$，则 $\begin{cases}a-x=m\left(x-b\right)\\-y=m\left(y-c\right)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{mb+a}{m+1}\\y=\dfrac{mc}{m+1}\end{cases}$

即： $E\left(\frac{mb+a}{m+1},\frac{mc}{m+1}\right)$

$\therefore \overrightarrow{AE}=\left(\frac{mb+a}{m+1},\frac{mc}{m+1}\right)$， $\overrightarrow{AC}=\left(a+b,c\right)$， $\overrightarrow{AD}=\left(b,c\right)$,

又$\because \overrightarrow{AC}=\lambda\overrightarrow{AE}+\mu\overrightarrow{AD}$， $\lambda+2\mu=0$

$\therefore \overrightarrow{AC}=-2\mu\overrightarrow{AE}+\mu\overrightarrow{AD}$

$\therefore \left(a+b,c\right)=-2\mu\left(\frac{mb+a}{m+1},\frac{mc}{m+1}\right)+\mu\left(b,c\right)$

$\therefore \begin{cases}a+b=\dfrac{-2\mu(a+bm)}{m+1}+\mu b ①\\c=\dfrac{-2\mu mc}{m+1}+\mu c ②\end{cases}$

由②得 $\mu=\frac{m+1}{1-m}$，将其代入①得 $m=3$,

故选：B.

3.（2023云南·高一云南师大附中校考期末）设向量$\vec{a}=(1,\cos\theta)$，$\vec{b}=(\sin 2\theta,-\cos\theta)$，则"$\vec{a}\perp\vec{b}$"是"$\tan\theta=\frac{1}{2}$"的（　）条件

A．充分不必要　　B．必要不充分

C．充要　　D．既不充分也不必要

【答案】B

【解析】$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\sin 2\theta-\cos^2\theta=0\Leftrightarrow 2\sin\theta\cos\theta-\cos^2\theta=0\Leftrightarrow 2\sin\theta=\cos\theta$或$\cos\theta=0\Leftrightarrow\tan\theta=\frac{1}{2}$或$\cos\theta=0$，故选：B．

4.（2023·全国·高一专题练习）设m，n是不同的直线，α、β、γ是不同的平面，有以下四个命题：

①$\left.\begin{matrix}\alpha//\beta\\ \alpha//\gamma\end{matrix}\right\}\Rightarrow\beta//\gamma$；②$\left.\begin{matrix}\alpha\perp\beta\\ m//\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow m\perp\beta$；③$\left.\begin{matrix}m\perp a\\ m//\beta\end{matrix}\right\}\Rightarrow\alpha\perp\beta$；④$\left.\begin{matrix}m//n\\ n\subset\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow m//\alpha$.其中正确的命题是（　　）

A．①④　　B．②③

C．①③　　D．②④

【答案】C

【解析】若$\alpha//\beta$，$\alpha//\gamma$，则根据面面平行的性质定理和判定定理可得$\beta//\gamma$，故①正确；

若$m//\alpha$，$\alpha\perp\beta$，则$m//\beta$或m与β相交或m在平面β内，故②不正确；

因为$m//\beta$，所以β内有一直线l与m平行，而$m\perp\alpha$，则$l\perp\alpha$，根据面面垂直的判定定理可知：$\alpha\perp\beta$，故③正确；

若$m//n$，$n\subset\alpha$，则$m\subset\alpha$或$m//\alpha$，故④不正确，

故选：C.

5.（2023吉林白城·高一校考阶段练习）若$(a+b+c)(b+c-a)=3bc$，且$\sin A=2\sin B\cos C$，那么$\triangle ABC$是（　）

A．直角三角形　　B．等边三角形

C．等腰三角形　　D．等腰直角三角形

【答案】B

【解析】由$(a+b+c)(b+c-a)=3bc$，得$(b+c)^2-a^2=3bc$，

化简得$b^2+c^2-a^2=bc$，

所以由余弦定理得 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{bc}{2bc}=\dfrac{1}{2}$，

因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$，

因为 $\sin A=2\sin B\cos C$，

所以由正余弦定理角化边得 $a=2b\cdot\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$，化简得 $b^2=c^2$，

所以 $b=c$，

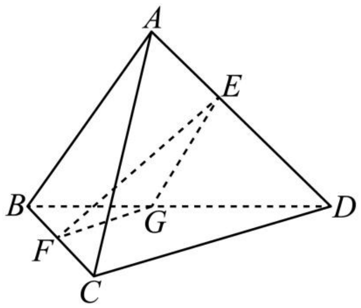
所以 $\triangle ABC$ 为等边三角形，

故选：B

6.（2023·高一课时练习）空间四边形 $ABCD$ 的两对边 $AB=CD=3$，E、F 分别是 AD、BC 上的点，且 $EF=\sqrt{7}$，$AE:ED=BF:FC=1:2$，则 AB 与 CD 所成角大小为（　）

A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．90°

【答案】C

【解析】

作 $EG//AB$ 交 BD 于 G，如图，连接 FG，

则 $\dfrac{AE}{ED}=\dfrac{BG}{GD}$，又 $\dfrac{AE}{ED}=\dfrac{BF}{FC}$，所以 $\dfrac{BG}{GD}=\dfrac{BF}{FC}$，所以 $FG//CD$，

所以 $\angle FGE$ 是 AB 与 CD 所成的角或其补角，

$AB=CD=3$，$\dfrac{AE}{ED}=\dfrac{AF}{FC}=\dfrac{1}{2}$，所以 $\dfrac{EG}{AB}=\dfrac{ED}{AD}=\dfrac{2}{3}$，$EG=2$，

$\dfrac{FG}{CD}=\dfrac{BF}{BC}=\dfrac{1}{3}$，所以 $FG=1$，

$\triangle EFG$ 中，$\cos\angle EFD=\dfrac{FG^2+EG^2-EF^2}{2FG\cdot EG}=\dfrac{2^2+1^2-(\sqrt{7})^2}{2\times2\times1}=-\dfrac{1}{2}$，

$\angle EGF$ 是三角形内角，所以 $\angle EGF=120°$，

所以 AB 与 CD 所成的角是 $60°$，

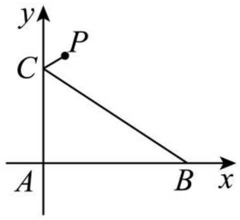
故选：C．

7．（2023·高一单元测试）已知 $\triangle ABC$ 中，$AB=6$，$AC=4$，$A=\dfrac{\pi}{2}$，若 $|CP|=1$，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的最小值为（　）

A．7　　　　　　B．9　　　　　　C．16　　　　　　D．25

【答案】A

【解析】以 A 为坐标原点，以两条直角边为坐标轴建立直角坐标系如图所示，



$\because AB=6, AC=4$，$\therefore A(0,0), B(6,0), C(0,4)$，

设点 P 的坐标为 (x,y)，则 $\overrightarrow{CP}=(x,y-4)$，$\overrightarrow{PA}=(-x,-y), \overrightarrow{PB}=(6-x,-y)$，

$\because |CP|=1$，$\therefore x^2+(y-4)^2=1$，

令 $x=\cos\theta, y-4=\sin\theta$，

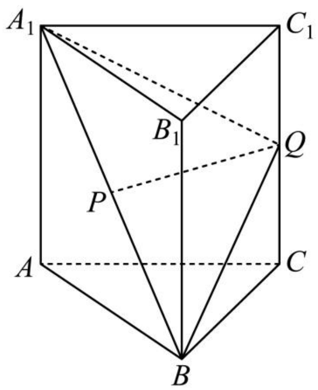
$\therefore \overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=-x(6-x)+y^2=x^2+y^2-6x=\cos^2\theta+(4+\sin\theta)^2-6\cos\theta$

$=8\sin\theta-6\cos\theta+17=10\sin(\theta-\varphi)+17$，其中 $\sin\varphi=\frac{3}{5}, \cos\varphi=\frac{4}{5}$，

故当 $\sin(\theta-\varphi)=-1$ 时，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 取最小值为 7.

故选：A.

8.（2023·全国·高一专题练习）如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$CA=CB$，P 为 A_1B 的中点，Q 为棱 CC_1 的中点，则下列结论不正确的是（　　）



A．$PQ\perp A_1B$　　　　　　B．AC//平面 A_1BQ

C．$PQ\perp CC_1$　　　　　　D．PQ//平面 ABC

【答案】B

【解析】不妨设棱柱的高为 $2h$，$AC=CB=x$.

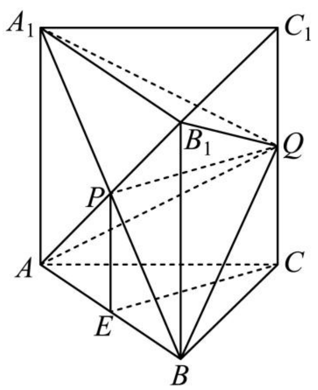
B 选项，根据棱柱性质，$A_1C_1 // AC$，而 $A_1C_1 \cap$ 平面 $A_1BQ = A_1$，若 $AC //$ 平面 A_1BQ，无论怎样平移直线 AC，都不会和平面 A_1BQ 只有一个交点，于是得到矛盾，故 B 选项错误；

A 选项，计算可得，$QA_1 = QB = \sqrt{x^2+h^2}$，又 P 为 A_1B 的中点，故 $PQ \perp A_1B$（三线合一），A 选项正确；

C 选项，连接 QB_1, QA, AB_1，根据平行四边形性质，AB_1 过 P，计算可得，$QA = QB_1 = \sqrt{x^2+h^2}$，又 P 为 AB_1 的中点，故 $PQ \perp AB_1$（三线合一），结合 A 选项，$PQ \perp A_1B$，$AB_1 \cap A_1B = P$，$AB_1, A_1B \subset$ 平面 ABB_1A_1，故 $PQ \perp$ 平面 ABB_1A_1，由 $AA_1 \subset$ 平面 ABB_1A_1，故 $PQ \perp AA_1$，棱柱的侧棱 $AA_1 // CC_1$，故 $PQ \perp CC_1$，C 选项正确；

D 选项，取 AB 中点 E，连接 PE, CE，结合 P 为 A_1B 的中点可知，PE 为 $\triangle ABA_1$ 中位线，故 $PE // AA_1$，且 $PE = \frac{1}{2}AA_1$，即 $PE // CQ$，且 $PE = CQ$，故四边形 $PECQ$ 为平行四边形，故 $PQ // CE$，由 $PQ \not\subset$ 平面 ABC，$CE \subset$ 平面 ABC，故 $PQ //$ 平面 ABC，D 选项正确.

故选：B



二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9．（2023·全国·高一专题练习）已知 $\vec{a} = (1,3), \vec{b} = (-2,1), \vec{c} = (3,-5)$，则（　　）

A．$(\vec{a}+2\vec{b}) \perp \vec{c}$　　　　B．$(\vec{a}+2\vec{b}) // \vec{c}$

C．$|\vec{a}+\vec{c}| = 2$　　　　D．$|\vec{a}+\vec{c}| = 2|\vec{b}|$

【答案】BD

【解析】$\vec{a} = (1,3), \vec{b} = (-2,1), \vec{c} = (3,-5)$

对于 A，$\vec{a}+2\vec{b} = (-3,5)$，$(\vec{a}+2\vec{b}) \cdot \vec{c} = -3\times3+5\times(-5) \neq 0$，$\vec{a}+2\vec{b}$ 与 $\vec{c}$ 不垂直，A 不正确；

对于 B，$\vec{a}+2\vec{b}=(-3,5)=-\vec{c}$，有 $(\vec{a}+2\vec{b})//\vec{c}$，B 正确；

对于 C，$\vec{a}+\vec{c}=(4,-2)$，有 $|\vec{a}+\vec{c}|=\sqrt{4^2+(-2)^2}=2\sqrt{5}$，C 不正确；

对于 D，$|\vec{b}|=\sqrt{(-2)^2+1^2}=\sqrt{5}$，由选项 C 知 $|\vec{a}+\vec{c}|=2\sqrt{5}$，$|\vec{a}+\vec{c}|=2|\vec{b}|$，D 正确.

故选：BD

10．（2023·全国·高一专题练习）折扇又名“纸扇”是一种用竹木或象牙做扇骨，韧纸或者绫绢做扇面的能折叠的扇子.如图 1，其平面图是如图 2 的扇形 AOB，其中 $\angle AOB=150^\circ$，$OA=2OC=2OD=2$，点 F 在弧 AB 上，且 $\angle BOF=120^\circ$，点 E 在弧 CD 上运动（包括端点），则下列结论正确的有（　）


图1

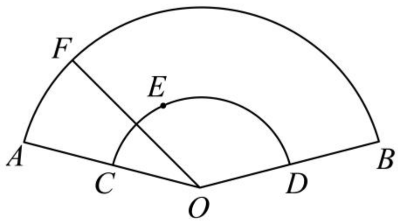


图2

A．$\overrightarrow{OF}$ 在 $\overrightarrow{OA}$ 方向上的投影向量为 $\frac{\sqrt{3}}{2}\overrightarrow{OA}$

B．若 $\overrightarrow{OE}=\lambda\overrightarrow{OC}+\mu\overrightarrow{OD}$，则 $\lambda+\mu\in\left[1,\sqrt{6}+\sqrt{2}\right]$

C．$\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{DA}=1-\sqrt{3}$

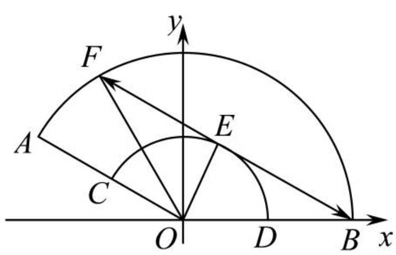
D．$\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{EB}$ 的最小值是 -3

【答案】ABD

【解析】对于 A 选项，由题意可知 $\angle AOF=30^\circ$，

所以，$\overrightarrow{OF}$ 在 $\overrightarrow{OA}$ 方向上的投影向量为 $\left|\overrightarrow{OF}\right|\cos 30^\circ\cdot\frac{\overrightarrow{OA}}{\left|\overrightarrow{OA}\right|}=\frac{\sqrt{3}}{2}\overrightarrow{OA}$，A 对；

对于 B 选项，以点 O 为坐标原点，OD 所在直线为 x 轴建立如下图所示的平面直角坐标系，



则 $D(1,0)$、$C\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$，设点 $E(\cos\theta,\sin\theta)$，其中 $0\le\theta\le\frac{5\pi}{6}$，

由$\overrightarrow{OE}=\lambda\overrightarrow{OC}+\mu\overrightarrow{OD}$可得$\left(\cos\theta,\sin\theta\right)=\lambda\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)+\mu\left(1,0\right)$，

所以，$\begin{cases}-\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda+\mu=\cos\theta\\ \frac{1}{2}\lambda=\sin\theta\end{cases}$，所以，$\begin{cases}\lambda=2\sin\theta\\ \mu=\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta\end{cases}$，

所以，$\lambda+\mu=\left(2+\sqrt{3}\right)\sin\theta+\cos\theta=\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\sin\left(\theta+\frac{\pi}{12}\right)$，

$\because 0\le\theta\le\frac{5\pi}{6}$，则$\frac{\pi}{12}\le\theta+\frac{\pi}{12}\le\frac{11\pi}{12}$，所以，$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\le\sin\left(\theta+\frac{\pi}{12}\right)\le 1$，

所以，$\lambda+\mu=\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\sin\left(\theta+\frac{\pi}{12}\right)\in\left[1,\sqrt{6}+\sqrt{2}\right]$，B 对；

对于 C 选项，$\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OD}$，所以，$\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{OD}\cdot\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OD}\right)=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OD}^2$

$=2\times1\times\cos150^\circ-1^2=-\sqrt{3}-1$，C 错；

对于 D 选项，$E\left(\cos\theta,\sin\theta\right)$，其中$0\le\theta\le\frac{5\pi}{6}$，$B\left(2,0\right)$、$F\left(-1,\sqrt{3}\right)$，

$\overrightarrow{EB}=\left(2-\cos\theta,-\sin\theta\right)$，$\overrightarrow{EF}=\left(-1-\cos\theta,\sqrt{3}-\sin\theta\right)$，

所以，$\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{EF}=(2-\cos\theta)(-1-\cos\theta)-\sin\theta\left(\sqrt{3}-\sin\theta\right)=-2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)-1$，

因为$0\le\theta\le\frac{5\pi}{6}$，则$\frac{\pi}{6}\le\theta+\frac{\pi}{6}\le\pi$，

所以，故当$\theta+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$时，$\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{EB}$取最小值为$-2-1=-3$，D 对.

故选：ABD.

11．（2023·全国·高一专题练习）下列关于复数的四个命题正确的是（　　）

A．若$|z|=2$，则$z\cdot\overline{z}=4$

B．若$z\left(2+\mathrm{i}^7\right)=3+\mathrm{i}$，则$z$的共轭复数的虚部为 1

C．若$|z+1-\mathrm{i}|=1$，则$|z-1-\mathrm{i}|$的最大值为 3

D．若复数z_1，z_2满足$|z_1|=2$，$|z_2|=2$，$z_1+z_2=1+\sqrt{3}\mathrm{i}$，则$|z_1-z_2|=2\sqrt{3}$

【答案】ACD

【解析】设$z=a+b\mathrm{i},(a,b\in\mathrm{R})$，

对 A，$|z|=2\Rightarrow a^2+b^2=4$，$z\cdot\overline{z}=(a+b\mathrm{i})(a-b\mathrm{i})=a^2+b^2=4$，故正确；

对 B，$z\left(2+i^{7}\right)=3+i \Rightarrow z(2-i)=3+i$，所以 $z=\frac{3+i}{2-i}=\frac{(3+i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}=\frac{5+5i}{5}=1+i$，

$\bar{z}=1-i$，其虚部为 -1，故错误；

对 C，由 $|z+1-i|=1$ 的几何意义，知复数 z 对应的动点 Z 到定点 $(-1,1)$ 的距离为 1，

即动点 Z 的轨迹为以 $(-1,1)$ 为圆心，1为半径的圆，$|z-1-i|$ 表示动点 Z 到定点 $(1,1)$ 的距离，由圆的性质知，

$|z-1-i|_{\max}=\sqrt{(-1-1)^{2}+(1-1)^{2}}+1=3$，故正确；

对 D，设 $z_1=m+ni, z_2=c+di, (m,n,c,d \in R)$，因为 $|z_1|=2$，$|z_2|=2$，

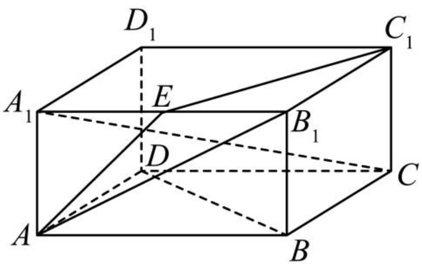
所以 $m^2+n^2=4$，$c^2+d^2=4$，又 $z_1+z_2=1+\sqrt{3}i$，所以 $m+c=1, n+d=\sqrt{3}$，

所以 $mc+nd=-2$，所以 $|z_1-z_2|=|(m-c)+(n-d)i|=\sqrt{(m-c)^2+(n-d)^2}$

$=\sqrt{m^2+c^2+n^2+d^2-2(mc+nd)}=\sqrt{4+4-2\times(-2)}=2\sqrt{3}$，故正确.

故选：ACD

12.（2023·全国·高一专题练习）如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=2$，$AA_1=1$，E 为棱 A_1B_1 的中点，则（　）

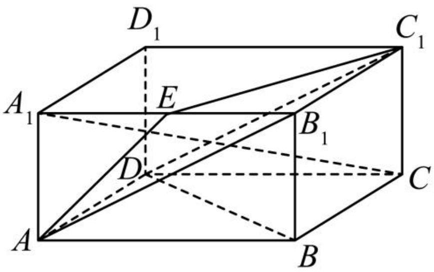


A．$AB_1 //$ 面 BC_1D　　　　B．$A_1C \perp BD$

C．平面 AC_1E 截该长方体所得截面面积为 $\frac{3\sqrt{5}}{2}$　　　　D．三棱锥 $A-B_1C_1E$ 的体积为 $\frac{1}{3}$

【答案】ABD

【解析】对于选项 A：连接 C_1D，



$\because ABCD-A_1B_1C_1D_1$为长方体，$\therefore AD//B_1C_1$， $AD=B_1C_1$，$\therefore$四边形ADC_1B_1是平行四边形，

$\therefore AB_1//DC_1$，

$\because AB_1\not\subset$平面BC_1D， $DC_1\subset$平面BC_1D，

$\therefore AB_1//$面BC_1D， 故选项 A 正确；

对于选项 B：

$\because AB=BC=2$，

$\therefore BD\perp AC$，

$\because A_1A\perp$平面$ABCD$，

$\therefore A_1C$在平面$ABCD$上的投影为AC，

$\therefore A_1C\perp BD$， 故选项 B 正确；

对于选项 C：

根据长方体对称性易知平面AC_1E截该长方体所得截面面积为$2S_{\triangle AEC_1}$，

$\because AB=BC=2$， $AA_1=1$，

$\therefore AE=\sqrt{2}$， $EC_1=\sqrt{5}$， $AC_1=3$，

$\therefore \cos\angle AEC_1=\dfrac{2+5-9}{2\sqrt{2}\times\sqrt{5}}=-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，

由$\therefore \cos^2\angle AEC_1+\sin^2\angle AEC_1=1$， $\sin\angle AEC_1>0$可得$\sin\angle AEC_1=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，

则$2S_{\triangle AEC_1}=2\times\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}\times\dfrac{3\sqrt{10}}{10}=3$， 故 C 错误；

对于选项 D：

三棱锥$A-B_1C_1E$的底面积$S_{\triangle B_1C_1E}=\dfrac{1}{2}\times1\times2=1$， 高为$h=1$，

则三棱锥$A-B_1C_1E$的体积为$V_{A-B_1C_1E}=\dfrac{1}{3}\times1\times1=\dfrac{1}{3}$， 故 D 正确；

故选：ABD.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.（2023·全国·高一专题练习）若四面体$ABCD$中， $AB=CD=\sqrt{5}$， $BC=DA=\sqrt{10}$， $AC=DB=\sqrt{13}$，则四面体$ABCD$的体积是________.