

2024 北京人大附中高一（上）期末

数学 2024.01

分说明：I 卷满分 100 分、II 卷满分 50 分、全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟

共一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ，集合 $A = \{-2, -1, 0\}$ ，则 $\complement_U A =$ ()

- A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $(0, 2)$ D. $(1, 2)$

【答案】B

【解析】

【分析】根据补集概念求解出结果.

【详解】因为 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ， $A = \{-2, -1, 0\}$ ，

所以 $\complement_U A = \{1, 2\}$ ，

故选：B.

2. 某学校有高中学生 1500 人，初中学生 1000 人. 学生社团创办文创店，想了解初高中学生对学校吉祥物设计的需求，用分层抽样的方式随机抽取若干人进行问卷调查. 已知在初中学生中随机抽取了 100 人，则在高中学生中抽取了 ()

- A. 150 人 B. 200 人 C. 250 人 D. 300 人

【答案】A

【解析】

【分析】根据各层的抽样比相同求解出结果.

【详解】因为初中学生 1000 人抽取了 100 人，所以抽样比为 $\frac{100}{1000} = \frac{1}{10}$ ，

所以高中生抽取 $1500 \times \frac{1}{10} = 150$ 人，

故选：A.

3. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x+2 \leq 0$ ”的否定是 ()

- A. $\exists x \in \mathbf{R}, x+2 > 0$ B. $\exists x \in \mathbf{R}, x+2 < 0$
C. $\forall x \in \mathbf{R}, x+2 > 0$ D. $\forall x \in \mathbf{R}, x+2 < 0$

【答案】C

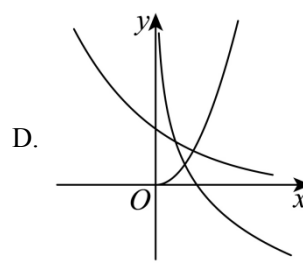
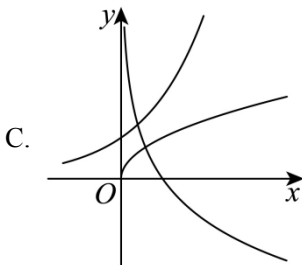
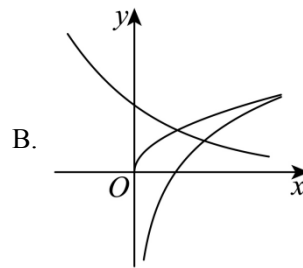
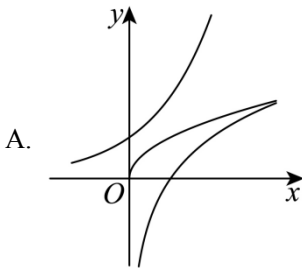
【解析】

【分析】 根据特称命题的否定是全称命题分析判断.

【详解】 由题意可知: 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x+2 \leq 0$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbf{R}, x+2 > 0$ ”.

故选: C.

4. 在同一个坐标系中, 函数 $f(x) = \log_a x, g(x) = a^{-x}, h(x) = x^a$ 的部分图象可能是 ()



【答案】 C

【解析】

【分析】 先根据 $f(x), g(x)$ 的单调性相反排除 AD, 然后根据幂函数图象判断出 a 的范围, 由此可知正确图象.

【详解】 因为 $f(x) = \log_a x, g(x) = a^{-x}$ 在同一坐标系中,

所以 $f(x), g(x)$ 的单调性一定相反, 且 $f(x), g(x)$ 图象均不过原点, 故排除 AD;

在 BC 选项中, 过原点的图象为幂函数 $h(x) = x^a$ 的图象, 由图象可知 $0 < a < 1$,

所以 $f(x) = \log_a x$ 单调递减, $g(x) = a^{-x}$ 单调递增, 故排除 B,

故选: C.

5. 下列函数中, 既是奇函数, 又在 $(0, +\infty)$ 上单调递减的是 ()

A. $f(x) = \sqrt{x}$

B. $f(x) = -x|x|$

C. $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$

D. $f(x) = x^3$

【答案】 B

【解析】

【分析】利用定义判断函数的奇偶性可对 A、C 判断；利用函数奇偶性的判断并结合函数单调性可对 B、D 判断.

【详解】对 A、C：由 $f(x) = \sqrt{x}$ ，定义域为 $[0, +\infty)$ ，所以 $f(x) = \sqrt{x}$ 不是奇函数，故 A 错误；

$f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ 定义域为 \mathbf{R} ， $f(-x) = \frac{1}{(-x)^2+1} = \frac{1}{x^2+1} = f(x)$ ，所以 $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ 是偶函数，故 C 错误；

对 B、D： $f(x) = -x|x|$ ，定义域为 \mathbf{R} ， $f(-x) = -(-x)|-x| = x|x| = -f(x)$ ，所以 $f(x)$ 为奇函数，

当 $x > 0$ 时， $f(x) = -x^2$ ，且 $f(x) = -x^2$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，故 B 正确；

$f(x) = x^3$ ，定义域为 \mathbf{R} ，且 $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$ ，所以 $f(x) = x^3$ 为奇函数，且在定义域上为增函数，故 D 错误；

故选：B.

6. 已知 $a = 2^{0.1}$, $b = \log_2 \sqrt{3}$, $c = \log_3 \sqrt{2}$ ，则实数 a, b, c 的大小关系是 ()

A. $c > a > b$

B. $c > b > a$

C. $a > c > b$

D. $a > b > c$

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意结合指、对数函数单调性运算求解.

【详解】因为 $b = \log_2 \sqrt{3} = \frac{1}{2} \log_2 3$, $c = \log_3 \sqrt{2} = \frac{1}{2} \log_3 2$,

由 $y = 2^x$ 在 \mathbf{R} 上单调递增，可得 $2^{0.1} > 2^0 = 1$ ，即 $a > 1$ ；

由 $y = \log_2 x$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调递增，可得 $1 = \log_2 2 < \log_2 3 < \log_2 4 = 2$ ，即 $\frac{1}{2} < b < 1$ ；

由 $y = \log_3 x$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调递增，可得 $\log_3 2 < \log_3 3 = 1$ ，即 $c < \frac{1}{2}$ ；

综上所述： $a > b > c$.

故选：D.

7. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2^x+1} - \frac{a}{2}$ ，则“ $a = 1$ ”是“ $f(x)$ 为奇函数”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【解析】

【分析】根据“ $a=1$ ”与“ $f(x)$ 为奇函数”互相推出的情况判断属于何种条件.

【详解】当 $a=1$ 时, $f(x)=\frac{1}{2^x+1}-\frac{1}{2}$, 定义域为 \mathbf{R} 且关于原点对称,

$$\text{所以 } f(-x)=\frac{1}{2^{-x}+1}-\frac{1}{2}=\frac{2^x}{1+2^x}-\frac{1}{2}=\frac{2^x+1-1}{1+2^x}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{1+2^x}=-f(x),$$

所以 $f(x)$ 为奇函数;

当 $f(x)$ 为奇函数时, 显然定义域为 \mathbf{R} 且关于原点对称, 所以 $f(-x)=-f(x)$,

$$\text{所以 } f(-x)+f(x)=\left(\frac{1}{2^{-x}+1}-\frac{a}{2}\right)+\left(\frac{1}{2^x+1}-\frac{a}{2}\right)=\left(\frac{2^x}{1+2^x}-\frac{a}{2}\right)+\left(\frac{1}{2^x+1}-\frac{a}{2}\right)=1-a=0,$$

所以 $a=1$,

由上可知, “ $a=1$ ”是“ $f(x)$ 为奇函数”的充要条件,

故选: C.

8. 已知函数 $f(x)=\log_2(x+1)+x-2$, 则不等式 $f(x)<0$ 的解集为 ()

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-1, 1)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, +\infty)$

【答案】B

【解析】

【分析】先求出 $f(x)$ 的定义域, 然后分析 $f(x)$ 的单调性, 再根据 $f(x)<0 \Leftrightarrow f(x)<f(1)$ 求解出不等式解集.

【详解】 $f(x)=\log_2(x+1)+x-2$ 的定义域为 $(-1, +\infty)$,

因为 $y=\log_2(x+1)$, $y=x-2$ 均在 $(-1, +\infty)$ 上单调递增,


所以 $f(x)=\log_2(x+1)+x-2$ 在 $(-1, +\infty)$ 上单调递增,

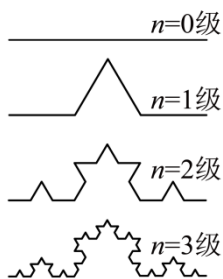
又因为 $f(1)=\log_2 2+1-2=0$, 所以 $f(x)<0 \Leftrightarrow f(x)<f(1)$,

所以不等式解集为 $x \in (-1, 1)$,

故选: B.

9. 科赫(Koch)

曲线是几何中最简单的分形. 科赫曲线的产生方式如下: 如图, 将一条线段三等分后, 以中间一段为边作正三角形并去掉原线段生成 1 级科赫曲线“”, 将 1 级科赫曲线上每一线段重复上述步骤得到 2 级科赫曲线, 同理可得 3 级科赫曲线……在分形中, 一个图形通常由 N 个与它的上一级图形相似, 且相似比为 r 的部分组成. 若 $r^D = \frac{1}{N}$, 则称 D 为该图形的分形维数. 那么科赫曲线的分形维数是 ()



- A. $\log_2 3$ B. $\log_3 2$ C. 1 D. $2\log_3 2$

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意得出 Koch 曲线是由把全体缩小 $\frac{1}{3}$ 的 4 个相似图形构成的, 再根据题设条件即可得出结果.

【详解】由题意 Koch 曲线是由把全体缩小 $\frac{1}{3}$ 的 4 个相似图形构成的,

因为 $\left(\frac{1}{3}\right)^D = \frac{1}{4}$, 即 $3^D = 4$, 则 $D = \log_3 4 = 2\log_3 2$,

所以分形维数是 $D = 2\log_3 2$.

故选: D.

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+a, & x \leq a \\ x^2, & x > a \end{cases}$, 若存在非零实数 x_0 , 使得 $f(-x_0) = -f(x_0)$ 成立, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 0]$ B. $\left(-\infty, \frac{1}{4}\right]$ C. $[-4, 0]$ D. $\left[-2, \frac{1}{4}\right]$

【答案】D

【解析】

【分析】利用赋值和排除法可得结果

【详解】取 $a = \frac{1}{4}$ ，则 $f(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{4}, x \leq \frac{1}{4} \\ x^2, x > \frac{1}{4} \end{cases}$ ，

若 $\begin{cases} x_0 \leq \frac{1}{4} \\ -x_0 > \frac{1}{4} \end{cases}$ ，则 $x_0 < -\frac{1}{4}$ ，由 $f(-x_0) = -f(x_0)$ ，得 $x_0^2 = -\left(x_0 + \frac{1}{4}\right)$ ，

解得 $x_0 = -\frac{1}{2} < -\frac{1}{4}$ ，符合条件，排除选项 A、C，

取 $a = -4$ ，则 $f(x) = \begin{cases} x - 4, x \leq -4 \\ x^2, x > -4 \end{cases}$ ，

若 $x_0 \leq -4$ 时， $-x_0 \geq 4$ ，由 $f(-x_0) = -f(x_0)$ ，得 $x_0^2 = -(x_0 - 4)$ ，

解得 $x_0 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$ ，或 $x_0 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$ ，都不符合条件，

若 $\begin{cases} x_0 > -4 \\ -4 < -x_0 < 4 \end{cases}$ ，即 $-4 < x_0 < 4$ ，由 $f(-x_0) = -f(x_0)$ ，

得 $x_0^2 = -x_0^2$ ，即 $x_0 = 0$ ，不符合条件，

若 $\begin{cases} x_0 > -4 \\ -x_0 \leq -4 \end{cases}$ ，即 $x_0 \geq 4$ ，由 $f(-x_0) = -f(x_0)$ ，

得 $-x_0 - 4 = -x_0^2$ ，解得 $x_0 = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$ ，或 $x_0 = \frac{1 - \sqrt{17}}{2}$ ，都不符合条件，

综上， $a \neq -4$ ，排除 B，选 D

故选：D

二、填空题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分.

11. 函数 $f(x) = \lg(x-1)$ 的定义域是_____.

【答案】 $(1, +\infty)$

【解析】

【分析】利用真数大于零列不等式求解即可.

【详解】要使函数 $f(x) = \lg(x-1)$ 有意义，

则 $x-1 > 0$ ，解得 $x > 1$ ，

即函数 $f(x) = \lg(x-1)$ 的定义域是 $(1, +\infty)$,

故答案为: $(1, +\infty)$.

【点睛】 本题主要考查对数型复合函数的定义域, 属于基础题.

12. 农科院作物所为了了解某种农作物的幼苗质量, 分别从该农作物在甲、乙两个不同环境下培育的幼苗中各随机抽取了 15 株幼苗进行检测, 量出它们的高度如下图 (单位: cm):

| 甲 | | | | | 乙 | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 3 | 3 | 2 | 1 | 3 | 7 | | | | | | | |
| | 9 | 5 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 5 | 5 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| | | 9 | 8 | 7 | 5 | 5 | 2 | 4 | 4 | 5 | 8 | | |
| | | | 5 | 3 | 6 | 0 | | | | | | | |

记该样本中甲、乙两种环境下幼苗高度的中位数分别为 a, b , 则 $|a-b| =$ _____;

若以样本估计总体, 记甲、乙两种环境下幼苗高度的标准差分别为 s_1, s_2 , 则 s_1 _____ s_2 (用 “<, >或=” 连接).

【答案】 ①. 3 ②. >

【解析】

【分析】 空① 根据题意分别求出甲乙环境下的 15 个高度数据, 从而求出中位数, 即可求解; 空② 利用标准差公式分别求出 s_1, s_2 , 从而求解.

【详解】 对空①: 由题意得甲环境的幼苗高度为: 31, 32, 33, 33, 35, 43, 44, 45, 49, 55, 57, 58, 59, 63, 65, 其中位数 $a = 45$,

乙环境的幼苗高度为: 37, 43, 44, 45, 45, 47, 48, 48, 49, 52, 54, 54, 55, 58, 60, 其中位数 $b = 48$,

所以 $|a-b| = |45-48| = 3$;

对空②: 甲环境下的幼苗平均高度为:

$$\frac{31+32+33+33+35+43+44+45+49+55+57+58+59+63+65}{15} = 46.8,$$

所以 $s_1 = \sqrt{\frac{1}{15}[(31-46.8)^2 + (32-46.8)^2 + (33-46.8)^2 + (33-46.8)^2 + (35-46.8)^2 + (43-46.8)^2 + (44-46.8)^2 + (45-46.8)^2 + (49-46.8)^2 + (55-46.8)^2 + (57-46.8)^2 + (58-46.8)^2 + (59-46.8)^2 + (63-46.8)^2 + (65-46.8)^2]} \approx 10.2$

甲环境下的幼苗平均高度为:

$$\frac{37+43+44+45+45+47+48+48+49+52+54+54+55+58+60}{15} = \frac{739}{15}$$

所以

$$s_2 = \sqrt{\frac{1}{15} \left[\left(37 - \frac{739}{15}\right)^2 + \left(43 - \frac{739}{15}\right)^2 + \left(44 - \frac{739}{15}\right)^2 + 2 \times \left(45 - \frac{739}{15}\right)^2 + \left(47 - \frac{739}{15}\right)^2 + 2 \times \left(48 - \frac{739}{15}\right)^2 + \left(49 - \frac{739}{15}\right)^2 + \left(52 - \frac{739}{15}\right)^2 + 2 \times \left(54 - \frac{739}{15}\right)^2 + \left(55 - \frac{739}{15}\right)^2 + \left(58 - \frac{739}{15}\right)^2 + \left(60 - \frac{739}{15}\right)^2 \right]} \approx 5.99$$

所以 $s_1 > s_2$.

故答案为: 3; >.

13. 已知函数 $f(x) = x + \frac{4}{x} - a$ 没有零点, 则 a 的一个取值为 _____; a 的取值范围是 _____.

【答案】 ①. 0 ($a \in (-4, 4)$ 即可) ②. $-4 < a < 4$

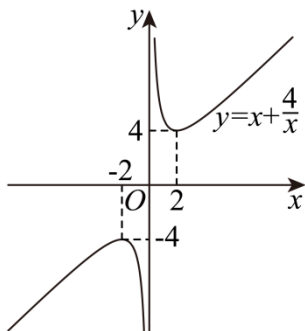
【解析】

【分析】根据题意分析可知函数 $f(x)$ 没有零点, 等价于 $y = x + \frac{4}{x}$ 与 $y = a$ 没有交点, 结合对勾函数图象分析求解.

【详解】令 $f(x) = x + \frac{4}{x} - a = 0$, 则 $x + \frac{4}{x} = a$,

若函数 $f(x)$ 没有零点, 等价于 $y = x + \frac{4}{x}$ 与 $y = a$ 没有交点,

作出 $y = x + \frac{4}{x}$ 的图象, 如图所示:



由图象可知: 若 $y = x + \frac{4}{x}$ 与 $y = a$ 没有交点, 则 $-4 < a < 4$,

故答案为: 0 ($a \in (-4, 4)$ 即可); $-4 < a < 4$.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \geq 0, \\ -x^2, & x < 0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 的单调递增区间为 _____; 满足 $|f(x)| < 4 \times 10^4$ 的整数解

的个数为 _____. (参考数据: $\lg 2 \approx 0.30$)

【答案】 ①. $(-\infty, +\infty)$ ②. 215

【解析】

【分析】第一个空, 作出 $f(x)$ 的图象, 由图可知 $f(x)$ 的单调递增区间; 第二个空, 分 $x \geq 0$ 和 $x < 0$ 两种情况解不等式.

【详解】作出 $f(x)$ 的图象，由图可知， $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty, +\infty)$ ，

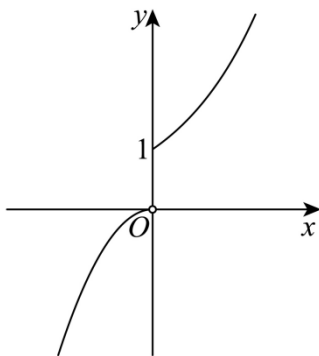
当 $x \geq 0$ 时， $|f(x)| = |2^x| = 2^x < 4 \times 10^4$ ，解得 $x < \log_2(4 \times 10^4)$ ，即 $x < 2 + \frac{4}{\lg 2} \approx 15.3$ ，

所以 $0 \leq x < 15.3$ ，

当 $x < 0$ 时， $|f(x)| = |-x^2| = x^2 < 4 \times 10^4$ ，解得 $-200 < x < 0$ ，

故满足 $|f(x)| < 4 \times 10^4$ 的整数解的个数为 215.

故答案为： $(-\infty, +\infty)$ ；215.



15. 共享单车已经逐渐成为人们在日常生活中必不可少的交通工具. 通过调查发现人们在单车选择时，可

以使用“Tullock 竞争函数”进行近似估计，其解析式为 $S(x) = \frac{x^a}{x^a + (1-x)^a}$, $x \in [0, 1], a > 0$ (其中参数 a

表示市场外部性强度， a 越大表示外部性越强). 给出下列四个结论：

① $S(x)$ 过定点 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ；

② $S(x)$ 在 $[0, 1]$ 上单调递增；

③ $S(x)$ 关于 $x = \frac{1}{2}$ 对称；

④ 取定 x ，外部性强度 a 越大， $S(x)$ 越小.

其中所有正确结论的序号是_____.

【答案】①②

【解析】

【分析】对于①令 $x = \frac{1}{2}$ 即可求得定点可判断①的正误；对于②对 $S(x)$ 求导，判断导函数在 $x \in [0, 1]$ 时的正负即可判断②的正误；对于③由②即可判断正误；对于④以 a 为自变量构造新函数，求导，判断单调性即可判断正误.

【详解】对于①，在 $S(x)$ 中，令 $x = \frac{1}{2}$ ，则 $S\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^a}{2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^a} = \frac{1}{2}$ ，过定点 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ，故①正确；

对于②， $S'(x) = \frac{a[x(1-x)]^{a-1}}{[x^a + (1-x)^a]^2}$ ，当 $x \in [0, 1]$ ， $S'(x) \geq 0$ ，则 $S(x)$ 为单调递增，故②正确；

对于③，由②知 $S(x)$ 为单调递增，故不存在对称性，故③错误；

对于④，以 a 为自变量，设 $S(x)$ 为 $T(a)$ ，则 $T'(a) = \frac{[x(1-x)]^a}{[x^a + (1-x)^a]^2} \ln \frac{x}{1-x}$ ，

当 $a > 0$ ，故 $\frac{[x(1-x)]^a}{[x^a + (1-x)^a]^2} > 0$ ， $T'(a)$ 的正负取决于 $\ln \frac{x}{1-x}$ ，

当 $\frac{x}{1-x} < 1$ ，即 $0 < x < \frac{1}{2}$ 时， $T'(a) < 0$ ，随着 a 的增大， $S(x)$ 减小；

当 $\frac{x}{1-x} > 1$ ，即 $\frac{1}{2} < x < 1$ 时， $T'(a) > 0$ ，随着 a 的增大， $S(x)$ 增大，故④错误。

故答案为：①②。

三、解答题共 4 小题，共 40 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16. 国务院正式公布的《第一批全国重点文物保护单位名单》中把重点文物保护单位（下述简称为“第一批文保单位”）分为六大类。其中“A:革命遗址及革命纪念建筑物”、“B:石窟寺”、“C:古建筑及历史纪念建筑物”、“D:石刻及其他”、“E:古遗址”、“F:古墓葬”。北京的 18 个“第一批文保单位”所在区分布如下表：

| 行政区 | 门类 | 个数 |
|-----|-----------------|----|
| 东城区 | A: 革命遗址及革命纪念建筑物 | 3 |
| | C: 古建筑及历史纪念建筑物 | 5 |
| 西城区 | C: 古建筑及历史纪念建筑物 | 2 |
| 丰台区 | A: 革命遗址及革命纪念建筑物 | 1 |
| 海淀区 | C: 古建筑及历史纪念建筑物 | 2 |

| | | |
|-----|---------------|---|
| 房山区 | C:古建筑及历史纪念建筑物 | 1 |
| | E:古遗址 | 1 |
| 昌平区 | C:古建筑及历史纪念建筑物 | 1 |
| | F:古墓葬 | 1 |
| 延庆区 | C:古建筑及历史纪念建筑物 | 1 |

(1) 某个研学小组随机选择北京市“第一批文保单位”中的一个进行参观，求选中的参观单位恰好为“C:古建筑及历史纪念建筑物”的概率；

(2) 小王同学随机选择北京市“第一批文保单位”中的“A:革命遗址及革命纪念建筑物”中的一个进行参观；小张同学随机选择北京市“第一批文保单位”中的“C:古建筑及历史纪念建筑物”中的一个进行参观。两人选择参观单位互不影响，求两人选择的参观单位恰好在同一个区的概率；

(3) 现在拟从北京市“第一批文保单位”中的“C:古建筑及历史纪念建筑物”中随机抽取 2 个单位进行常规检查。记抽到海淀区的概率为 P_1 ，抽不到海淀区的概率记为 P_2 ，试判断 P_1 和 P_2 的大小（直接写出结论）。

【答案】(1) $\frac{2}{3}$

(2) $\frac{5}{16}$

(3) $P_1 < P_2$

【解析】

【分析】(1) 由题意知总样本数为 18，C:古建筑及历史纪念建筑物共有 12，利用古典概率从而求解。

(2) 由题意可知小王参观 A:革命遗址及革命纪念建筑物与小张参观 C:古建筑及历史纪念建筑物在同一个区的只有东城区，然后分别求出他们参观东城区的概率，从而求解。

(3) 利用分类讨论求出相应的抽到海淀区的概率 P_1 和抽不到海淀区的概率 P_2 ，从而求解。

【小问 1 详解】

设选中参观单位恰好为“C:古建筑及历史纪念建筑物”为事件 A，

由题意知总共有 18，“C:古建筑及历史纪念建筑物”有 12，

$$\text{所以 } P(A) = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}.$$

【小问 2 详解】

设两人选择的参观单位恰好在同一个区为事件 B ，由题意可知小王参观 A : 革命遗址及革命纪念建筑物与小张参观 C : 古建筑及历史纪念建筑物在同一个区的只有东城区，

所以小王参观东城区景区的概率为 $\frac{3}{4}$ ，小张参观东城区景区的概率为 $\frac{5}{12}$ ，

$$\text{所以 } P(B) = \frac{3}{4} \times \frac{5}{12} = \frac{5}{16}.$$

【小问 3 详解】

当抽到的 2 个都是海淀区的概率为 $\frac{2}{12} \times \frac{1}{11} = \frac{1}{66}$ ，

当抽到的 2 个中有 1 个是海淀区的概率为 $\frac{2}{12} \times \frac{10}{11} = \frac{10}{66} = \frac{5}{33}$ ，

$$\text{所以 } P_1 = \frac{1}{66} + \frac{5}{33} = \frac{1}{6}, \quad P_2 = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6},$$

所以 $P_1 < P_2$.

$$17. \text{ 已知集合 } A = \{x \mid x^2 - x - 2 < 0\}, B = \left\{x \mid \left|x - \frac{5}{2}\right| \geq \frac{3}{2}\right\}.$$

(1) 求 $A \cup B, A \cap \complement_{\mathbf{R}} B$;

(2) 记关于 x 的不等式 $x^2 - (2m + 4)x + m^2 + 4m \leq 0$ 的解集为 M ，若 $B \cup M = \mathbf{R}$ ，求实数 m 的取值范围.

$$\text{【答案】 (1) } A \cup B = \{x \mid x < 2 \text{ 或 } x \geq 4\}, \quad A \cap \complement_{\mathbf{R}} B = \{x \mid 1 < x < 2\}$$

$$(2) \{m \mid 0 \leq m \leq 1\}$$

【解析】

【分析】 (1) 先求解出一元二次不等式、绝对值不等式的解集为集合 A, B ，然后根据并集概念求解出 $A \cup B$ ，再根据交集和补集概念求解出 $A \cap \complement_{\mathbf{R}} B$ ；

(2) 根据不等式先求解出 M ，然后根据 $B \cup M = \mathbf{R}$ 列出关于 m 的不等式组，由此求解出结果.

【小问 1 详解】

因为 $x^2 - x - 2 < 0$ ，解得 $-1 < x < 2$ ，所以 $A = \{x \mid -1 < x < 2\}$ ，

又因为 $\left|x - \frac{5}{2}\right| \geq \frac{3}{2}$ ，解得 $x \geq 4$ 或 $x \leq 1$ ，所以 $B = \{x \mid x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 4\}$ ，

所以 $A \cup B = \{x \mid x < 2 \text{ 或 } x \geq 4\}$ ；

又因为 $\complement_{\mathbf{R}} B = \{x \mid 1 < x < 4\}$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/786210122001010212>